

MOTIVARE, COINVOLGERE, DIVERTIRE
CON LA **MATEMATICA**



DEASCUOLA

Con il patrocinio di:



Consiglio Nazionale
delle Ricerche

In collaborazione con:



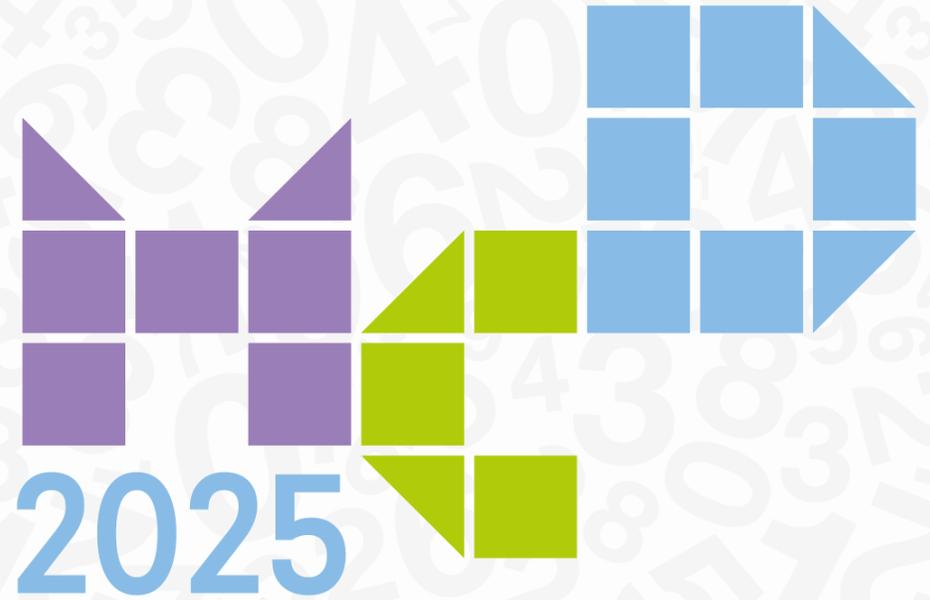
MaddMaths!
Matematica Divulgazione Didattica

Matematica e neuroscienze: aree cerebrali e tecniche per potenziare l'apprendimento

Annalisa Pascarella



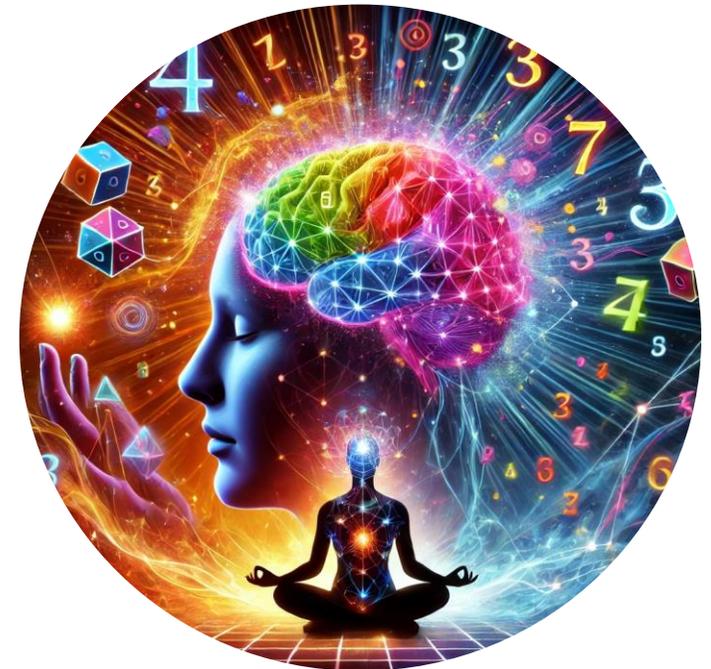
DEASCUOLA



MOTIVARE, COINVOLGERE, DIVERTIRE
CON LA **MATEMATICA**

Indice

1. Il pallino della Matematica
2. Matematica e Neuroscienze
3. L'ansia della Matematica
4. Mindfulness



Il pallino della Matematica

Stanislas Dehaene è un **neuroscienziato cognitivo francese**, noto per le sue ricerche su cognizione numerica, linguaggio e coscienza

Nel 2014 ha vinto il Brain Size insieme a Giacomo Rizzolatti e Trevor Robbins

Una teoria dell'educazione può essere derivata solamente dalla comprensione della mente che deve essere educata (David e Ann Premack)



Cit. Wikipedia

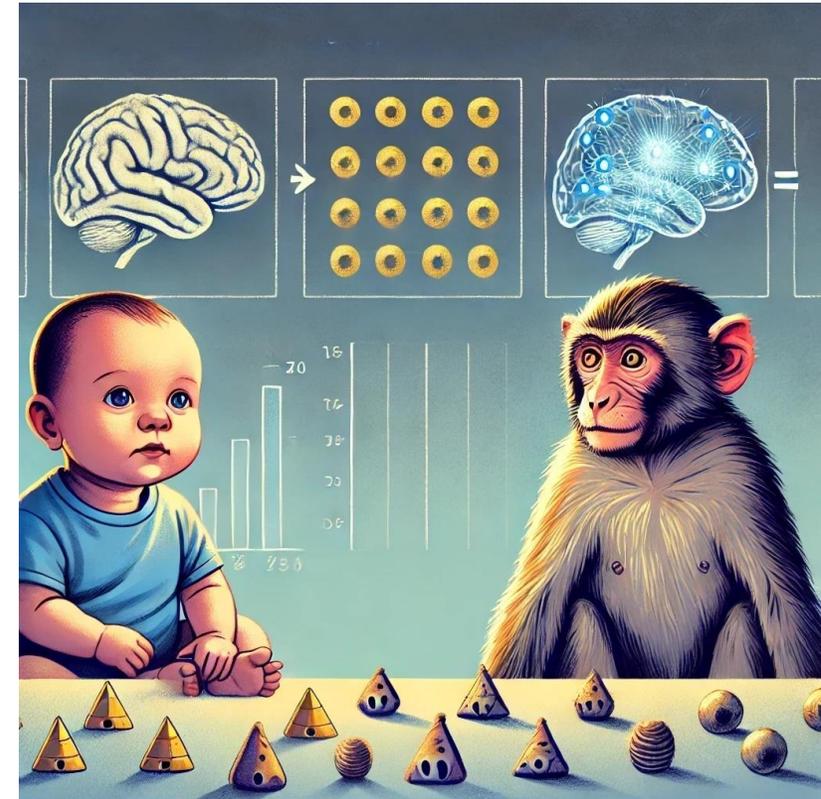


La matematica è innata?

L'ipotesi sostenuta da Dehaene è che le conoscenze matematiche dipendano dall'organizzazione del nostro cervello

Il cervello umano possiede un meccanismo di **comprensione delle quantità numeriche**, ereditato dal mondo animale, che lo guida nell'apprendimento della matematica

Studi su neonati e animali mostrano una comprensione numerica di base



Aritmetica animale

Il senso dei numeri è considerato uno dei principali ambiti di competenza degli esseri umani e degli altri animali

Diversi esperimenti scientifici provano l'esistenza negli animali di procedure di calcolo numerico

- Un buon numero di animali sembra in grado di **sommare in modo approssimato** due quantità e di scegliere il maggiore di 2 insiemi
- Esiste un meccanismo per la **valutazione delle quantità**
- Riconoscere il numero approssimato di oggetti in un insieme è come riconoscere il loro colore o la loro posizione

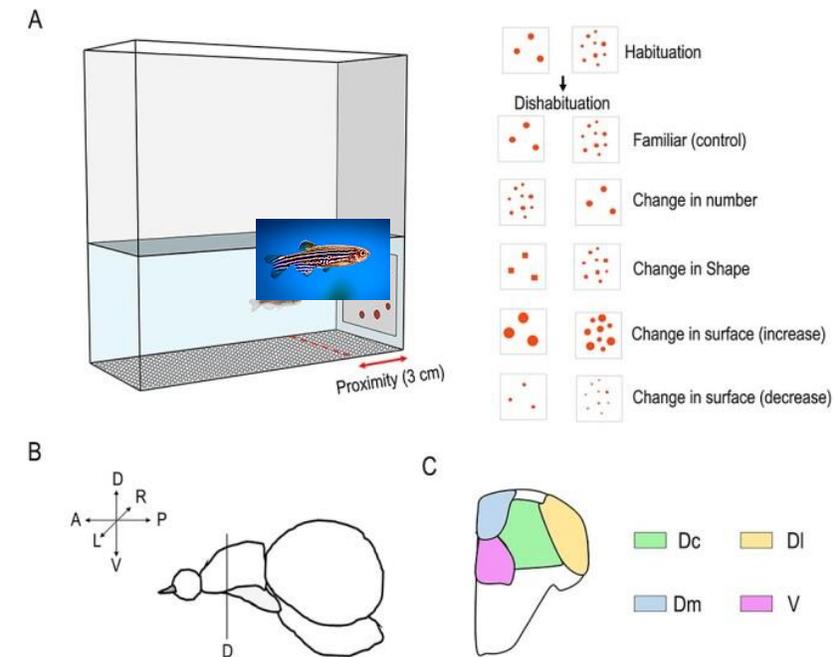
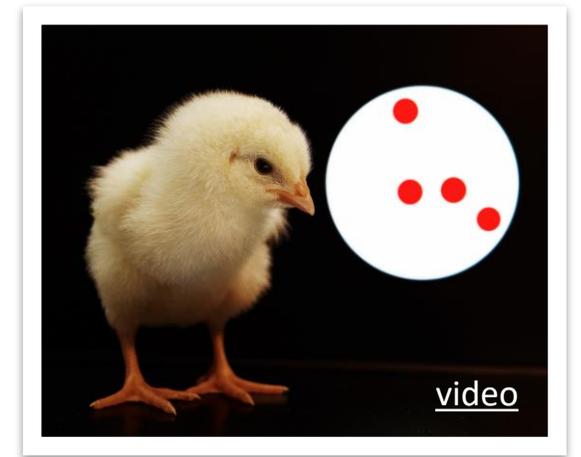


Il senso dei numeri

In determinate regioni del cervello delle scimmie e degli uccelli sono stati trovati dei **neuroni dei numeri** che rispondono alla numerosità in maniera approssimata

Studi di **Vallortigara** mostrano la presenza di neuroni del numero anche nei **pulcini** e di come anche gli **zebrafish** siano capaci di stimare le quantità e fare l'equivalente delle operazioni aritmetiche approssimate

L'intuizione delle grandezze numeriche, ereditata dall'evoluzione, avrebbe il ruolo di un germe che favorirebbe lo sbocciare della matematica più avanzata



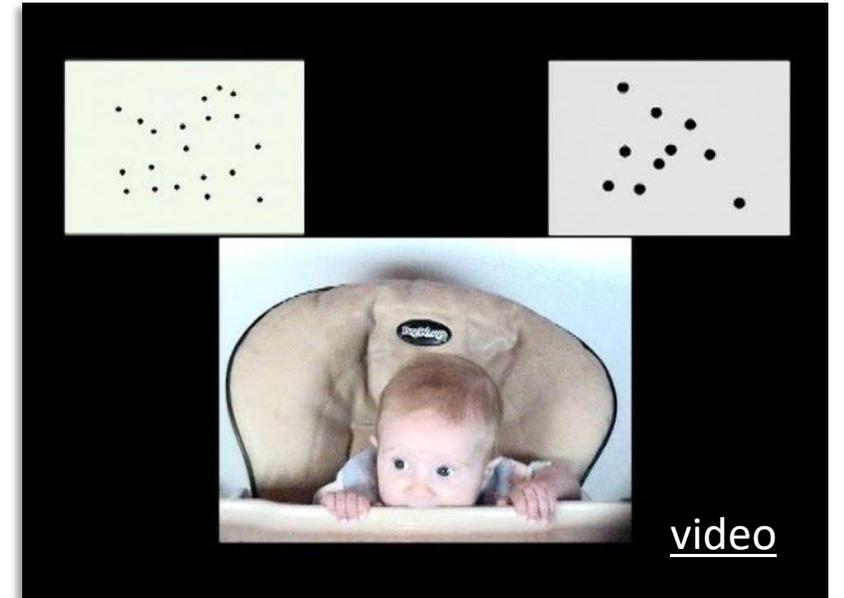
Messina, 2021

Neonati e bambini

Neonati e bimbi di pochi mesi di vita sono in grado di percepire la **numerosità** di un insieme in modo immediato, senza contare

