



DEASCUOLA

INSEGNARE MATEMATICA

Insegnare con... Tutti i colori della Matematica Edizione verde

Relatori: Leonardo Sasso,
Enrico Zoli



Tutto sott'occhio

Tema A **UNITÀ 1** Richiami sulle disequazioni algebriche

5 Sistemi di disequazioni

DEFINIZIONE Sistema di disequazioni
Un insieme di due o più disequazioni, tutte nella stessa incognita, che si vuole siano soddisfatte contemporaneamente, si chiama sistema di disequazioni.

Le soluzioni di un sistema nell'incognita x sono i valori di x che soddisfano tutte le disequazioni che formano il sistema. Lo schema logico per risolvere un sistema di disequazioni si può riassumere come segue.

Schema per la risoluzione di un sistema di disequazioni

- > 1° passo Si risolvono le singole disequazioni del sistema.
- > 2° passo Aiutandosi con uno schema grafico si individua l'intersezione degli insiemi delle soluzioni delle singole disequazioni.
- > 3° passo Si scrive l'insieme delle soluzioni del sistema, dato dall'intersezione individuata al passo precedente.

ESEMPIO Sistema di disequazioni

Risolvi il sistema
$$\begin{cases} \frac{5-x}{x+2} \geq 0 \\ \frac{1}{2}x^2 + x > 4 \end{cases}$$

> 1° passo Risolviamo la prima disequazione del sistema, che è una disequazione fratta.

Segno del numeratore
 $5 - x > 0 \Rightarrow -x > -5 \Rightarrow x < 5$

Segno del denominatore
 $x + 2 > 0 \Rightarrow x > -2$

Possiamo dunque costruire la tabella dei segni mostrata a fianco.

	-2		5		x
segno di $5 - x$	+		+	0	-
segno di $x + 2$	-	0	+		+
segno di $\frac{5-x}{x+2}$	-	-	+	0	-

La prima disequazione è verificata quando la frazione algebrica $\frac{5-x}{x+2}$ è positiva o nulla, cioè per:
 $-2 < x \leq 5$

Insieme delle soluzioni S_1
 $-2 < x \leq 5$

Risolvi ora la seconda disequazione del sistema.

$\frac{1}{2}x^2 + x > 4 \Rightarrow x^2 + 2x > 8 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 > 0$

L'equazione associata, $x^2 + 2x - 8 = 0$, ha come soluzioni $x = -4$ e $x = 2$.
La seconda disequazione è dunque verificata negli intervalli esterni alle soluzioni, cioè per:
 $x < -4$ o $x > 2$

Insieme delle soluzioni S_2
 $x < -4$ o $x > 2$

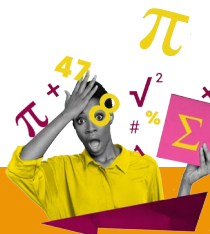
> 2° passo Costruiamo lo schema riassuntivo e troviamo l'intersezione delle singole soluzioni.

Rappresentiamo in un unico schema l'insieme S_1 delle soluzioni della prima disequazione e l'insieme S_2 delle soluzioni della seconda.

L'insieme S delle soluzioni del sistema è l'insieme $S_1 \cap S_2$ e corrisponde all'intervallo (colorato in giallo) dove, su tutte le righe blu, c'è una linea continua.

> 3° passo Concludiamo che il sistema è soddisfatto per $-4 < x < 2$.

- Unità più brevi e dai contenuti più omogenei.
- Paragrafi a pagine chiuse. Pagine bene ordinate, con «tutto sott'occhio», facilmente leggibili anche in versione eBook.



Nuovi esempi

Tema A

UNITÀ 2

Equazioni e disequazioni irrazionali o con valori assoluti

3 Equazioni con valori assoluti

Introduzione

In questo paragrafo vogliamo affrontare le equazioni e le disequazioni contenenti almeno un valore assoluto nel cui argomento compare l'incognita. Ricordiamo, anzitutto, la definizione di valore assoluto di un numero reale.

DEFINIZIONE Valore assoluto di un numero reale

Dato un numero reale x , si chiama valore assoluto (o modulo) di x , e si indica con il simbolo $|x|$, il numero reale così definito:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

ESEMPI

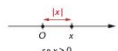
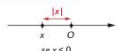
a. $|+3| = +3$ b. $|-4| = -(-4) = +4$ c. $|\sqrt{2} - \sqrt{5}| = -(\sqrt{2} - \sqrt{5}) = \sqrt{5} - \sqrt{2}$
 Perché $+3 > 0$ Perché $-4 < 0$ Perché $\sqrt{2} - \sqrt{5} < 0$

APPLICA IL CONCETTO Temperature

Supponiamo che due macchinari abbiano temperature di esercizio T_1 e T_2 , che differiscono di 5°C . In assenza di ulteriori informazioni non sappiamo se $T_1 > T_2$ o se $T_1 < T_2$, quindi non possiamo formalizzare l'informazione data né scrivendo che $T_1 - T_2 = 5^\circ\text{C}$ né scrivendo che $T_2 - T_1 = 5^\circ\text{C}$. La formalizzazione corretta in questo caso è $|T_1 - T_2| = 5^\circ\text{C}$.

RIFLETTI

1. Per come è definito, il valore assoluto di un numero reale è sempre non negativo. 2. Se rappresentiamo il numero x sulla retta reale, allora $|x|$ rappresenta la distanza dall'origine del punto corrispondente a x .



5 Sistemi di disequazioni

UNITÀ 1

Tema A

FISSA IL CONCETTO Trascurare una disequazione sempre verificata

Risolvi il sistema $\begin{cases} (x+1)^2 + x^2 \geq 0 \\ (x^2 - 3x)^3 < 0 \end{cases}$

Osserva la prima disequazione del sistema: il primo membro è la somma di due quadrati, quindi è certamente non negativo per ogni valore di x . Ne segue che la prima disequazione è sempre verificata, perciò può essere trascurata, perché non influisce sulle soluzioni del sistema (sai giustificare perché?).

Il sistema è allora equivalente alla seconda disequazione, che risolviamo:

$$(x^2 - 3x)^3 < 0 \Rightarrow x^2 - 3x < 0 \Rightarrow 0 < x < 3$$

Concludiamo che il sistema è soddisfatto per $0 < x < 3$.