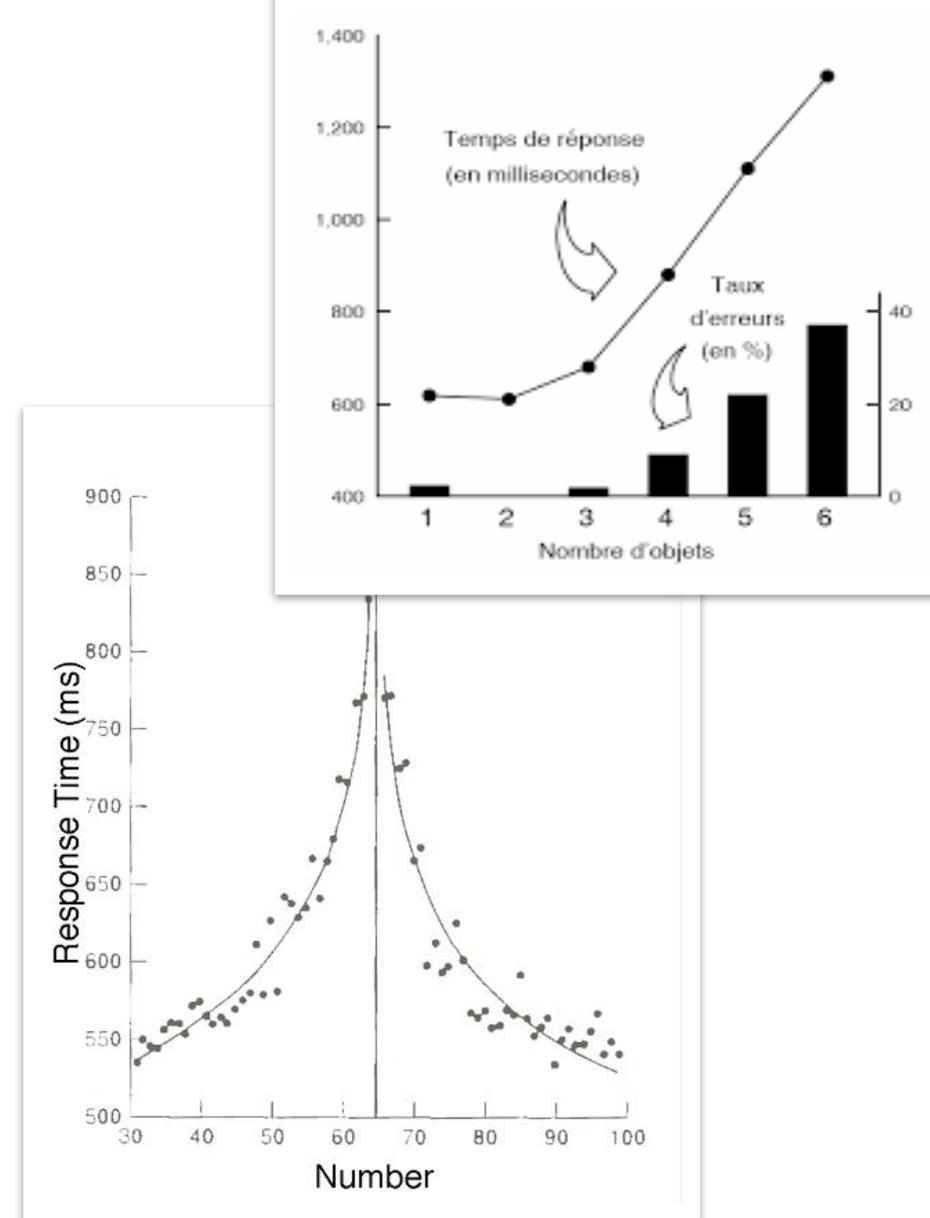
Il comportamento dei bambini è il riflesso di moduli di percezione dei numeri dei quali l'evoluzione avrebbe dotato sia l'animale che l'uomo

I numeri appartengono a quei parametri che sono rapidamente estratti dalla corteccia anche nei bimbi molto piccoli che prestano attenzione sia al numero che ad altri parametri come la forma e la dimensione
L'assenza del linguaggio non impedisce calcoli elementari



Subitizing, stima e acuità numerica

- **Subitizing**: identificare a colpo d'occhio 1, 2 e 3
- **Stima**: permette l'individuazione di quantità al di fuori del limite di subitizing ($> 3, 4$) quando il conteggio non è possibile
- **Acuità numerica**: capacità di discriminare tra due insiemi di differenti numerosità quando il conteggio non è possibile. Più i numeri sono vicini più è difficile stabilire la quantità maggiore
- **Effetto distanza**: Se si chiede di confrontare due numeri velocemente più i numeri sono vicini più faremo difficoltà

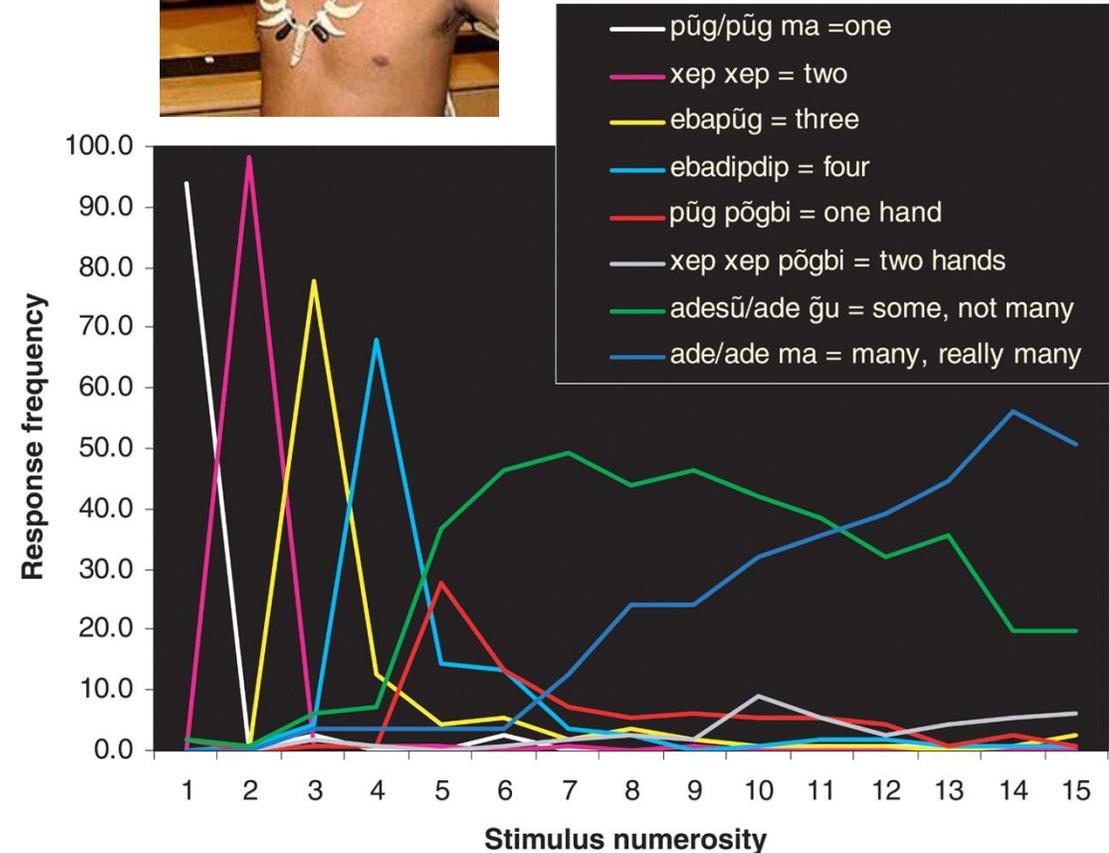


Fonte: Dehaene

Mundurucù

Diversi studi sulle competenze matematiche dei Mundurucù, nel bacino del Rio delle Amazzoni, mostrano come questi popoli possiedano un raffinato **senso dei numeri approssimato** e sembrano sprovvisti di un senso degli interi esatti

Gli studi con i mundurucù mostrano che l'etichettatura linguistica non è necessaria per padroneggiare i principali concetti dell'aritmetica (quantità, relazioni di maggiore e minore, sottrazione) e per eseguire operazioni approssimate



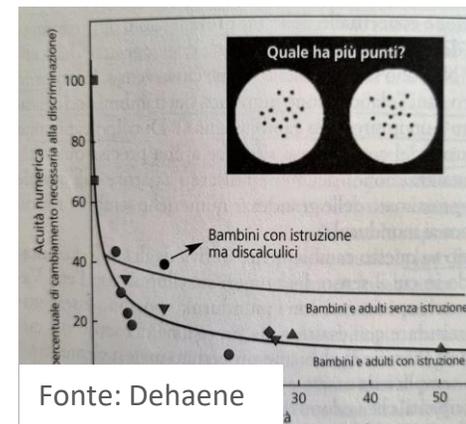
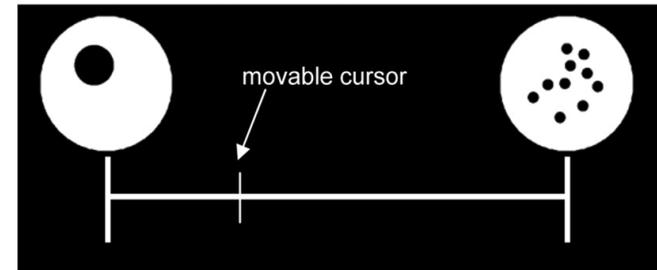
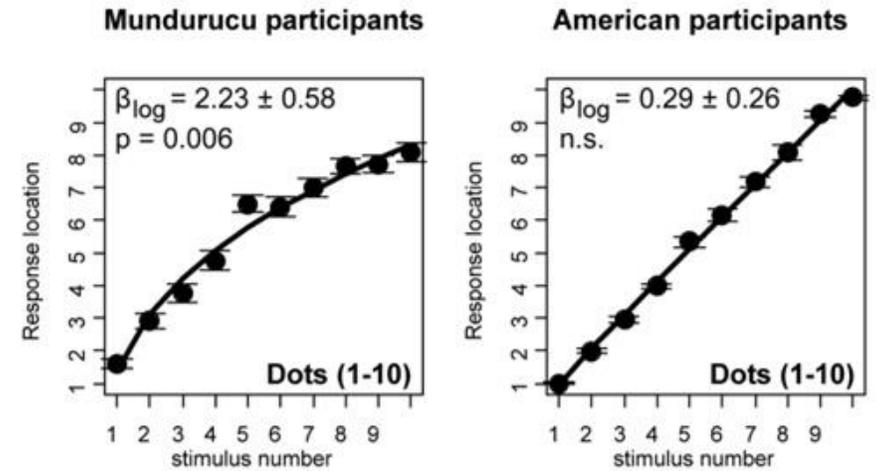
Fonte: Pica, 2004

Ruolo dell'istruzione

Rappresentazione compressa dei numeri: se si chiede di indicare la corretta posizione di un numero su un segmento lineare etichettato da 1 a 100, i bimbi dell'asilo, come i mundurucù, collocano i numeri piccoli sulla sinistra e quelli più grandi sulla destra ma non li distribuiscono in modo regolare e lineare

L'acuità numerica migliora costantemente con l'età; l'istruzione raffina le nostre intuizioni relative alla quantità

Il linguaggio permette il ragionamento simbolico e la costruzione di teorie.

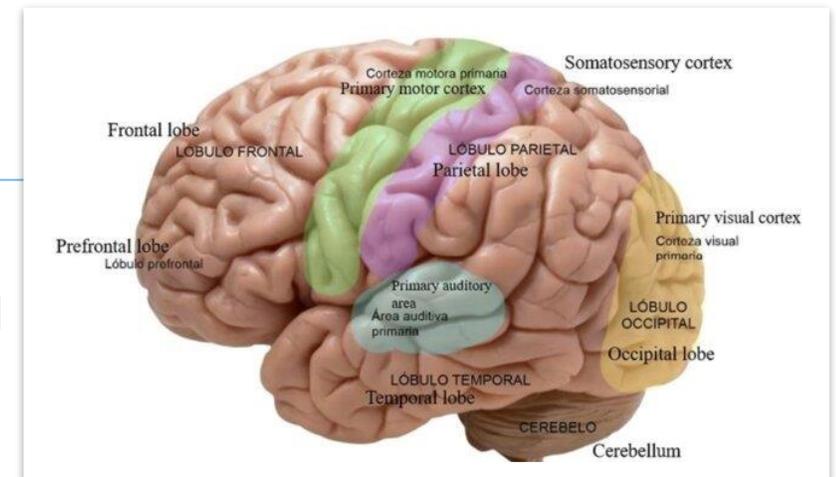


Neuroni e numeri

Il cervello dispone di diversi **circuiti specializzati**: alcuni riconoscono le cifre, altri le traducono in quantità interna, altri permettono di recuperare i fatti aritmetici in memoria o di pronunciare un numero ad alta voce

Funzioni molto semplici richiedono la coordinazione di un gran numero di regioni cerebrali -> **connettività funzionale**

La potenza aritmetica del cervello sta nel concatenare questi circuiti elementari sotto la guida della corteccia prefrontale e del cingolo anteriore che coordinano le altre regioni, gestiscono il flusso dei risultati intermedi in memoria di lavoro e controllano l'esecuzione dei calcoli correggendo eventuali errori

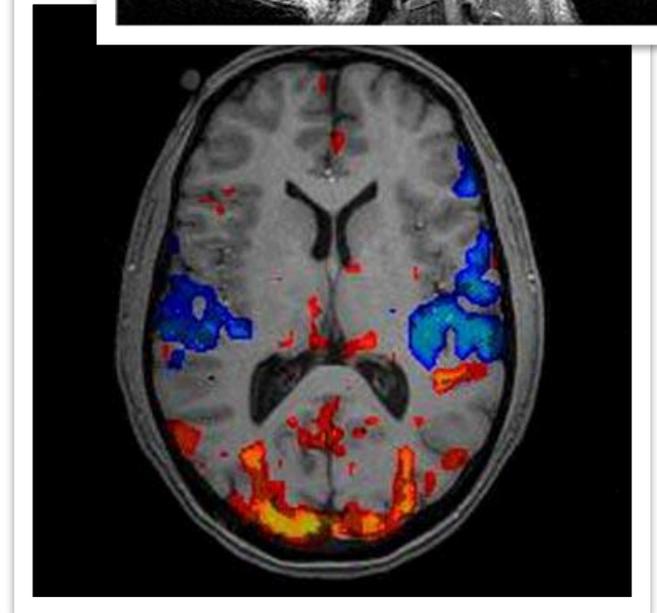


Neuroimaging

Campo di ricerca relativamente nuovo e multi-disciplinare che comprende diverse tecniche il cui scopo è una migliore comprensione del cervello umano attraverso l'imaging delle sue strutture e funzioni

Tecniche di neuroimaging hanno consentito di studiare i correlati neurali alla base della lettura, del movimento, ...

Nel **1985** Roland e Friberg pubblicarono le **prime immagini** dell'attività cerebrale durante i **calcoli mentali** e mostrarono come ripetute sottrazioni attivano bilateralmente una regione della **corteccia parietale** inferiore e diverse regioni della **corteccia frontale**

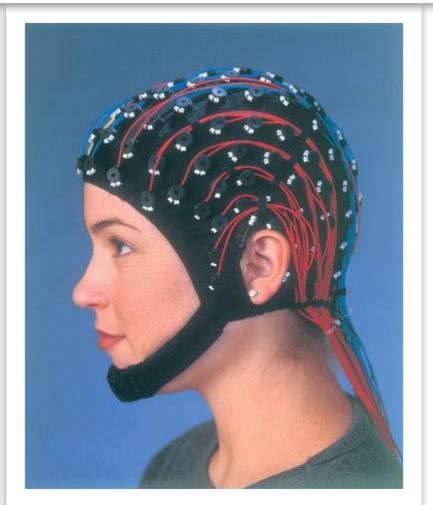
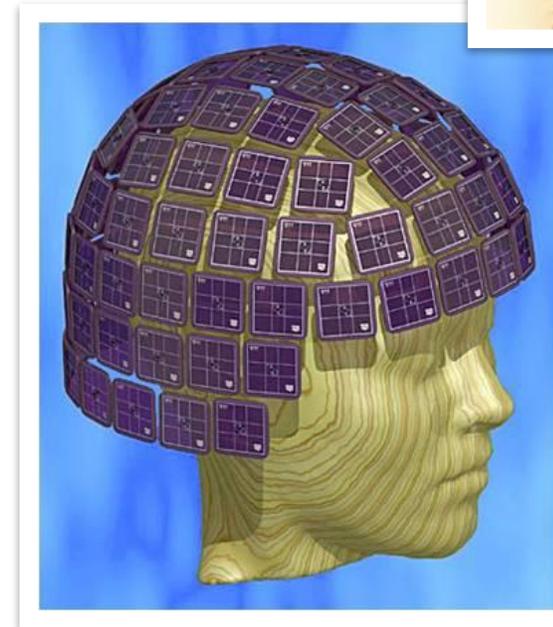
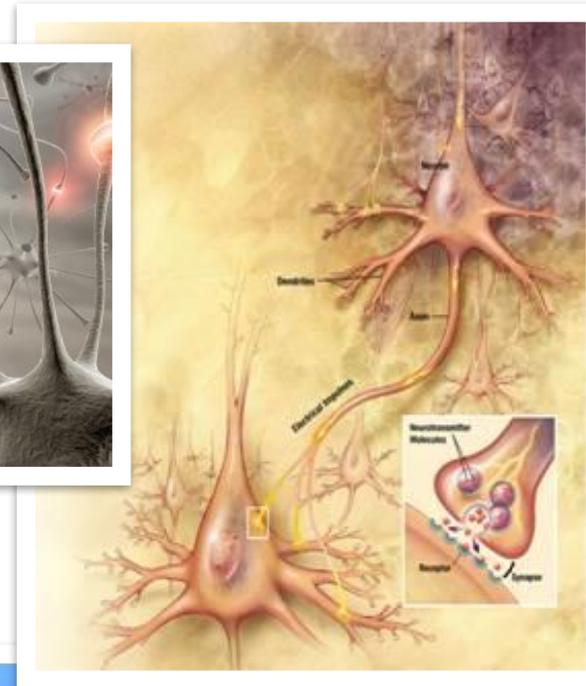
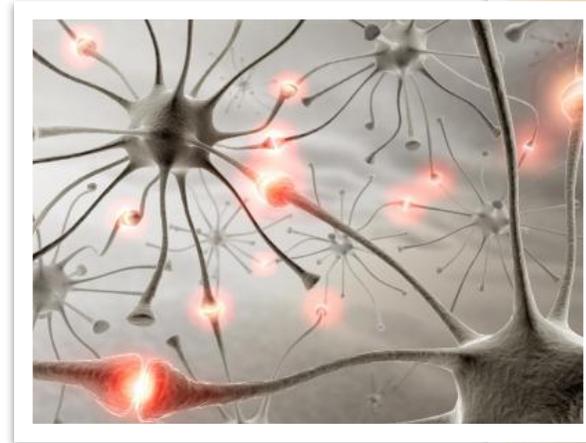


M/EEG

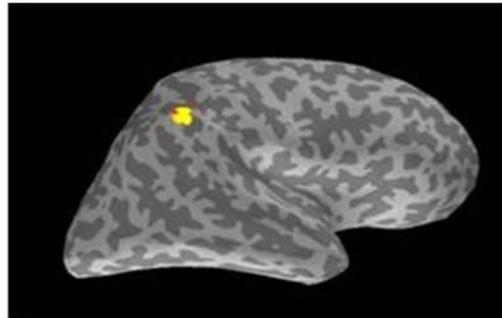
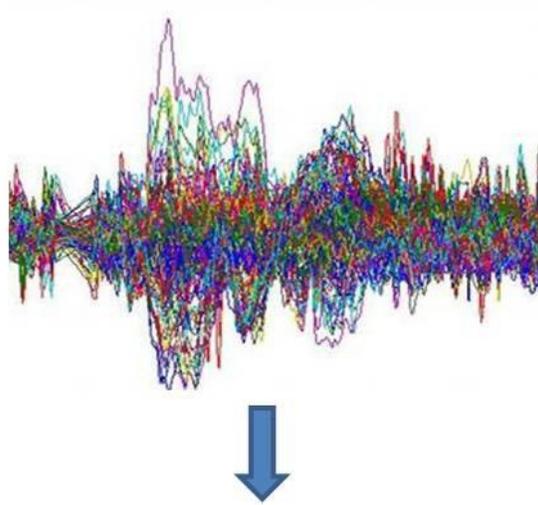
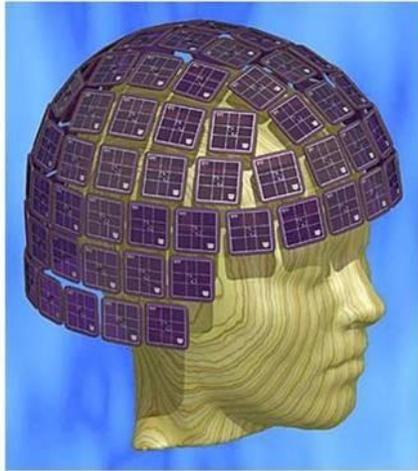
I neuroni producono un campo elettromagnetico misurabile con due diverse tecniche di brain imaging funzionale non-invasive

- **MagnetoEncefalografia (MEG)**
- **ElettroEncefalografia (EEG)**

Misurano l'attività diretta dei neuroni con una risoluzione temporale del millisecondo