FISSA IL CONCETTO Riconoscere un sistema impossibile

Risolvi il sistema $\begin{cases} x^3 + x - 1 \geq 0 \\ x^2 - x + 1 < 0 \end{cases}$

Non preoccuparti del fatto che la prima disequazione (di terzo grado) è di problematica risoluzione. Infatti, osservando che la seconda disequazione del sistema non è mai verificata (perché?), possiamo senz'altro concludere che il sistema è impossibile.

APPLICA IL CONCETTO Esistenza di un triangolo

Per quali valori di x esiste un triangolo i cui lati misurano $x + 2$, $5 - x$ e $2x$?

Non per tutti i valori di x è possibile costruire un triangolo i cui lati hanno le misure date. Per esempio, se $x = 4$, il triangolo dovrebbe avere i lati di misure 6, 1 e 8: ma un tale triangolo non può esistere perché, se proviamo a costruirlo geometricamente, è evidente che «non si chiude» (ossia le circonferenze tratteggiate in figura non hanno punti di intersezione). Affinché il triangolo esista devono essere soddisfatte le *disuguaglianze triangolari*, cioè la misura di ogni lato deve essere minore della somma delle misure degli altri due; pertanto risolvere il problema equivale a determinare per quali valori di x sono soddisfatte, contemporaneamente, le seguenti disequazioni:

$$x + 2 > 0 \wedge 5 - x > 0 \wedge 2x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 5$$

$$x + 2 < (5 - x) + 2x$$

$$5 - x < (x + 2) + 2x$$

$$2x < (x + 2) + (5 - x)$$

Condizioni che assicurano la positività delle misure dei tre lati

Disuguaglianza triangolare

Disuguaglianza triangolare

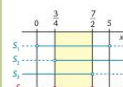
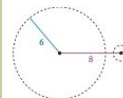
Disuguaglianza triangolare

Deve quindi essere soddisfatto il sistema seguente, che risolviamo:

$$\begin{cases} 0 < x < 5 \\ x + 2 < 5 - x + 2x \\ 5 - x < x + 2 + 2x \\ 2x < x + 2 + 5 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 5 \\ -4x < -3 \\ x < \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 5 \\ x > \frac{3}{4} \\ x < \frac{7}{2} \end{cases}$$

Autandoci con lo schema consueto (a lato), concludiamo che il sistema è soddisfatto se e solo se: $\frac{3}{4} < x < \frac{7}{2}$.

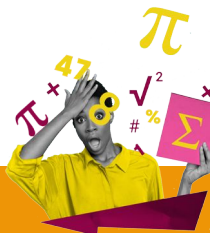
In conclusione, esiste un triangolo i cui lati hanno le misure assegnate se e solo se x appartiene a tale intervallo.



Esercizi p. 38

15

Diverse tipologie nuove di esempi: esempi brevi agganciati alle definizioni, "Applica il concetto", "Fissa il concetto".



Educazione civica

Il percorso di educazione civica, articolato in cinque temi (immediatamente riconoscibili), si snoda attraverso esempi, problemi, esercizi e compiti di realtà.



Esercizi p. 111

APPLICA IL CONCETTO Inquinamento

AMBIENTE E SOSTENIBILITÀ

In seguito a un incidente, una nave cisterna perde petrolio, che forma una chiazza approssimativamente circolare. Il raggio della chiazza (in metri), dopo un tempo t (in ore) dall'istante in cui è iniziata la perdita, è espresso dalla funzione $r(t) = 50 \cdot \sqrt{t}$. Qual è la funzione che esprime l'area della chiazza in funzione del tempo? Quale sarà l'area della chiazza dopo 1 giorno?

L'area della chiazza è espressa, in funzione del raggio, dalla funzione $A(r) = \pi r^2$. Per esprimere l'area in funzione del tempo, dobbiamo determinare la funzione composta:

$$(A \circ r)(t) = A(r(t)) = \pi[r(t)]^2 = \pi[50 \cdot \sqrt{t}]^2 = 2500\pi t$$

L'area (in metri quadrati) della chiazza dopo 1 giorno, cioè dopo 24 ore, sarà:

$$(A \circ r)(24) = 2500\pi \cdot 24 \approx 188\,496$$

Considerando le varie approssimazioni implicite nel modello, è ragionevole stimare che dopo 1 giorno la chiazza occupi circa 190 000 m².

474 **SICUREZZA** Lo spazio di arresto s (in metri) per un'auto che sta viaggiando alla velocità di 50 km/h su una strada bagnata, con una pendenza x , è dato con buona approssimazione dalla formula:

$$s = \frac{50}{2 + 5x} \quad [^*]$$

La formula è valida per le pendenze stradali comunemente ammissibili, che di norma non superano il 10%; inoltre può essere utilizzata sia per strade in salita, esprimendo la pendenza x tramite un numero positivo, sia per le strade in discesa, esprimendo la pendenza x tramite un numero negativo. Stabilisci, in base alla formula $[^*]$:

- qual è lo spazio di arresto su una strada in salita, avente una pendenza del 5%;
- qual è lo spazio di arresto su una strada in discesa, avente una pendenza del 5%;
- a quali pendenze corrisponde uno spazio di arresto compreso tra i 20 m e i 32 m.

Nella risposta al punto c



APPLICA IL CONCETTO Exit poll

INFORMAZIONE/CONSAPEVOLE

I risultati di un exit poll indicano che il candidato vincente ha ricevuto il 58% dei voti, con un margine di errore (assoluto) del 2%. Indicata con x la percentuale di voti realmente ricevuta dal candidato, scriviamo una disequazione che esprime l'intervallo entro cui può variare x .

L'errore assoluto cui è soggetta la stima del 58% è espresso dal valore assoluto della differenza tra il valore reale (x) e il valore stimato (58%), cioè è dato dall'espressione $|x - 58\%|$. Il margine di errore indica l'errore massimo da cui è affetta la stima, quindi l'informazione data si traduce nella disequazione: $|x - 58\%| \leq 2\%$, che è verificata nell'intervallo $56\% \leq x \leq 60\%$. In casi come questi si usa dire che il candidato è primo negli exit poll «con una forbice compresa tra il 56% e il 60%».