Stima dell'attività neurale



$$y = Ax$$

y -> campo magnetico

$A: x \rightarrow y$
equazione di Biot-Savart

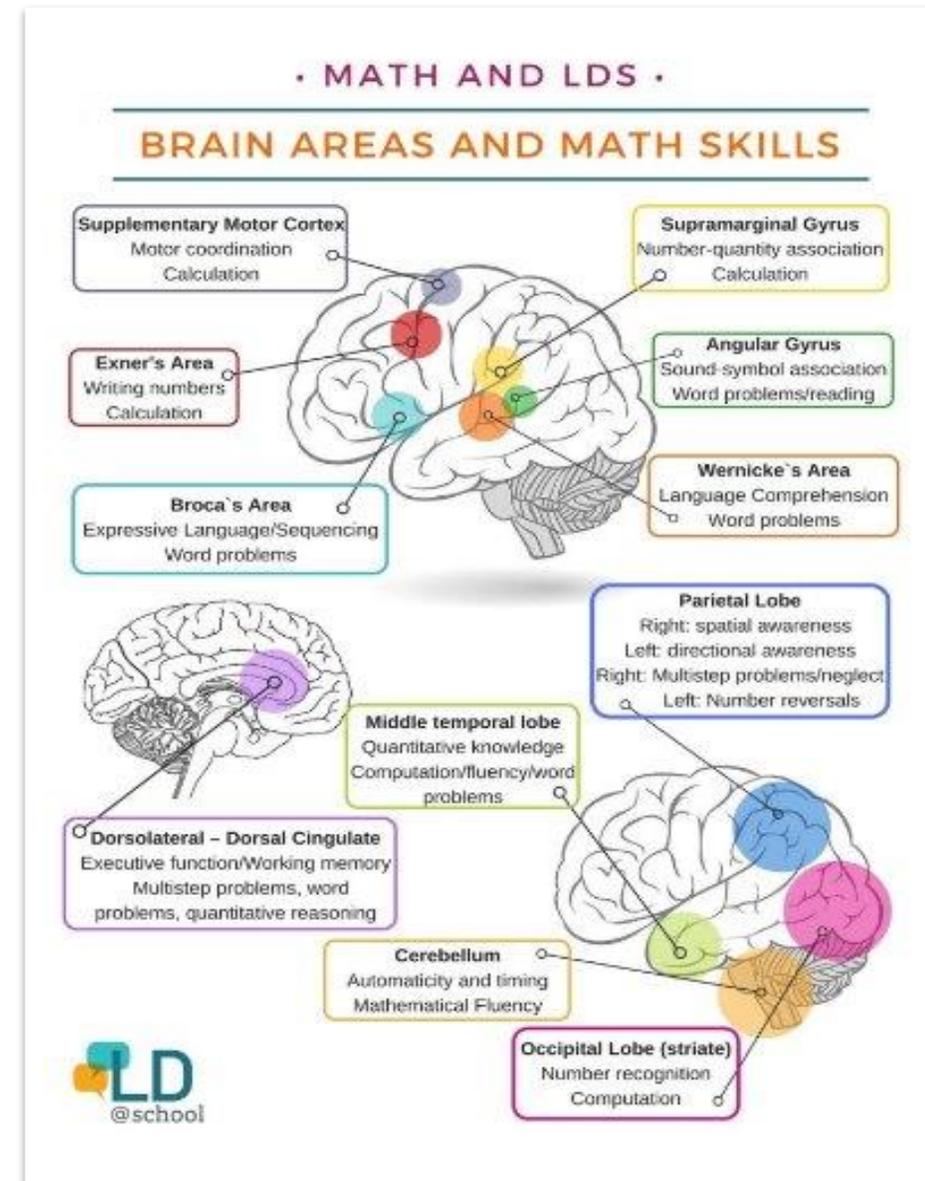
x -> correnti neurali

Problema inverso mal posto

Circuiti cerebrali

Le capacità quantitative elementari che condividiamo con gli animali e le capacità aritmetiche avanzate che si basano su notazioni simboliche e su algoritmi di calcolo esatto appartengono a circuiti diversi

- **Regione parietale inferiore** -> contiene un modulo quantitativo, che fa parte del bagaglio genetico della nostra specie
- **Corteccia occipito-temporale** -> riconoscimento di cifre e lettere
- **Gangli** -> moltiplicazione
- **Corteccia prefrontale** -> memoria di lavoro



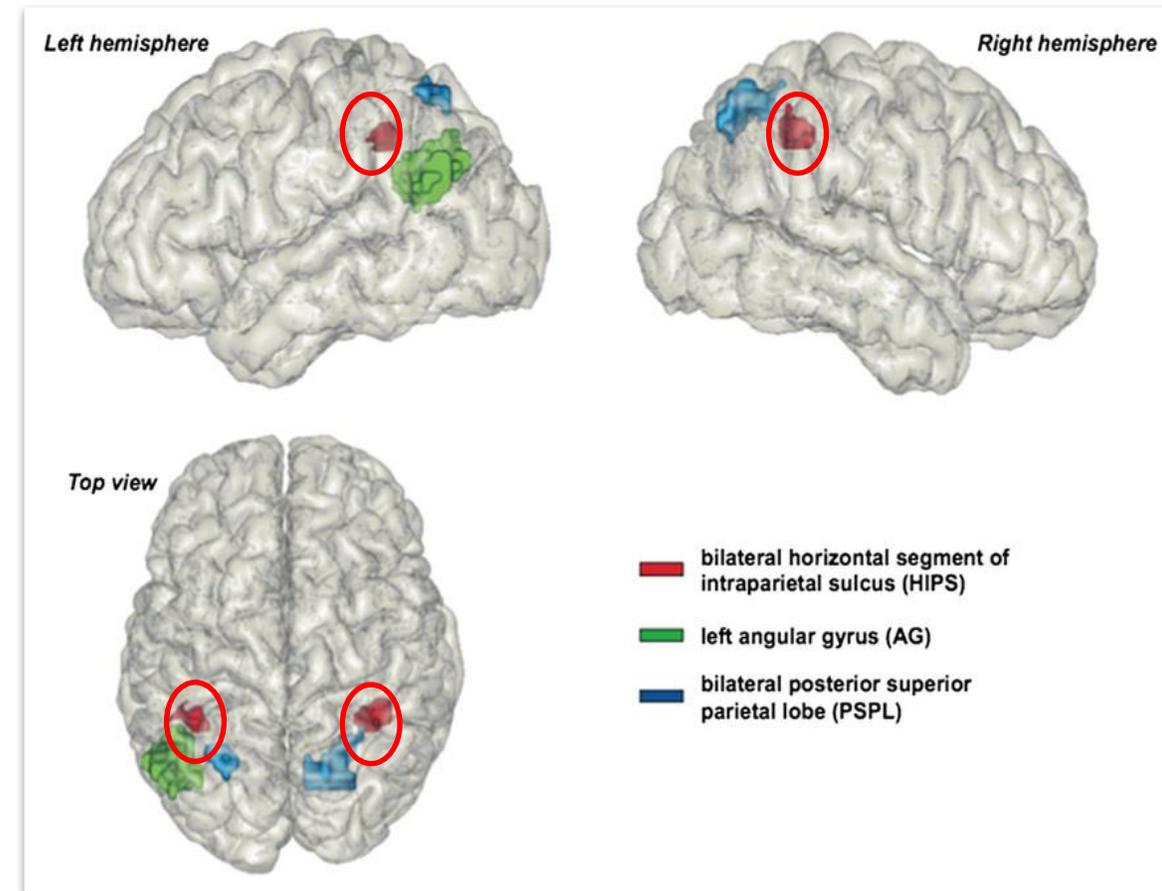
Solco intra-parietale (HIPS)

Regione della corteccia parietale che soprintende al **senso dei numeri**

L'elaborazione numerica attiva il solco parietale in entrambi gli emisferi
HIPS si attiva fortemente quando si chiede di fare attenzione ad un numero, che sia pronunciato o scritto

Mostra **l'effetto distanza**

Attivazione forte anche nei bimbi



Clark&Grossman, 2007

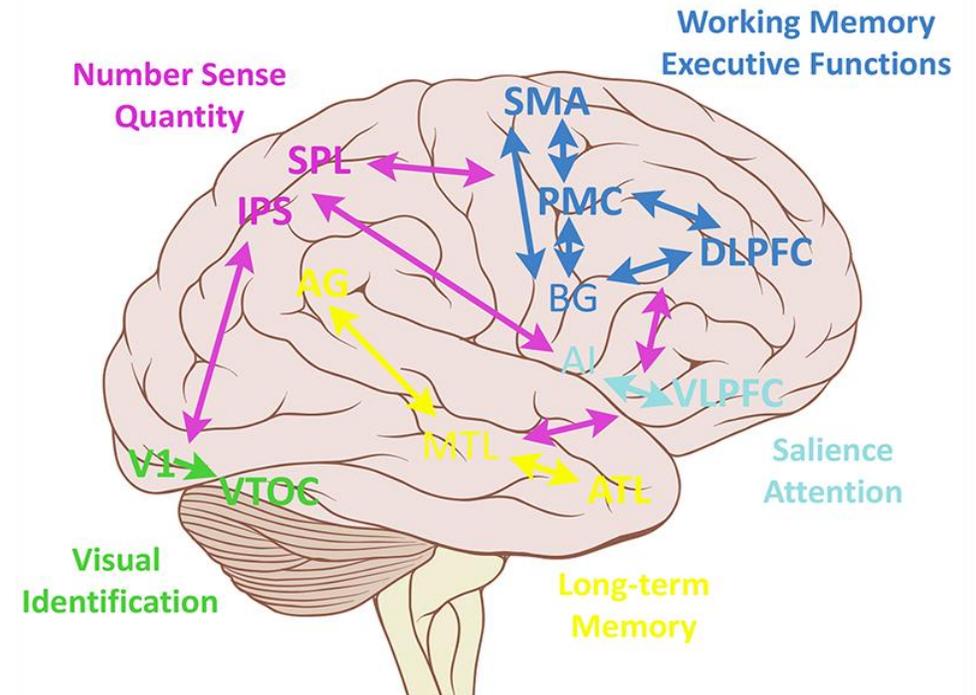
HIPS

Area associativa multimodale, le sue connessioni la situano alla convergenza di aree legate alla visione, all'udito e al tatto

Quando evochiamo una rappresentazione mentale di qualche grandezza numerica, parte l'attivazione dall'HIPS, che si propaga nelle regioni circostanti che codificano posizione, taglia e tempo

Solo la regione parietale sinistra possiede un codice quantitativo e le connessioni dirette necessarie a collegarlo al linguaggio e al sistema simbolico dell'emisfero sinistro

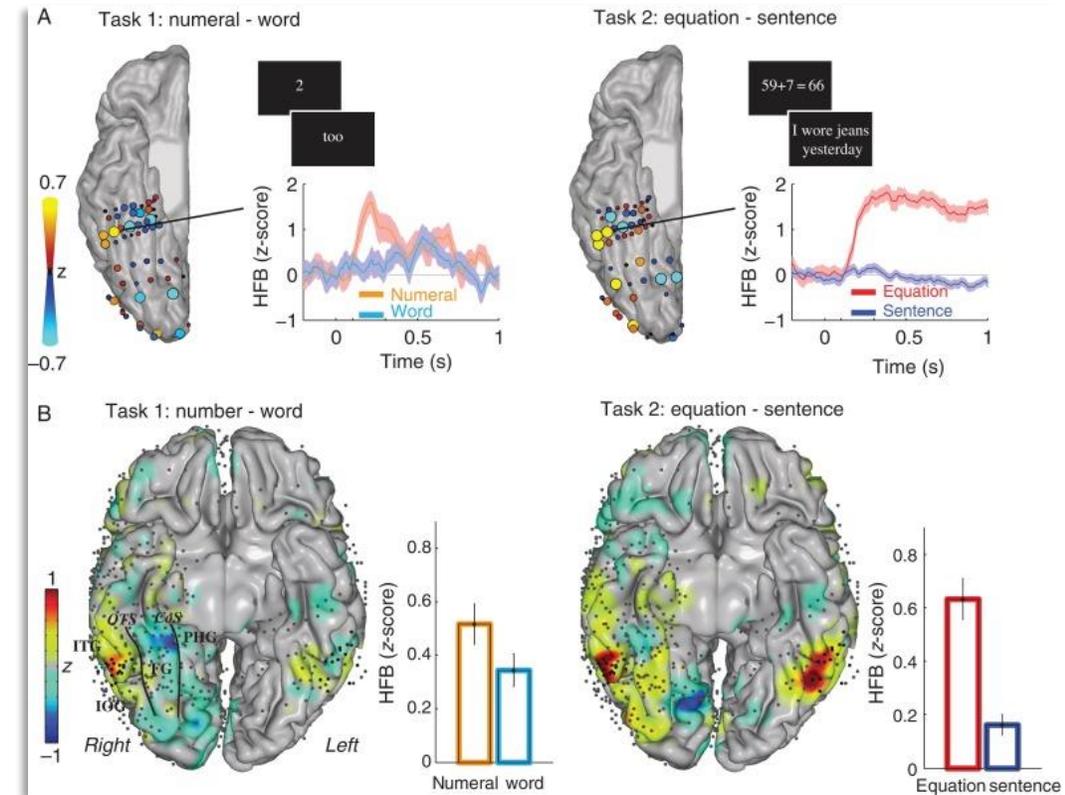
Neuronal Network for Number Processing



Kucian, 2016

Corteccia occipito-temporale

Categorie diverse (parole, cifre, volti) sono riconosciute da circuiti neurali specifici. Dehaene ha identificato la **Visual Number Form Area (VNFA)**, un'area localizzata nelle regioni temporali inferiori e specializzata nel riconoscimento dei numeri nel cervello. Le **VNFA** si attivano bilateralmente non solo in risposta ai **numeri arabi**, ma anche alle **formule algebriche**, ai **problemi aritmetici** e, nei matematici, durante il **ragionamento matematico di alto livello**.