APPLICA IL CONCETTO

Tasso di contagio R_0

SALUTE E PREVENZIONE



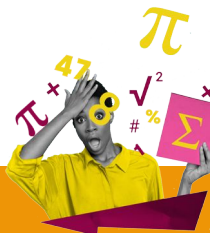
Il numero di riproduzione R_0 di una malattia infettiva viene definito come il numero medio di infezioni trasmesse da un individuo infetto in assenza di misure di prevenzione e contenimento. Discutiamo l'evoluzione dell'epidemia, al variare di R_0 .

Indichiamo con N il numero di «pazienti zero», cioè il numero di persone infette all'inizio del fenomeno epidemico osservato: essi infetteranno (in media)

EDUCAZIONE FINANZIARIA

Se un capitale C è investito per 2 anni in regime di capitalizzazione composta affinché generi un montante M (il montante è la somma tra il capitale iniziale e gli interessi maturati), il tasso i deve essere espresso dalla formula $i = \sqrt{\frac{M}{C}} - 1$.

- la formula che esprime M in funzione di C e di i ;
- la formula che esprime C in funzione di M e di i .



Schemi, grafici e sintesi

Largo impiego di schemi, tabelle, grafici, prospetti di sintesi.

Tema A

UNITÀ 2

Equazioni e disequazioni irrazionali o con valori assoluti

L'incognita compare in più di un radicale quadratico

In questo caso, più generale, il procedimento per risolvere l'equazione si struttura come schematizzato di seguito.

Schema risolutivo generale

> 1° passo si determinano le condizioni di esistenza dell'equazione.

> 2° passo Si eseguono opportuni elevamenti al quadrato in modo da ricondursi a un'equazione razionale oppure a un'equazione irrazionale del tipo $\sqrt{A(x)} = B(x)$ (è meglio eseguire elevamenti al quadrato tra espressioni non negative, in modo da non introdurre soluzioni estranee).

> 3° passo Si confrontano le soluzioni trovate con le condizioni di esistenza e si scartano quelle che non le soddisfanno.

SINTESI

Procedimento per ricavare l'equazione della funzione inversa di una funzione data

1. Nell'equazione $y = f(x)$ si sostituisce y al posto di x e x al posto di y , ottenendo così l'equazione $x = f(y)$.
2. Se possibile, si risolve l'equazione $x = f(y)$ rispetto a y in modo da ottenere l'equazione esplicita di f^{-1} .

Generalizzando il procedimento appena applicato, possiamo concludere che le soluzioni di un'equazione del tipo $|A(x)| = B(x)$ sono i valori di x per cui:

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) = B(x) \end{cases} \vee \begin{cases} A(x) < 0 \\ -A(x) = B(x) \end{cases}$$

Questo metodo si semplifica quando $B(x)$, anziché essere un'espressione algebrica, è un numero reale k . La tabella spiega come.

Tipo di equazione	Osservazioni	Esempio
$ A(x) = k$, con $k < 0$	L'equazione non può avere soluzioni poiché il valore assoluto di un numero è sempre non negativo.	L'equazione $ x^2 + x = -2$ è impossibile.
$ A(x) = 0$	L'equazione data equivale all'equazione $A(x) = 0$ poiché il valore assoluto di un numero è zero se e solo se il numero stesso è zero.	L'equazione $ x^2 + 2x = 0$ equivale a $x^2 + 2x = 0$, che ha per soluzioni: $x = -2 \vee x = 0$ L'insieme delle soluzioni dell'equazione è $S = \{-2, 0\}$.
$ A(x) = k$, con $k > 0$	Poiché il valore assoluto di un numero è k se e solo se il numero è uguale a $\pm k$, l'equazione equivale a: $A(x) = -k \vee A(x) = k$	L'equazione $ x - 5 = 4$ equivale a: $x - 5 = -4 \vee x - 5 = 4$ $x = 1 \vee x = 9$ L'insieme delle soluzioni dell'equazione è $S = \{1, 9\}$.

Tema A

UNITÀ 3

Funzioni reali di variabile reale

ESEMPIO Tracciare il grafico dell'inversa di una funzione

In Fig. 21 è tracciato il grafico di una funzione invertibile. Tracciamo il grafico della funzione inversa.

Osserviamo che il grafico in Fig. 21 passa per i punti di coordinate $(-5, -5)$, $(1, -2)$, $(3, 1)$ e $(7, 3)$. Il grafico della funzione inversa passerà per i simmetrici di questi punti rispetto alla bisettrice del primo e del terzo quadrante. Pertanto, dovrà passare per i punti di coordinate $(-5, -5)$, $(-2, 1)$, $(1, 3)$ e $(3, 7)$.

Il grafico della funzione inversa è quindi quello in rosso nella Fig. 22.

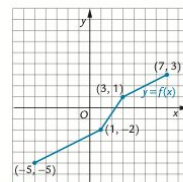


Figura 21

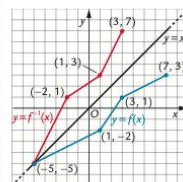
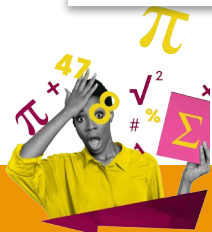


Figura 22



Visualizzare e collegare

2. Equazione generale della retta nel piano cartesiano

UNITÀ 5

Tema A

COLLEGA LE IDEE Le equazioni dei vari tipi di retta

Riassumiamo i risultati ottenuti in questo paragrafo nella seguente tabella, evidenziando i coefficienti angolari dei vari tipi di retta.

Tipo di retta	Equazione della retta	Grafico	Coefficiente angolare della retta
Retta parallela all'asse x	$y = k$		Il coefficiente angolare è zero
Retta parallela all'asse y	$x = h$		Il coefficiente angolare non è definito
Retta passante per l'origine	$y = mx$		Il coefficiente angolare è m
Retta generica non parallela all'asse y	$y = mx + q$		Il coefficiente angolare è m

Nota che ogni retta non parallela all'asse y , avendo un'equazione del tipo $y = mx + q$, è il grafico di una funzione lineare; al contrario, le rette parallele all'asse y non rappresentano il grafico di una funzione perché a un solo valore di x corrispondono infiniti valori di y (cioè porta come conseguenza che per queste rette il coefficiente angolare non è definito).

L'equazione $ax + by + c = 0$ (con a e b non entrambi nulli) comprende tutti i tipi di retta, come riassunto nella tabella seguente.

Retta parallela all'asse x	Retta parallela all'asse y	Retta passante per l'origine	Retta obliqua, non parallela agli assi
$ax + by + c = 0$ con $a = 0$	$ax + by + c = 0$ con $b = 0$	$ax + by + c = 0$ con $c = 0$	$ax + by + c = 0$ con $a \neq 0$ e $b \neq 0$
			

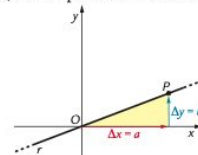
Esercizi p. 186

167

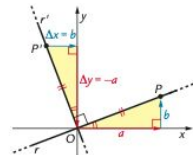
Potenziare le rubriche:
“Visualizza le idee”,
“Collega le idee”

VISUALIZZA LE IDEE Relazione di perpendicolarità tra due rette nel piano cartesiano

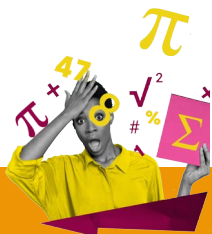
Una visualizzazione della relazione tra i coefficienti angolari di due rette perpendicolari è illustrata nella figura seguente (nel caso particolare di due rette passanti per l'origine).



a. La retta r passa per l'origine e per il punto P ; il suo coefficiente angolare sarà: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{b}{a}$.



b. La retta r' , passante per l'origine e per P' (corrispondente di P nella rotazione di 90° in senso orario), è perpendicolare a r ; il suo coefficiente angolare sarà: $m' = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-a}{b}$.



Per l'inclusione



Percorso delle idee Geometria analitica delle rette

Equazione di una retta nel piano cartesiano

Una retta nel piano cartesiano è rappresentata da un'equazione del tipo:
 $ax + by + c = 0$, con a e b non entrambi nulli.
 equazione della retta in forma implicita

Equazioni di rette particolari

Equazioni delle rette parallele agli assi

- Una retta parallela all'asse x ha equazione del tipo $y = k$.
- Una retta parallela all'asse y ha equazione del tipo $x = h$.



In particolare l'asse x ha equazione $y = 0$ e l'asse y ha equazione $x = 0$.

Equazione di una retta passante per l'origine

$y = mx$
 coefficiente angolare
 rappresenta una retta generica passante per l'origine degli assi, distinta dall'asse y .

Equazione di una retta in forma esplicita

$y = mx + q$
 coefficiente angolare ordinata all'origine
 rappresenta una retta generica nel piano, non parallela all'asse y .

Pendenza di una retta

Il coefficiente angolare m rappresenta la pendenza della retta, cioè il rapporto tra la variazione delle ordinate e la variazione delle ascisse nel passaggio da un punto P a un punto Q .



In particolare:
 • se la retta passa per l'origine, la sua pendenza è uguale al rapporto tra l'ordinata e l'ascissa di un suo punto qualsiasi (diverso dall'origine):
 $m = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$

- se la retta è parallela all'asse x la sua pendenza è 0;
- se la retta è parallela all'asse y la sua pendenza non è definita.

Geometria analitica delle rette UNITÀ 5

Condizioni di parallelismo e perpendicolarità

Condizione di parallelismo

Le due rette di equazioni:
 $y = mx + q$ e $y = m'x + q'$
 sono parallele se e solo se:
 $m = m'$

ESEMPIO
 Le rette di equazioni $y = \frac{1}{2}x + 1$ e $y = \frac{1}{2}x + 3$ sono parallele.

Condizione di perpendicolarità

Le due rette di equazioni:
 $y = mx + q$ e $y = m'x + q'$
 sono perpendicolari se e solo se:
 $m \cdot m' = -1$

ESEMPIO
 Le rette di equazioni $y = 5x - 2$ e $y = -\frac{1}{5}x + 1$ sono perpendicolari.

Condizioni per determinare l'equazione di una retta

Retta passante per un punto

Equazione della retta passante per $P(x_0, y_0)$ e di coefficiente angolare m :
 $y - y_0 = m(x - x_0)$

ESEMPIO
 Determiniamo l'equazione della retta s passante per $P(1, -2)$ e parallela alla retta $r: 2x - y + 3 = 0$.
 Poiché $m_r = 2$, si ha:
 $s: y - (-2) = 2(x - 1) \Rightarrow y = 2x - 4$

Retta passante per due punti

Dati i punti $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$, si ha:
 • coefficiente angolare: $m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 • equazione della retta: $y - y_1 = m_{AB}(x - x_1)$

ESEMPIO
 Determiniamo l'equazione della retta r passante per $A(1, 3)$ e $B(-2, 1)$.
 $m_{AB} = \frac{1 - 3}{-2 - 1} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$
 $r: y - 3 = \frac{2}{3}(x - 1) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$

Asse di un segmento

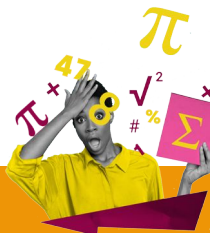
L'equazione dell'asse di un segmento AB si determina come equazione della retta passante per il punto medio di AB e perpendicolare alla retta AB .

Formula distanza punto-retta

La distanza tra un punto $P(x_0, y_0)$ e una retta r di equazione $ax + by + c = 0$ è:
 $d(P, r) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

ESEMPIO
 La distanza del punto $P(1, 2)$ dalla retta di equazione $3x + 4y - 1 = 0$ è:
 $d = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{10}{5} = 2$

“Percorsi delle idee”: mappe di sintesi con caratteri ad alta leggibilità



UNITÀ

1

> Tema A

Richiami sulle disequazioni algebriche

DEAFLEX

- Disequazioni di primo grado
- Disequazioni di secondo grado

In digitale

- Approfondimenti
- Figure animate
- Con GeoGebra
- Esercizi interattivi

1 Disequazioni di primo grado

Il grado di una disequazione

Iniziamo il nostro percorso rivedendo i metodi risolutivi delle disequazioni algebriche, intere e frazionarie. Prima, però, ricordiamo il concetto di grado di una disequazione. Una disequazione intera nell'incognita x può sempre venire ricondotta, portando tutti i termini al primo membro e riducendo gli eventuali termini simili, alla forma normale della disequazione, ossia a una delle forme

$$P(x) < 0 \quad P(x) > 0 \quad P(x) \leq 0 \quad P(x) \geq 0$$

Se $P(x)$ è un polinomio che non contiene termini simili, si dice grado della disequazione il grado di $P(x)$.