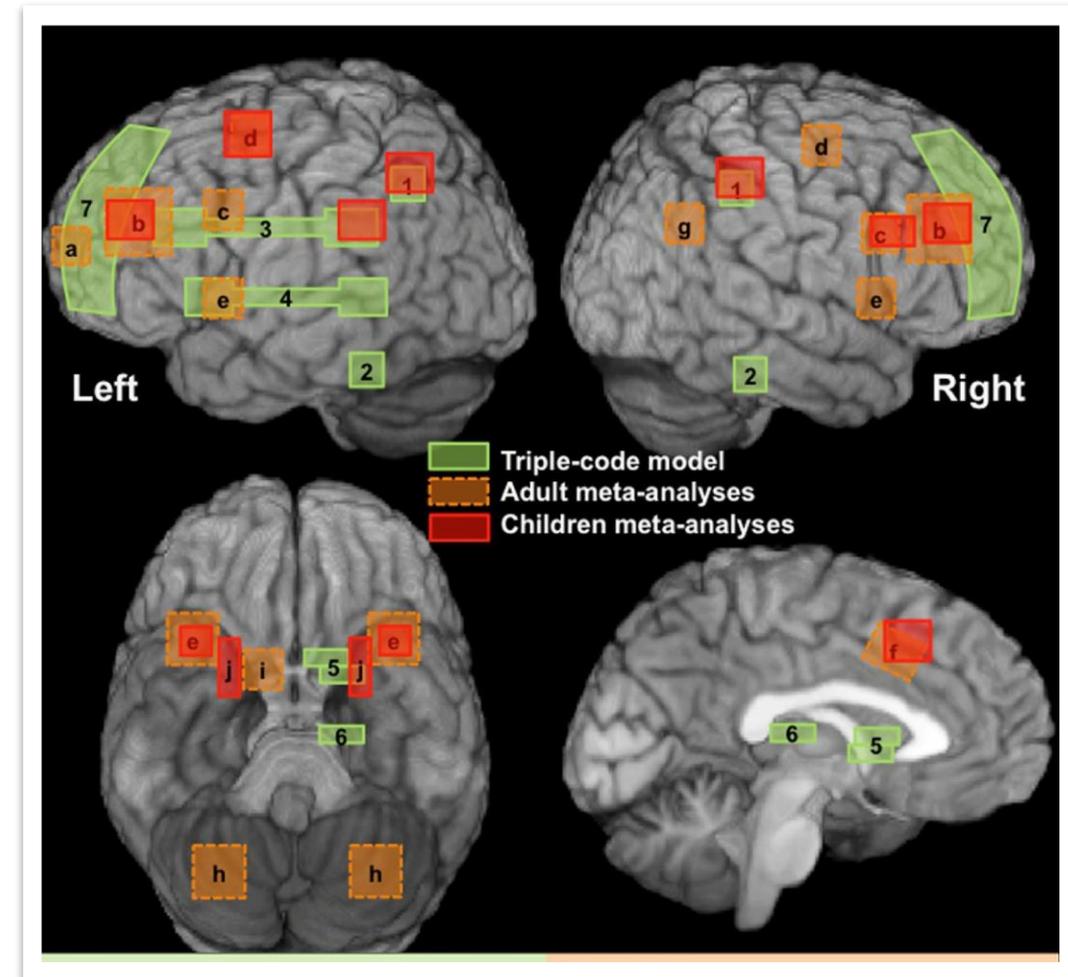
Corteccia prefrontale

Corteccia prefrontale e cingolo anteriore orchestrano il tutto, intervengono nella supervisione dei **comportamenti non automatici**: pianificare, ordinare, decidere, correggere gli errori

Ruolo chiave nell'aritmetica in quanto intervengono nel mantenimento dei risultati intermedi

I circuiti prefrontali restano flessibili fino all'adolescenza

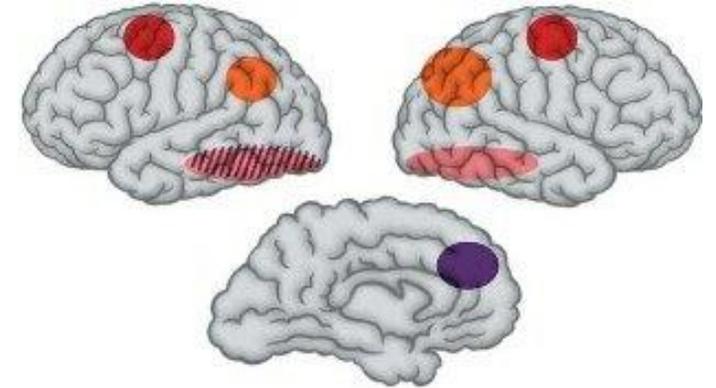
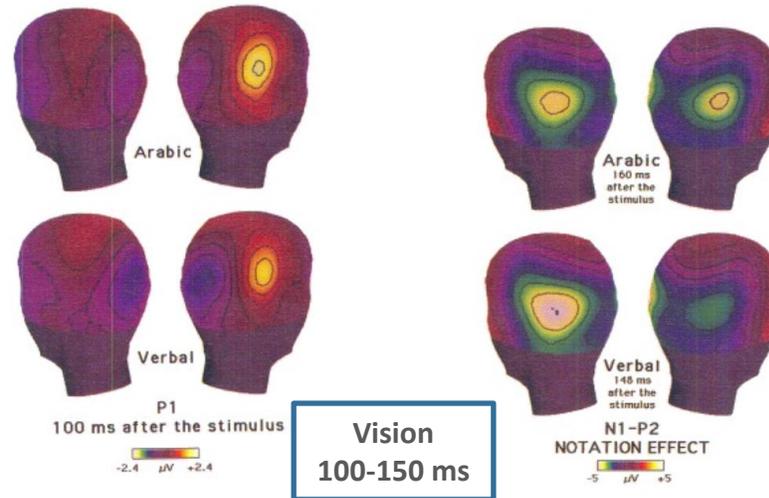
La memoria di lavoro è fondamentale per tenere traccia dei passaggi nei calcoli



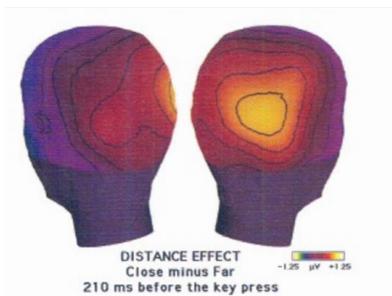
Fonte: Arsalidou, 2008

Sequenza delle attivazioni

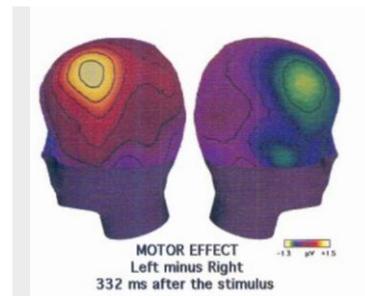
È necessario meno di un quarto di secondo per riconoscere la forma visiva di un numero e comprenderne il significato



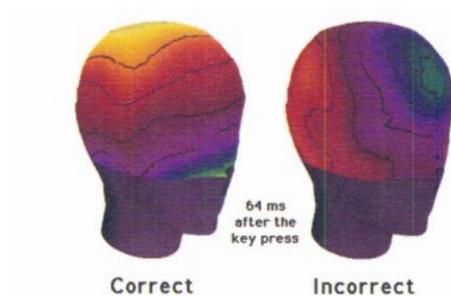
- Vision (150 ms)
- Arabic Digits, Spelled Numbers
- Comparison (190 ms)
- Movement (330 ms)
- Error correction (470 ms)



Comparison 190 ms



Movement 330 ms



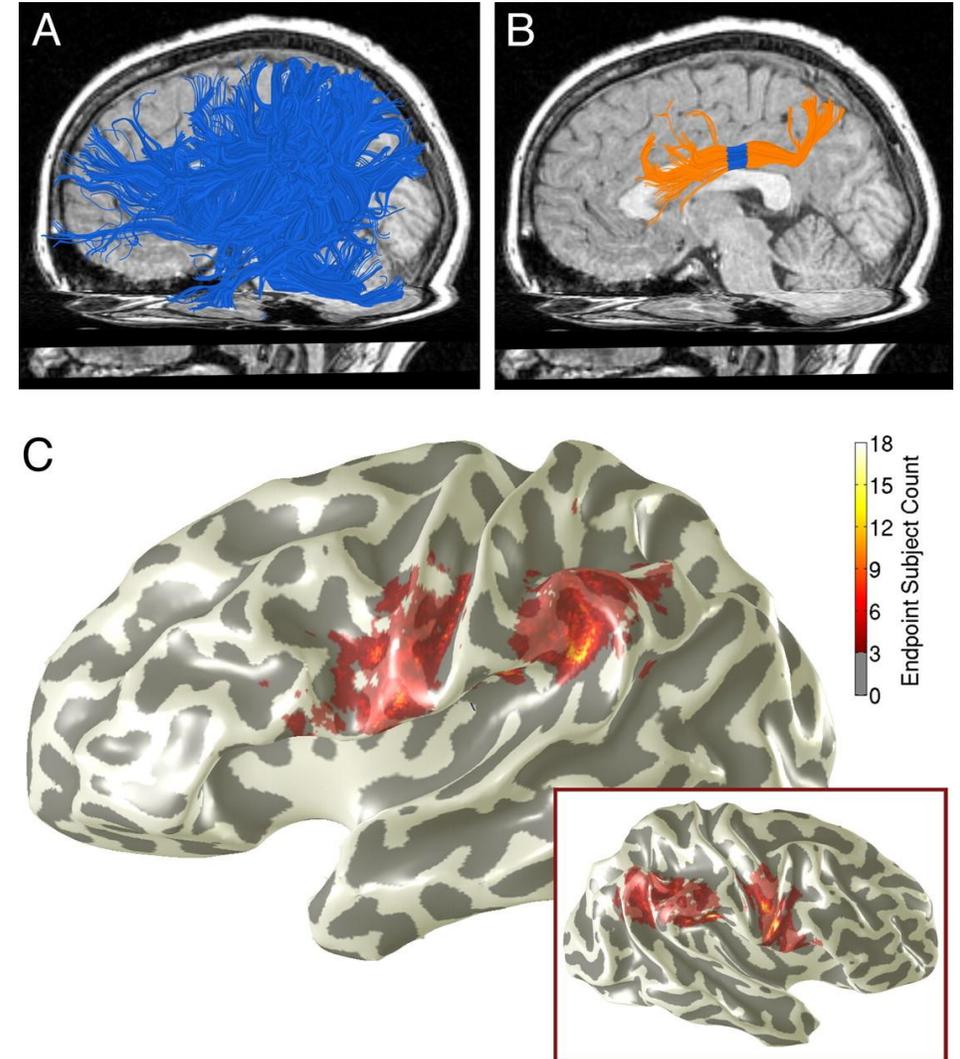
Error 470 ms

Fonte: Dehaene, 1996

Connessioni cerebrali

Uno studio del 2009 mostra come i bambini che raggiungono punteggi elevati in un test di aritmetica posseggono una migliore **organizzazione delle connessioni cerebrali**

La figura mostra le connessioni tra l'area intra-parietale sinistra (che comprende l'area del senso dei numeri) e la corteccia frontale. Tale connessioni probabilmente facilitano la manipolazione esplicita e la memorizzazione dei numeri.