Le disequazioni di primo grado

Come sai, per risolvere una disequazione intera di primo grado nell'incognita x , ossia una disequazione che si può condurre alla forma $ax < b$ o a forma analoga dove il simbolo $<$ è sostituito da $>$, $\leq$, $\geq$, si procede in modo del tutto analogo alla risoluzione delle equazioni di primo grado, eccetto che per il seguente aspetto: quando si moltiplicano o si dividono entrambi i membri di una disequazione per un numero negativo occorre ricordare di cambiare il verso della disequazione; il verso, invece, resta invariato se il numero per cui si moltiplicano o si dividono i due membri è positivo (per il secondo principio di equivalenza delle disequazioni).

ESEMPIO Disequazioni di primo grado numeriche intere

Risoliamo le seguenti disequazioni:

$$a. -3x + 2 < x + 8 \quad b. (x+1)^2 < 2x + x^2 \quad c. (x+1)(x-1) \leq x^2$$

$$a. -3x + 2 < x + 8 \Rightarrow -3x - x < 8 - 2 \Rightarrow -4x < 6 \Rightarrow x > -\frac{3}{2}$$

$$b. (x+1)^2 < 2x + x^2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 < 2x + x^2 \Rightarrow 0 < -1$$

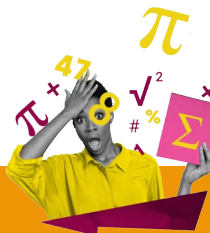
$$c. (x+1)(x-1) \leq x^2 \Rightarrow x^2 - 1 \leq x^2 \Rightarrow -1 \leq 0$$

La disequaglianza è sempre vera, quindi la disequazione è soddisfatta per ogni valore reale di x .

PER SAPERNE DI PIÙ Interpretazione geometrica del secondo principio di equivalenza delle disequazioni

Il secondo principio di equivalenza per le disequazioni richiamato nello svolgimento dell'esempio precedente è spesso causa di errori, per cui vale la pena di riflettere sui perché occorre cambiare il verso di una disequazione, quando si cambia il segno in entrambi i membri. Una spiegazione di tipo geometrico è illustrata in figura nel caso particolare della disequaglianza $2 < 3$: moltiplicare i due membri per -1 equivale a effettuare una simmetria rispetto all'origine dei due punti A e B che rappresentano 2 e 3 sulla retta reale. Una simmetria rispetto all'origine inverte però l'ordine di una coppia di punti; vale a dire A è a sinistra di B , mentre A' è a destra di B' ; ecco perché dobbiamo invertire il verso della disequaglianza.

Rubriche “Per saperne di più”
(nella teoria),
approfondimenti
(disponibili nell'ebook),
rubriche “Argomentare”
(negli esercizi),
esercizi di livello 3 ed esercizi
dalle gare.



Revisione della gradualità - esercizi

UNITÀ

5

> Tema A

Esercizi

1. Funzioni lineari

Teoria p. 161

Esercizi introduttivi

1. Vero o falso?

- la funzione di equazione $y = -x - 1$ è lineare
- il coefficiente angolare della retta di equazione $y = mx + q$ è mx
- le funzioni costanti di equazione $y = k$ sono rappresentate da rette verticali (parallele all'asse y)
- la retta di equazione $y = 2x - 5$ interseca l'asse x in un punto di ascissa positiva

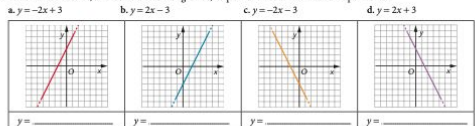
☐ F
☐ F
☐ F
☐ F

[2 affermazioni vere e 2 false]

2. Completa, individuando il coefficiente angolare m e l'ordinata all'origine q .

- | | | | | |
|-----------------|-------------|-------------------------------------|-------------|-------------|
| a. $y = 2x - 3$ | $m =$ _____ | d. $y = x$ | $m =$ _____ | $q =$ _____ |
| b. $y = -x + 1$ | $q =$ _____ | e. $y = -x$ | $m =$ _____ | $q =$ _____ |
| c. $y = 1$ | $q =$ _____ | f. $y = \frac{3}{2} - \frac{2}{3}x$ | $m =$ _____ | $q =$ _____ |

3. Interpretare grafici. Ciascuna delle rette disegnate nelle seguenti figure è il grafico di una delle seguenti funzioni lineari. Scrivi, al di sotto di ciascun grafico, l'equazione della funzione corrispondente.



Il grafico della funzione lineare e delle funzioni lineari a tratti

4. ESERCIZIO GUIDATA

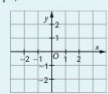
Traccia, per punti, il grafico della funzione lineare $y = -\frac{x}{3} + 2$.

- Considerando l'uguaglianza $y = -\frac{x}{3} + 2 = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{1}$ è facile riconoscere che la funzione proposta è lineare, con coefficiente angolare _____ e ordinata all'origine _____. Il grafico è pertanto una retta (obliqua).

Per tracciarlo ti sarà sufficiente individuare le coordinate di due suoi punti, per esempio completando la tabella:

x	-1	2
$y = f(x)$	_____	_____

- Non ti resta che marcare i due punti individuati nel piano cartesiano e tracciare la retta per essi.



Traccia, per punti, i grafici delle seguenti funzioni lineari.

- | | | | |
|------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 5. $y = -\frac{2}{3}x$ | 6. $y = 3x - 4$ | 7. $y = -\frac{3}{2}x + 3$ | 8. $y = -\frac{2}{3}x + 2$ |
| 9. $y = \frac{3}{2}x$ | 10. $y = -2x + 3$ | 11. $y = -x + 1$ | 12. $y = -0,2x + 2$ |
| 13. $y = x + 2$ | 14. $y = \frac{3}{2}x - 1$ | 15. $y = 2,5x - 4$ | 16. $y = 2,3x - 1$ |
| 17. $y = -2x$ | 18. $y = \frac{1}{2}x + 1$ | 19. $y = \frac{3}{2}x - 3$ | |

178

- Particolare attenzione alla gradualità e alla sequenzialità degli esercizi.
- Numerosi esercizi svolti / guidati; suggerimenti; consegne ben definite.

Problemi di scelta (confronto tra funzioni lineari)

77. ESERCIZIO SVOLTO

Paolo vuole frequentare una palestra per un mese e si trova a dover scegliere tra le seguenti tre possibilità:

- la palestra 1 richiede un costo fisso di iscrizione di 25 euro, più 5 euro per ogni ingresso;
- la palestra 2 richiede un costo fisso di iscrizione di 15 euro, più 7 euro per ogni ingresso;
- la palestra 3 richiede un abbonamento mensile di 85 euro, senza limiti di ingresso.

Qual è la scelta più conveniente per Paolo?

Indichiamo con x il numero di ingressi previsti in un mese e con y la corrispondente spesa; x potrà variare nell'insieme dei numeri naturali. Abbiamo che:

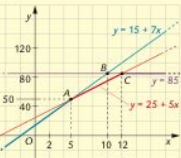
- la spesa per frequentare la palestra 1 è espressa dalla funzione $y = 25 + 5x$;
- la spesa per frequentare la palestra 2 è espressa dalla funzione $y = 15 + 7x$;
- la spesa per frequentare la palestra 3 è espressa dalla funzione $y = 85$.

Ai fini della risoluzione del problema è importante determinare le coordinate dei punti di intersezione A, B e C dei grafici che abbiamo annotato in figura.

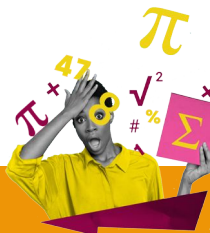
Risolvi quindi i tre sistemi:

$$\begin{cases} y = 25 + 5x \\ y = 15 + 7x \end{cases} \Rightarrow A(5, 50) \quad \begin{cases} y = 15 + 7x \\ y = 85 \end{cases} \Rightarrow B(10, 85) \quad \begin{cases} y = 25 + 5x \\ y = 85 \end{cases} \Rightarrow C(12, 85)$$

La linea di «minore costo» è quella che abbiamo evidenziato con maggiore spessore: essa è costituita per $x < 5$ dalla retta blu (corrispondente alla palestra 2); per $5 < x < 12$ dalla retta rossa (corrispondente alla palestra 1) e per $x > 12$ dalla retta viola (corrispondente alla palestra 3). Le conclusioni sono a questo punto immediate.



183



Collegamenti con la realtà

Realtà e modelli

677 Promozione al supermercato. Una promozione prevede uno sconto di 4 euro ogni 20 euro di spesa, non frazionabili, previa consegna dei necessari buoni sconto. Indica con x l'importo della spesa e con y il corrispondente sconto. Scrivi l'espressione analitica della funzione che esprime y in funzione di x , considerando $0 < x \leq 60$, e rappresentala graficamente.