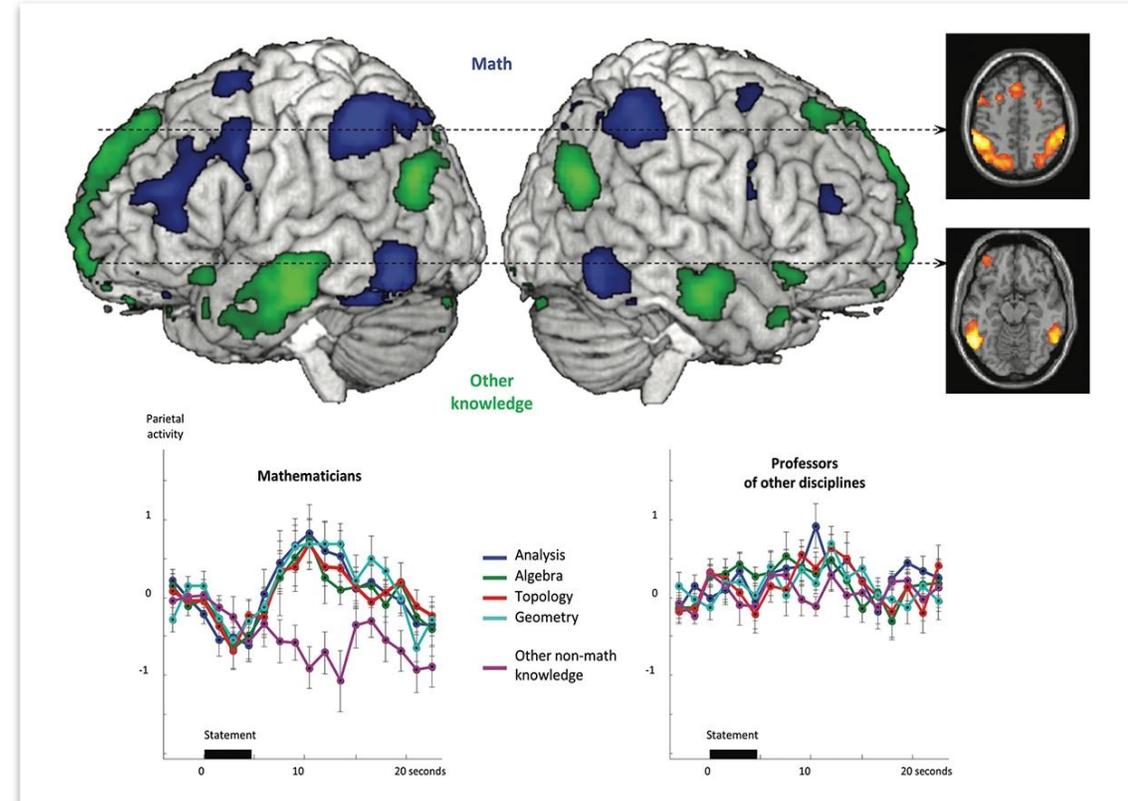
Pensiero matematico avanzato

Quali aree del cervello supportano il pensiero matematico avanzato?

15 matematici professionisti e 15 accademici non-matematici con uguale istruzione fMRI mentre valutavano affermazioni matematiche (algebra, geometria, analisi e topologia) e di cultura generale

Le attivazioni cerebrali nei matematici mostrano un maggiore coinvolgimento della **corteccia temporale inferiore, parietale e prefrontale** rispetto ai non-matematici.

Le aree del linguaggio non sono coinvolte nel pensiero matematico avanzato



Pensiero matematico avanzato

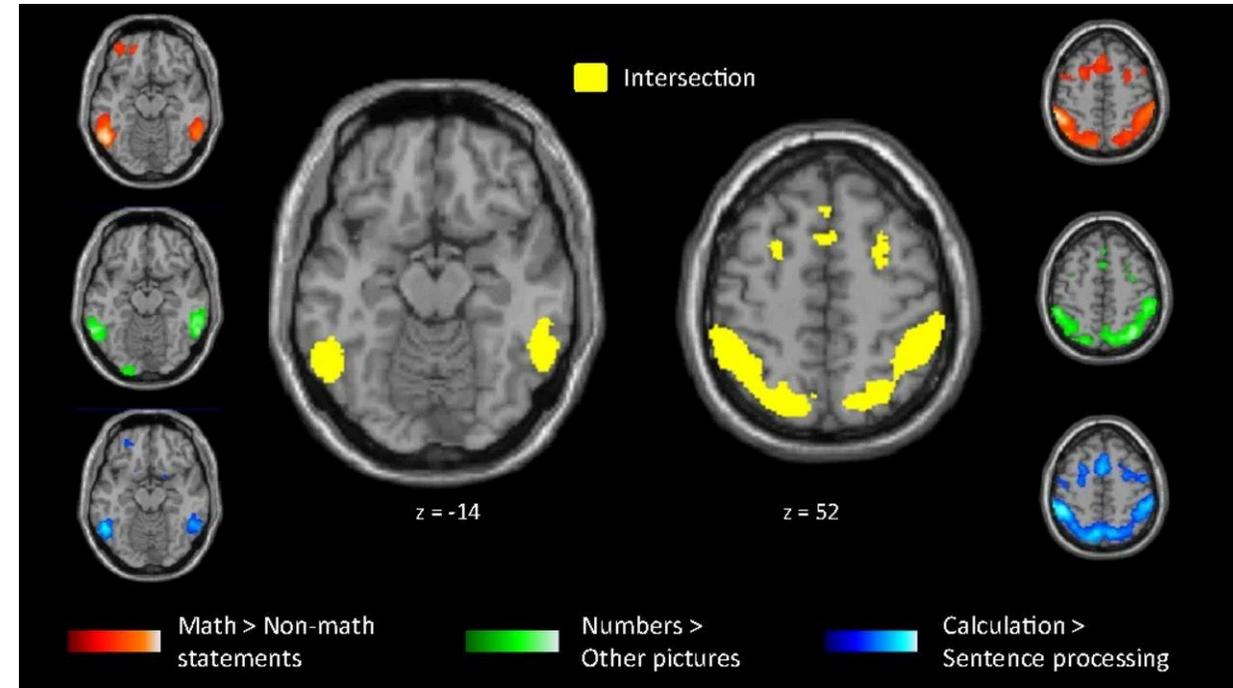
La matematica avanzata sfrutta il sistema del senso del numero, lo stesso attivato nei non-matematici per la percezione numerica.

Coinvolge le stesse aree della percezione numerica nei bambini e nei primati

L'esperienza matematica modifica il cervello, aumentando la specializzazione delle aree numeriche

Implicazioni per

l'educazione: L'insegnamento della matematica dovrebbe enfatizzare l'intuizione numerica e spaziale.



Matematica e apprendimento

Verrà mai il giorno in cui i matematici ne sapranno abbastanza di fisiologia del cervello e i neurofisiologi saranno abbastanza al corrente delle scoperte matematiche, perché sia possibile una cooperazione efficace? (Hadamard)

Possiamo migliorare il nostro pallino per la matematica?

- Metodi di insegnamento basati sulle neuroscienze: l'educazione può beneficiare delle scoperte sulla cognizione numerica
- L'allenamento e la metodologia influenzano lo sviluppo delle abilità numeriche
- Plasticità cerebrale
- Uso della tecnologia per potenziare il calcolo mentale: Software educativi e apprendimento adattivo

Take home message

Il buon professore è un alchimista che trasforma un cervello fondamentalmente modulare in una configurazione di reti interattiva

Il cervello si adatta alla pratica matematica modificando le connessioni neuronali



Deficit

- Qual è la natura di alcuni dei problemi che affliggono i bambini con difficoltà in matematica?
- Lesioni cerebrali possono portare a difficoltà nel calcolo, possono ostacolare la capacità numerica
- Lesione alla corteccia parietale inferiore sinistra (contiene microregioni specializzate per i numeri, lo spazio, le dita...) -> discalculia
- Lesioni frontali -> difficoltà di stima cognitiva
- Discalculia sotto-corticale -> deficit aritmetici
- Matematica e sordità -> [progetto europeo](#) che mira a migliorare l'apprendimento della matematica per gli studenti sordi o con ipoacusia

Discalculia

Quali sono i meccanismi cerebrali sottostanti alla discalculia infantile?

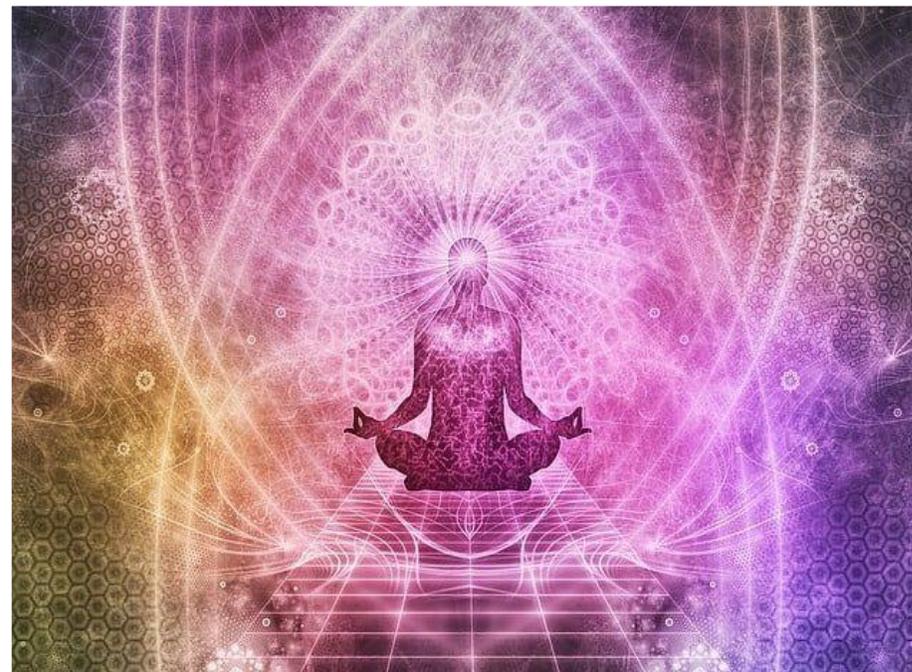
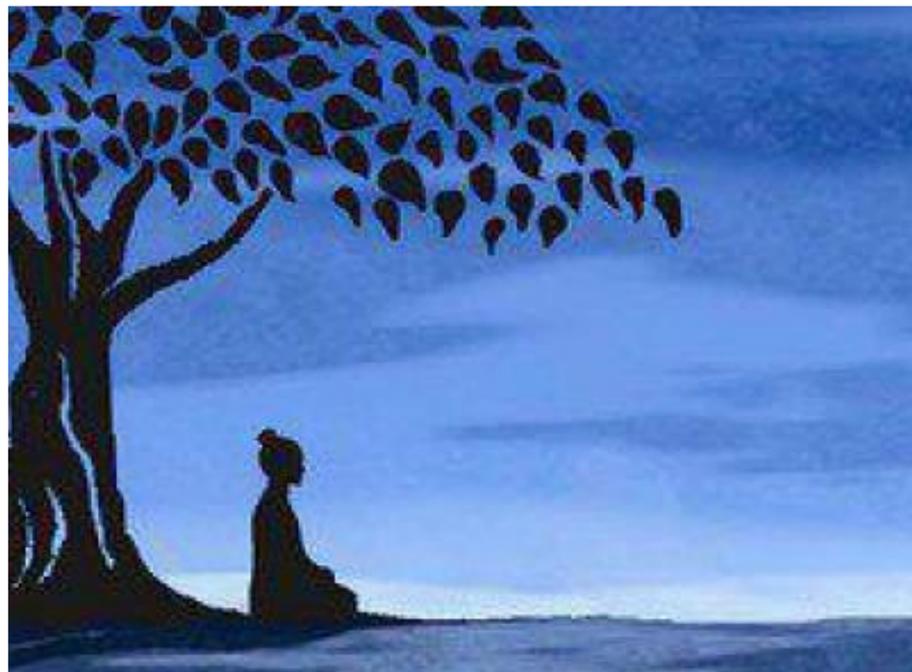
Discalculia evolutiva -> disorganizzazione precoce delle regioni cerebrali che avrebbero dovuto essere preposte ai numeri

Discalculia acquisita -> ad esempio, a seguito di una lesione nell'HIPS si può perdere qualsiasi capacità di comprensione del numero, pur rimanendo razionali di fronte ad altre categorie di parole

Discalculia e dislessia: differenze e alcune similarità neuronali



MINDFULNESS



Ansia della matematica

Le **emozioni** svolgono un ruolo cruciale nel processo di apprendimento della matematica, influenzando in modo significativo il rendimento scolastico degli studenti (Ashcraft, 2001; Carey, 2016)

L'ansia in matematica è definita come *“una sensazione di tensione, apprensione o paura che interferisce con le prestazioni in matematica”* (Ashcraft, 2002), o ancora, *“una risposta emotiva negativa a situazioni attuali o future che coinvolgono la matematica”* (Hill, 2016)



Ansia della matematica

Le conoscenze sullo sviluppo dell'ansia matematica durante il periodo scolastico sono ancora limitate (Sorvo, 2019)

Uno studio recente (Hill, 2016) rileva che 1) le **ragazze** provano maggiori livelli di ansia per la matematica rispetto ai ragazzi e 2) i soggetti più piccoli hanno livelli più bassi d'ansia per la matematica rispetto ai **soggetti più grandi** che presentano alti livelli di ansia.