681 **685** **689** **693** **697** **701** **705** **709** **713** **717** **721** **725** **729** **733** **737** **741** **745** **749** **753** **757** **761** **765** **769** **773** **777** **781** **785** **789** **793** **797** **801** **805** **809** **813** **817** **821** **825** **829** **833** **837** **841** **845** **849** **853** **857** **861** **865** **869** **873** **877** **881** **885** **889** **893** **897** **901** **905** **909** **913** **917** **921** **925** **929** **933** **937** **941** **945** **949** **953** **957** **961** **965** **969** **973** **977** **981** **985** **989** **993** **997** **1001** **1005** **1009** **1013** **1017** **1021** **1025** **1029** **1033** **1037** **1041** **1045** **1049** **1053** **1057** **1061** **1065** **1069** **1073** **1077** **1081** **1085** **1089** **1093** **1097** **1101** **1105** **1109** **1113** **1117** **1121** **1125** **1129** **1133** **1137** **1141** **1145** **1149** **1153** **1157** **1161** **1165** **1169** **1173** **1177** **1181** **1185** **1189** **1193** **1197** **1201** **1205** **1209** **1213** **1217** **1221** **1225** **1229** **1233** **1237** **1241** **1245** **1249** **1253** **1257** **1261** **1265** **1269** **1273** **1277** **1281** **1285** **1289** **1293** **1297** **1301** **1305** **1309** **1313** **1317** **1321** **1325** **1329** **1333** **1337** **1341** **1345** **1349** **1353** **1357** **1361** **1365** **1369** **1373** **1377** **1381** **1385** **1389** **1393** **1397** **1401** **1405** **1409** **1413** **1417** **1421** **1425** **1429** **1433** **1437** **1441** **1445** **1449** **1453** **1457** **1461** **1465** **1469** **1473** **1477** **1481** **1485** **1489** **1493** **1497** **1501** **1505** **1509** **1513** **1517** **1521** **1525** **1529** **1533** **1537** **1541** **1545** **1549** **1553** **1557** **1561** **1565** **1569** **1573** **1577** **1581** **1585** **1589** **1593** **1597** **1601** **1605** **1609** **1613** **1617** **1621** **1625** **1629** **1633** **1637** **1641** **1645** **1649** **1653** **1657** **1661** **1665** **1669** **1673** **1677** **1681** **1685** **1689** **1693** **1697** **1701** **1705** **1709** **1713** **1717** **1721** **1725** **1729** **1733** **1737** **1741** **1745** **1749** **1753** **1757** **1761** **1765** **1769** **1773** **1777** **1781** **1785** **1789** **1793** **1797** **1801** **1805** **1809** **1813** **1817** **1821** **1825** **1829** **1833** **1837** **1841** **1845** **1849** **1853** **1857** **1861** **1865** **1869** **1873** **1877** **1881** **1885** **1889** **1893** **1897** **1901** **1905** **1909** **1913** **1917** **1921** **1925** **1929** **1933** **1937** **1941** **1945** **1949** **1953** **1957** **1961** **1965** **1969** **1973** **1977** **1981** **1985** **1989** **1993** **1997** **2001** **2005** **2009** **2013** **2017** **2021** **2025** **2029** **2033** **2037** **2041** **2045** **2049** **2053** **2057** **2061** **2065** **2069** **2073** **2077** **2081** **2085** **2089** **2093** **2097** **2101** **2105** **2109** **2113** **2117** **2121** **2125** **2129** **2133** **2137** **2141** **2145** **2149** **2153** **2157** **2161** **2165** **2169** **2173** **2177** **2181** **2185** **2189** **2193** **2197** **2201** **2205** **2209** **2213** **2217** **2221** **2225** **2229** **2233** **2237** **2241** **2245** **2249** **2253** **2257** **2261** **2265** **2269** **2273** **2277** **2281** **2285** **2289** **2293** **2297** **2301** **2305** **2309** **2313** **2317** **2321** **2325** **2329** **2333** **2337** **2341** **2345** **2349** **2353** **2357** **2361** **2365** **2369** **2373** **2377** **2381** **2385** **2389** **2393** **2397** **2401** **2405** **2409** **2413** **2417** **2421** **2425** **2429** **2433** **2437** **2441** **2445** **2449** **2453** **2457** **2461** **2465** **2469** **2473** **2477** **2481** **2485** **2489** **2493** **2497** **2501** **2505** **2509** **2513** **2517** **2521** **2525** **2529** **2533** **2537** **2541** **2545** **2549** **2553** **2557** **2561** **2565** **2569** **2573** **2577** **2581** **2585** **2589** **2593** **2597** **2601** **2605** **2609** **2613** **2617** **2621** **2625** **2629** **2633** **2637** **2641** **2645** **2649** **2653** **2657** **2661** **2665** **2669** **2673** **2677** **2681** **2685** **2689** **2693** **2697** **2701** **2705** **2709** **2713** **2717** **2721** **2725** **2729** **2733** **2737** **2741** **2745** **2749** **2753** **2757** **2761** **2765** **2769** **2773** **2777** **2781** **2785** **2789** **2793** **2797** **2801** **2805** **2809** **2813** **2817** **2821** **2825** **2829** **2833** **2837** **2841** **2845** **2849** **2853** **2857** **2861** **2865** **2869** **2873** **2877** **2881** **2885** **2889** **2893** **2897** **2901** **2905** **2909** **2913** **2917** **2921** **2925** **2929** **2933** **2937** **2941** **2945** **2949** **2953** **2957** **2961** **2965** **2969** **2973** **2977** **2981** **2985** **2989** **2993** **2997** **3001** **3005** **3009** **3013** **3017** **3021** **3025** **3029** **3033** **3037** **3041** **3045** **3049** **3053** **3057** **3061** **3065** **3069** **3073** **3077** **3081** **3085** **3089** **3093** **3097** **3101** **3105** **3109** **3113** **3117** **3121** **3125** **3129** **3133** **3137** **3141** **3145** **3149** **3153** **3157** **3161** **3165** **3169** **3173** **3177** **3181** **3185** **3189** **3193** **3197** **3201** **3205** **3209** **3213** **3217** **3221** **3225** **3229** **3233** **3237** **3241** **3245** **3249** **3253** **3257** **3261** **3265** **3269** **3273** **3277** **3281** **3285** **3289** **3293** **3297** **3301** **3305** **3309** **3313** **3317** **3321** **3325** **3329** **3333** **3337** **3341** **3345** **3349** **3353** **3357** **3361** **3365** **3369** **3373** **3377** **3381** **3385** **3389** **3393** **3397** **3401** **3405** **3409** **3413** **3417** **3421** **3425** **3429** **3433** **3437** **3441** **3445** **3449** **3453** **3457** **3461** **3465** **3469** **3473** **3477** **3481** **3485** **3489** **3493** **3497** **3501** **3505** **3509** **3513** **3517** **3521** **3525** **3529** **3533** **3537** **3541** **3545** **3549** **3553** **3557** **3561** **3565** **3569** **3573** **3577** **3581** **3585** **3589** **3593** **3597** **3601** **3605** **3609** **3613** **3617** **3621** **3625** **3629** **3633** **3637** **3641** **3645** **3649** **3653** **3657** **3661** **3665** **3669** **3673** **3677** **3681** **3685** **3689** **3693** **3697** **3701** **3705** **3709** **3713** **3717** **3721** **3725** **3729** **3733** **3737** **3741** **3745** **3749** **3753** **3757** **3761** **3765** **3769** **3773** **3777** **3781** **3785** **3789** **3793** **3797** **3801** **3805** **3809** **3813** **3817** **3821** **3825** **3829** **3833** **3837** **3841** **3845** **3849** **3853** **3857** **3861** **3865** **3869** **3873** **3877** **3881** **3885** **3889** **3893** **3897** **3901** **3905** **3909** **3913** **3917** **3921** **3925** **3929** **3933** **3937** **3941** **3945** **3949** **3953** **3957** **3961** **3965** **3969** **3973** **3977** **3981** **3985** **3989** **3993** **3997** **4001** **4005** **4009** **4013** **4017** **4021** **4025** **4029** **4033** **4037** **4041** **4045** **4049** **4053** **4057** **4061** **4065** **4069** **4073** **4077** **4081** **4085** **4089** **4093** **4097** **4101** **4105** **4109** **4113** **4117** **4121** **4125** **4129** **4133** **4137** **4141** **4145** **4149** **4153** **4157** **4161** **4165** **4169** **4173** **4177** **4181** **4185** **4189** **4193** **4197** **4201** **4205** **4209** **4213** **4217** **4221** **4225** **4229** **4233** **4237** **4241** **4245** **4249** **4253** **4257** **4261** **4265** **4269** **4273** **4277** **4281** **4285** **4289** **4293** **4297** **4301** **4305** **4309** **4313** **4317** **4321** **4325** **4329** **4333** **4337** **4341** **4345** **4349** **4353** **4357** **4361** **4365** **4369** **4373** **4377** **4381** **4385** **4389** **4393** **4397** **4401** **4405** **4409** **4413** **4417** **4421** **4425** **4429** **4433** **4437** **4441** **4445** **4449** **4453** **4457** **4461** **4465** **4469** **4473** **4477** **4481** **4485** **4489** **4493** **4497** **4501** **4505** **4509** **4513** **4517** **4521** **4525** **4529** **4533** **4537** **4541** **4545** **4549** **4553** **4557** **4561** **4565** **4569** **4573** **4577** **4581** **4585** **4589** **4593** **4597** **4601** **4605** **4609** **4613** **4617** **4621** **4625** **4629** **4633** **4637** **4641** **4645** **4649** **4653** **4657** **4661** **4665** **4669** **4673** **4677** **4681** **4685** **4689** **4693** **4697** **4701** **4705** **4709** **4713** **4717** **4721** **4725** **4729** **4733** **4737** **4741** **4745** **4749** **4753** **4757** **4761** **4765** **4769** **4773** **4777** **4781** **4785** **4789** **4793** **4797** **4801** **4805** **4809** **4813** **4817** **4821** **4825** **4829** **4833** **4837** **4841** **4845** **4849** **4853** **4857** **4861** **4865** **4869** **4873** **4877** **4881** **4885** **4889** **4893** **4897** **4901** **4905** **4909** **4913** **4917** **4921** **4925** **4929** **4933** **4937** **4941** **4945** **4949** **4953** **4957** **4961** **4965** **4969** **4973** **4977** **4981** **4985** **4989** **4993** **4997** **5001** **5005** **5009** **5013** **5017** **5021** **5025** **5029** **5033** **5037** **5041** **5045** **5049** **5053** **5057** **5061** **5065** **5069** **5073** **5077** **5081** **5085** **5089** **5093** **5097** **5101** **5105** **5109** **5113** **5117** **5121** **5125** **5129** **5133** **5137** **5141** **5145** **5149** **5153** **5157** **5161** **5165** **5169** **5173** **5177** **5181** **5185** **5189** **5193** **5197** **5201** **5205** **5209** **5213** **5217** **5221** **5225** **5229** **5233** **5237** **5241** **5245** **5249** **5253** **5257** **5261** **5265** **5269** **5273** **5277** **5281** **5285** **5289** **5293** **5297** **5301** **5305** **5309** **5313** **5317** **5321** **5325** **5329** **5333** **5337** **5341** **5345** **5349** **5353** **5357** **5361** **5365** **5369** **5373** **5377** **5381** **5385** **5389** **5393** **5397** **5401** **5405** **5409** **5413** **5417** **5421** **5425** **5429** **5433** **5437** **5441** **5445** **5449** **5453** **5457** **5461** **5465** **5469** **5473** **5477** **5481** **5485** **5489** **5493** **5497** **5501** **5505** **5509** **5513** **5517** **5521** **5525** **5529** **5533** **5537** **5541** **5545** **5549** **5553**