L'incidenza dell'età sull'ansia è confermata anche in un altro studio (Carnelutti, 2017).

Matofobia

L'ansia da matematica può essere di tre tipi:

- **situazionale/ambientale:** origina da cattive esperienze vissute a causa di alcuni insegnanti di matematica (più diffusa tra le ragazze) o dalla matematica stessa come insegnamento
- **Personale:** include la bassa autostima, scarsa sicurezza in se stessi e l'influenza di brutte esperienze
- **Cognitiva:** ha a che fare con alcune caratteristiche innate dell'individuo, come una bassa intelligenza o scarse abilità cognitive che riguardano il sistema del calcolo.

Effetti

Effetti immediati:

- incide sulle prestazioni matematiche, e ciò potrebbe essere legato alla pressione esercitata sulla memoria di lavoro (Ashcraft & Kirk, 2001)
- influisce negativamente sulle capacità di calcolo dei bambini (Commodari&La Rosa, 2021)
- compromette abilità fondamentali come il conteggio, il confronto di grandezze (Maloney, 2010) e operazioni aritmetiche complesse (Ashcraft & Faust, 1994)

Effetti a lungo termine:

- evitamento delle situazioni che coinvolgono la matematica (Ashcraft & Moore, 2009), limitando l'apprendimento e influenzando negativamente le scelte educative e professionali future (Ashcraft & Moore, 2009; Ahmed, 2018)

Correlati Neurali

Area Cerebrale	Ruolo	Effetti dell'Ansia per la Matematica
Amigdala	Coinvolta nell'elaborazione delle emozioni, in particolare paura e ansia.	Aumentata attività di fronte a compiti matematici, generando una risposta emotiva intensa.
Corteccia Prefrontale	Responsabile del controllo cognitivo, della memoria di lavoro e della pianificazione.	Ridotta attività, compromettendo le funzioni esecutive necessarie per risolvere problemi matematici.
Corteccia Parietale	Coinvolta nell'elaborazione numerica e spaziale.	Alterata attività, influenzando la capacità di rappresentare e manipolare quantità numeriche.
Insula	Coinvolta nella consapevolezza interocettiva e nell'elaborazione delle emozioni.	Aumentata attività, riflettendo una maggiore consapevolezza delle reazioni fisiologiche legate all'ansia.

Possibili strategie

Pause attive: *“intervalli brevi durante le lezioni curricolari in cui gli studenti praticano attività fisica”*
(Masini, 2020)

Mindfulness: interventi che includono esercizi per la respirazione, per guidare l'attenzione e per acquisire consapevolezza del proprio corpo (Müller , 2021)

Qual è l'effetto delle pause attive e/o della mindfulness sull'ansia per la matematica?



Progetti

Il progetto Inclusive Didactics for Enhancing Math Learning and Reducing Math Anxiety: Efficacy of Active Breaks in the Classroom, vincitore del bando **PRIN 2022 PNRR** è rivolto a studenti di scuola primaria e mira a investigare l'efficacia delle pause attive (AB), durante l'apprendimento della matematica in classe e i momenti valutativi. I ricercatori ipotizzano che modificare la struttura didattica delle lezioni di matematica possa ridurre l'ansia, migliorare le Funzioni Esecutive di conseguenza l'apprendimento di tutti gli studenti

Progetto 2017 **MINDFULNESS E MATEMATICA** (non più attivo)
www.goasariver.com/percorsi-per-scuole

Studi precedenti

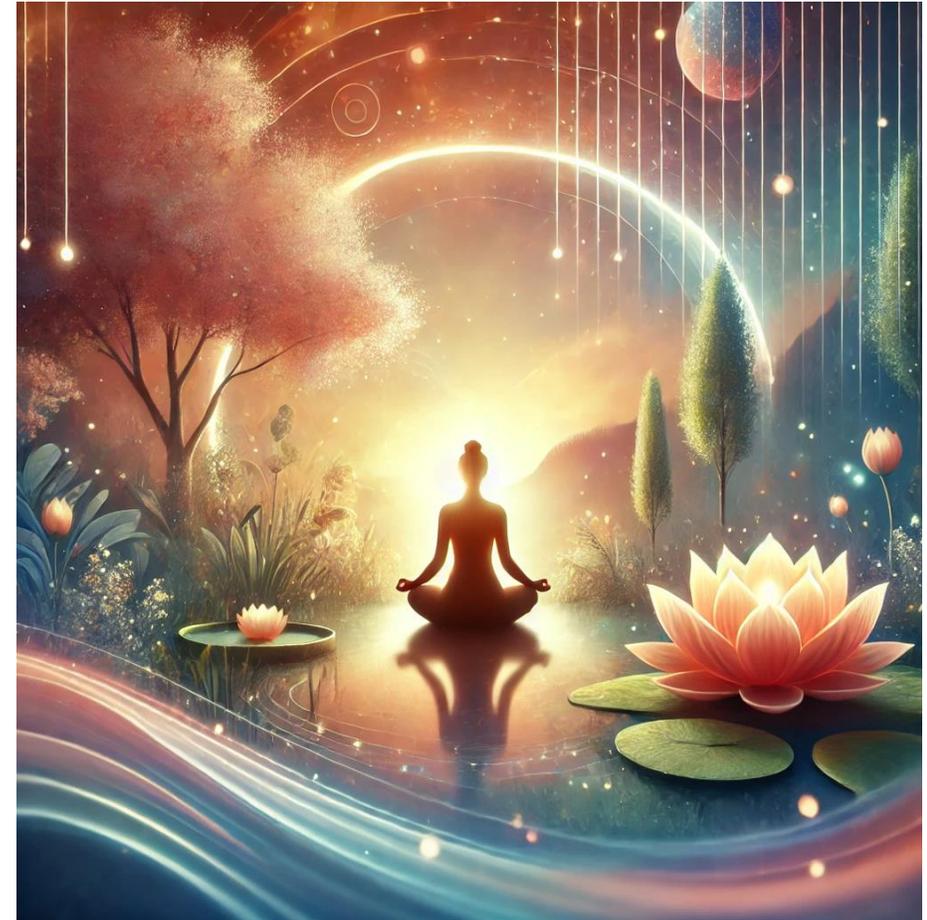
Mavilidi, 2020: gli studenti (11-12 anni) hanno partecipato a **pause fisiche** (esercizi fisici standard come flessioni, salti, corsa sul posto) di cinque minuti, tre volte a settimana per quattro settimane. Le pause attive hanno portato ad un miglioramento dell'attenzione ma non hanno influito positivamente né sull'ansia né sulle prestazioni, rispetto al gruppo di controllo che non le ha sperimentate

Crescentini, 2016: intervento di **mindfulness** su bambini (7-8 anni) durato 8 settimane basato sul graduale aumento del tempo di meditazione, da 9 a 30 minuti al giorno, e caratterizzato anche da esercizi di meditazione in movimento. I risultati della ricerca sembrano suggerire che tali interventi abbiano un impatto positivo sull'attenzione e sulla riduzione di comportamenti ansiosi.

Mindfulness

La **Mindfulness** deriva dalla meditazione ed è stata sviluppata in un contesto laico dal biologo statunitense Jon Kabat-Zinn negli anni '70 come metodo per affrontare lo stress.

La Mindfulness è un processo che coltiva la capacità di portare attenzione al momento presente; serve ad allenare l'attenzione e la consapevolezza del proprio stato fisico e mentale attraverso una meditazione regolare, basata su alcuni principi chiave di accettazione



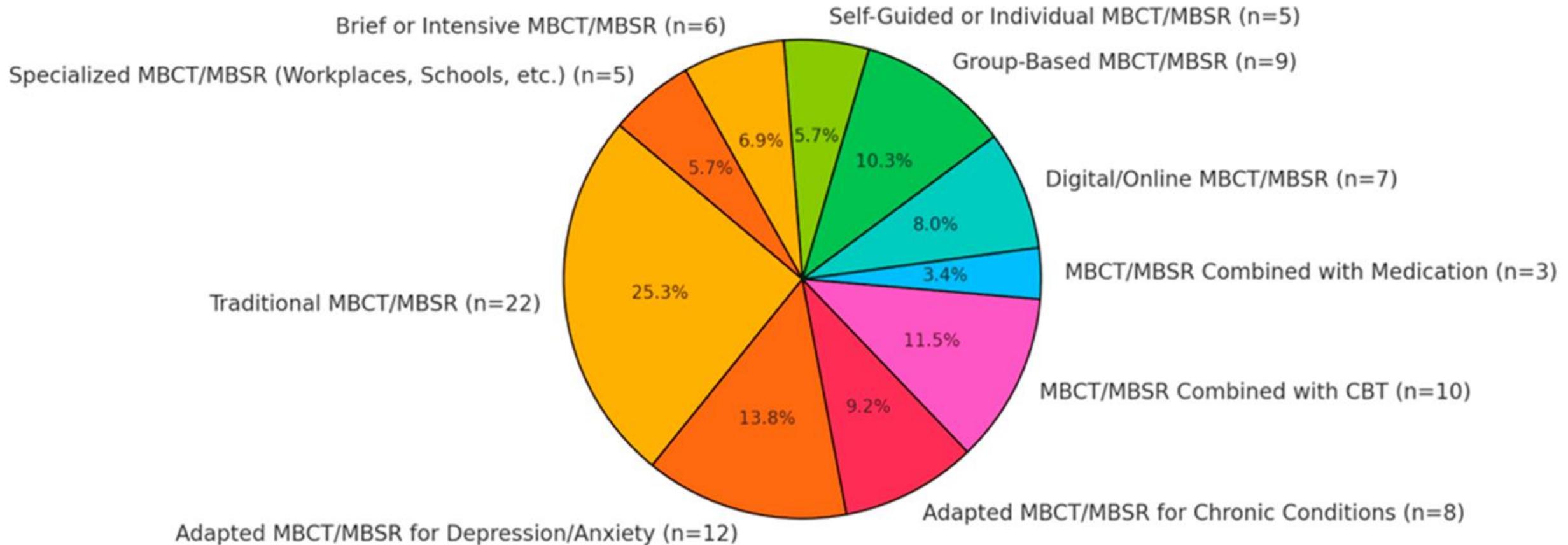
Mindfulness Based Stress Reduction

Uno dei primi programmi nati da questa filosofia è il **Mindfulness Based Stress Reduction (MBSR)**, che ha mostrato effetti benefici sul cervello e sul corpo.

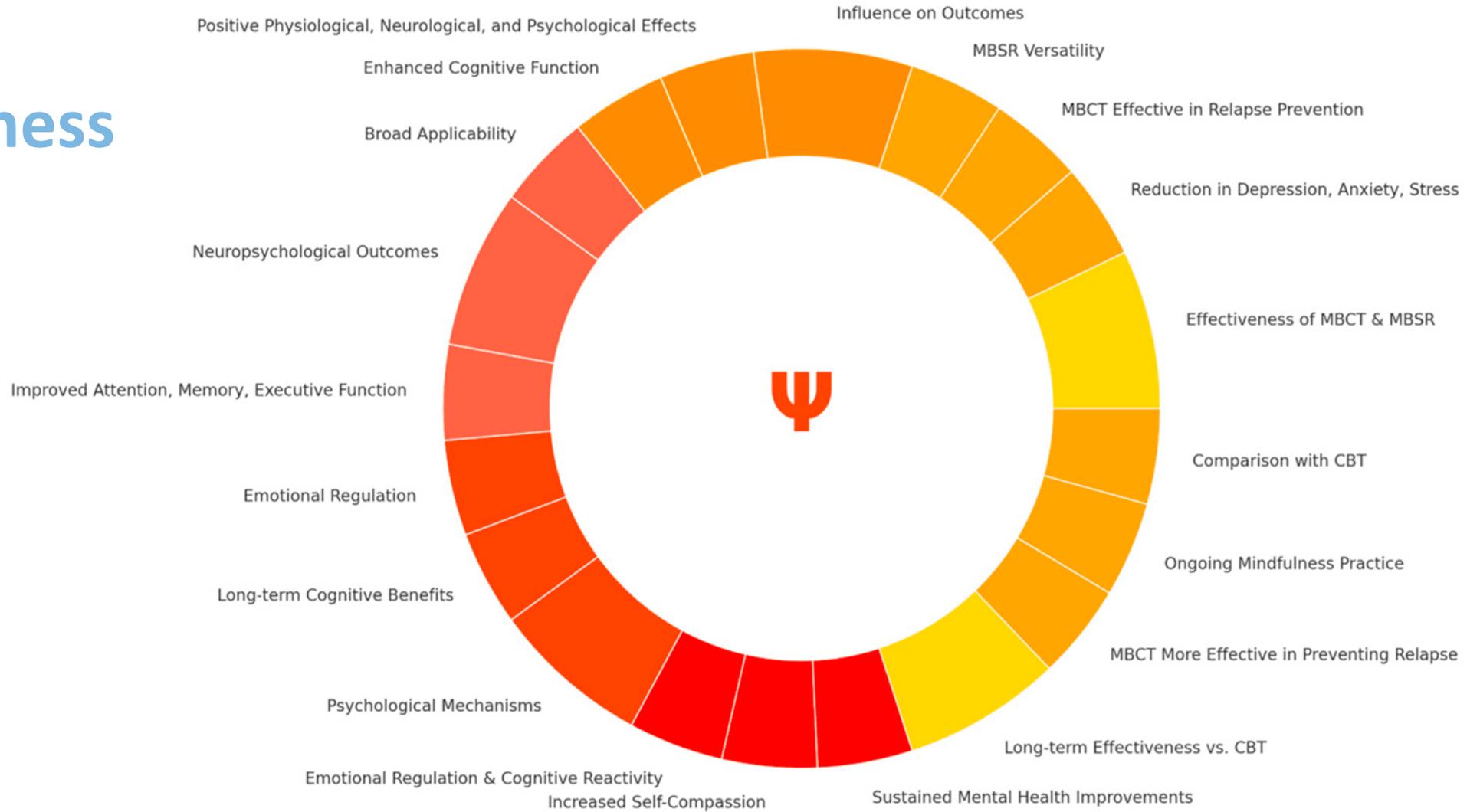
È stato dimostrato che la mindfulness permette miglioramenti significativi al benessere mentale di chi la pratica. Questi miglioramenti riguardano la capacità di concentrazione, il benessere soggettivo, il controllo dell'ansia, la prevenzione della depressione e la riduzione dello stress.

Vista la grande quantità di ricerche e studi clinici sugli effetti della mindfulness, questa pratica si è estesa ad altri ambiti, come quello lavorativo ed educativo mostrando anche in questi casi risultati positivi

Mindfulness review



Mindfulness review



MBI nelle scuole

Categoria	Risultati
Comportamento Prosociale	Miglioramenti significativi
Funzione esecutiva	Miglioramenti significativi
Attenzione	Miglioramenti significativi
Ansia	Riduzione significativa
Problemi di attenzione/ADHD	Riduzione significativa
Benessere	Alcuni miglioramenti, ma risultati misti
Depressione	Nessuno

Phan, 2022 -> 77 studi

MBI nelle scuole

Categoria	Risultati
Attenzione	Effetti moderati significativi
Mindfulness	Effetti moderati significativi
Performance accademica	Effetti piccoli significativi
Impulsività	Effetti piccoli significativi
Comportamento	Nessun effetto
Abilità interpersonali	Nessuno
Funzionamento scolastico	Nessuno

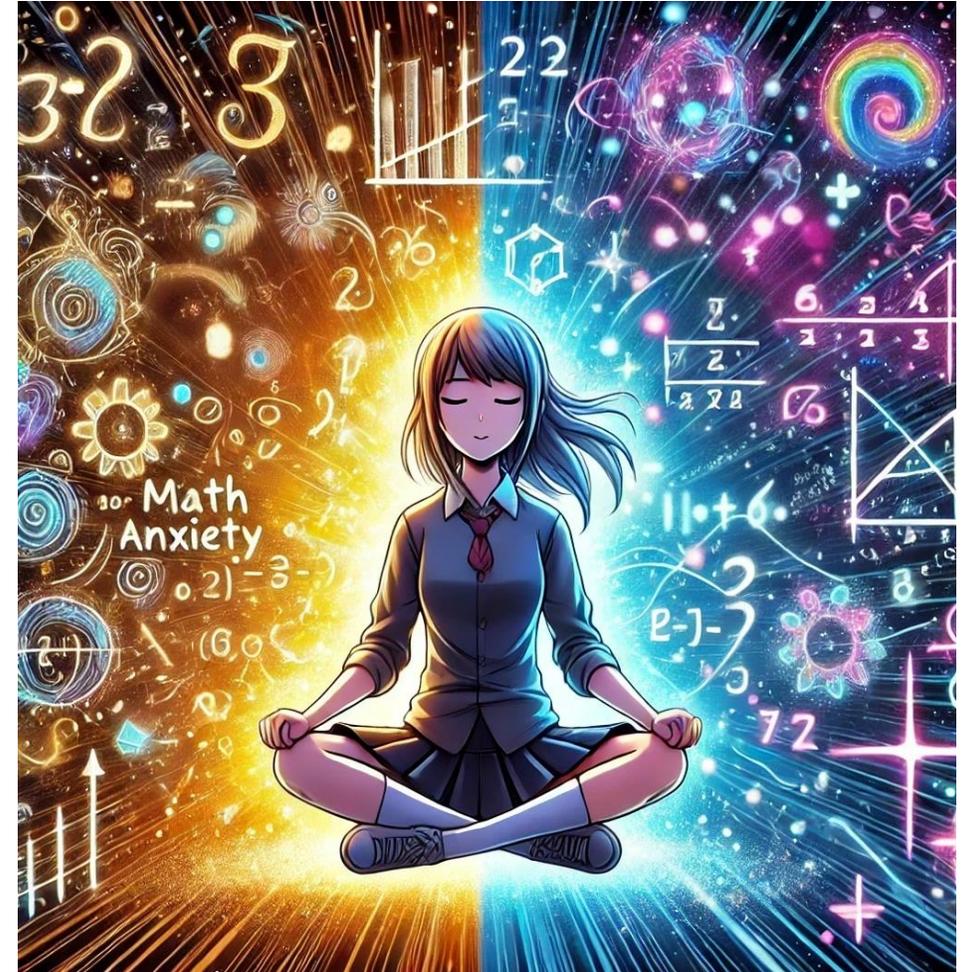
Mattler, 2023 -> 46 studi

MBI nelle scuole

Fattore	Effetti
Età	Effetti più forti nelle scuole superiori. Minimi in scuola elementare e università.
Facilitatore	Istruttori esperti
Programma	Adatto migliora mindfulness e adattamento scolastico
Controllo	Efficaci rispetto a gruppi di controllo che non praticano altri programmi

Mindfulness e matematica

La mindfulness potrebbe essere **particolarmente utile nello studio della matematica** poiché favorisce un **approccio più calmo e riflessivo ai problemi**, interrompendo il ciclo dell'ansia e potenziando la resilienza emotiva.



Evidenze scientifiche

Schonert-Reichl, 2015 -> 99 bambini delle scuole di IV e V grado sono stati suddivisi in due gruppi. Un gruppo ha seguito per 4 mesi un programma di mindfulness mostrando migliori performance sia nelle abilità sociali che nei punteggi in matematica.

Bellinger, 2015 -> studio che esplora il legame tra mindfulness, ansia da test e performance accademica in situazione di alta pressione e che mostra come la mindfulness possa aiutare in situazioni ad alto stress riducendo l'ansia e ottenendo migliori prestazioni

Zuo, 2023 -> associazioni positive tra mindfulness e performance

Correlati neurali

La pratica regolare della mindfulness **riduce l'attività dell'amigdala**, la struttura cerebrale coinvolta nella regolazione dello stress e delle emozioni negative.

Una **ridotta attivazione della Default Mode Network** (meno mind wandering) e un maggiore coinvolgimento di reti attenzionali

Grazie alla sua capacità di influenzare positivamente la **corteccia prefrontale**, la parte del cervello coinvolta nel controllo delle emozioni e della concentrazione, praticare la mindfulness sin da piccoli permette di potenziare l'autoregolazione e la pazienza, aiutando i bambini a gestire meglio situazioni di stress e conflitto.

App



Petit Bambou



Mindfulness App



Insight Timer

Mindfulness-Based Cognitive Therapy (MBCT) e Mindfulness-Based Stress Reduction (MBSR) sono programmi di otto settimane



Aula olistica???

L'Aula Olistica potrebbe essere uno spazio dedicato alla pratica della mindfulness, alla gestione dello stress e al benessere generale degli studenti

Mindfulness come strumento pratico ed efficace per raggiungere il Terzo Obiettivo per lo Sviluppo Sostenibile dell'ONU: buona salute e benessere

Videogiochi Open World?



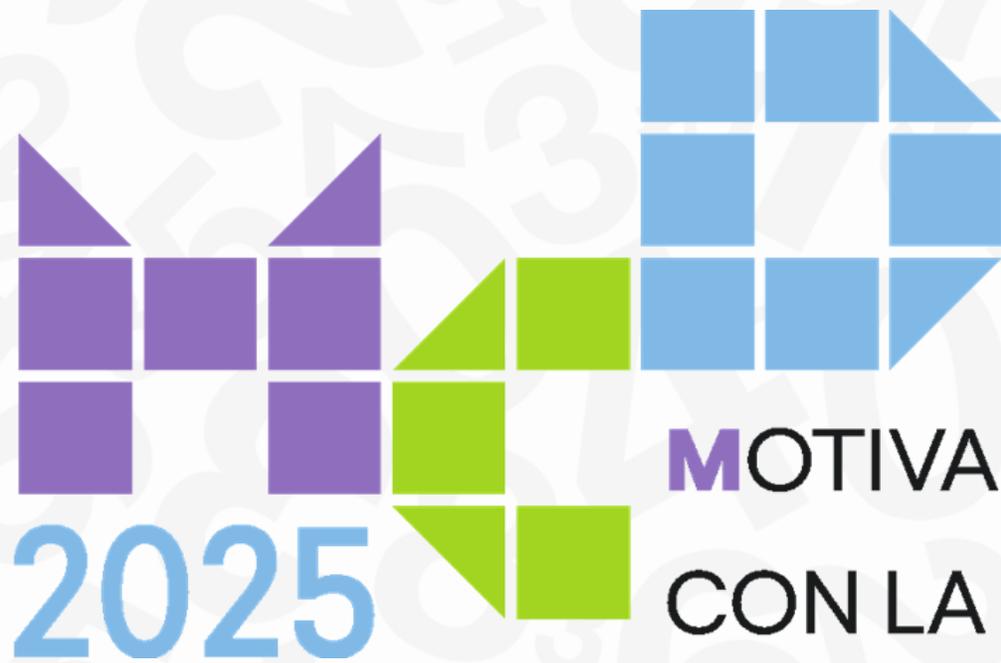


thank you!



Ti piacerebbe far parte di un progetto di ricerca che mira a studiare gli effetti della mindfulness su studenti e studentesse?

Se sì, scrivi a:



MOTIVARE, COINVOLGERE, DIVERTIRE
CON LA **MATEMATICA**



DEASCUOLA

Con il patrocinio di:



Consiglio Nazionale
delle Ricerche

In collaborazione con:



MaddMaths!
Matematica Divulgazione Didattica