Collegamenti con le discipline di indirizzo

Attenzione ai collegamenti interdisciplinari, in particolare con le discipline d'indirizzo (elettronica, informatica, meccanica, telecomunicazioni, costruzioni ecc.).

Realtà e modelli

41 In bicicletta, Barbara si reca a scuola, che dista 2 km dalla sua abitazione, in bicicletta. Pedala a velocità costante per la prima metà del tragitto; poi, siccome si accorge di essere in ritardo, percorre la seconda metà del tragitto a una velocità superiore di 4 km/h a quella iniziale. Complessivamente, Barbara impiega meno di 12 minuti e 30 secondi per arrivare a scuola. Risolvendo un'opportuna disequazione, verifica che la velocità iniziale v di Barbara è superiore a 8 km/h.

412 Elettrotecnica La resistenza R equivalente a due resistenze R_1 e R_2 disposte in parallelo soddisfa la relazione:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

a. Esprimi R in funzione di R_1 ed R_2 .

b. Supponi che il valore della resistenza R_1 (in ohm) sia x e che la resistenza R_2 sia $2\ \Omega$ in meno di R_1 . Per quali valori di x la resistenza equivalente a R_1 ed R_2 è inferiore a $2,4\ \Omega$?

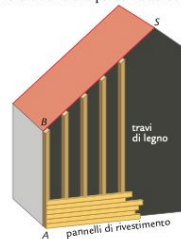
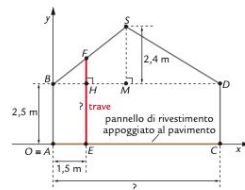
$$\left[\text{a. } R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}; \text{ b. } 2 < x < 6 \right]$$

4.19 Trasporti a. Giustifica che, se viene percorsa prima una distanza d_1 (in chilometri) alla velocità media v_1 (in km/h) e poi la distanza d_2 (in chilometri) alla velocità media v_2 (in km/h), la velocità media sull'intero percorso (in km/h) è $\frac{d_1 + d_2}{\frac{d_1}{v_1} + \frac{d_2}{v_2}}$.

(Suggerimento: ricorda che, per definizione, la velocità media è il rapporto tra la distanza percorsa e il tempo impiegato per percorrerla.)

b. Un corriere preleva della merce in un magazzino ed effettua le relative consegne, percorrendo 80 km alla velocità media di x km/h; dopo avere effettuato tutte le consegne rientra in magazzino, percorrendo la distanza di 40 km a una velocità media inferiore di 20 km/h alla precedente. Per quali valori di x la velocità media relativa all'intero percorso di 120 km è inferiore ai 72 km/h?

357 Costruzioni Per la ristrutturazione di un solaio occorre disporre alcune travi in legno, cui saranno fissati dei pannelli di rivestimento. Le travi in legno vengono disposte parallelamente alla trave AB , mentre i pannelli di rivestimento sono disposti perpendicolarmente alle travi. Fai riferimento al modello geometrico della situazione rappresentata nella figura a destra e tieni presente che lo spiovente che ha come lato BS ha una pendenza del 60%, mentre lo spiovente che ha come lato SD ha una pendenza del 50%.



Determination:

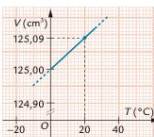
- a. la lunghezza della trave posta a 1,5 m da AB (rappresentata da EF);
b. la lunghezza del pannello di rivestimento appoggiato al pavimento (rappresentato da AC). [a. 3,4 m; b. 8,8 m]

358 Elettrotecnica Per un conduttore la resistenza elettrica R dipende dalla temperatura T con una legge di tipo lineare. Sapendo che a 0°C la resistenza misura $50.02\ \Omega$ e a 20°C misura $50.12\ \Omega$, calcola:

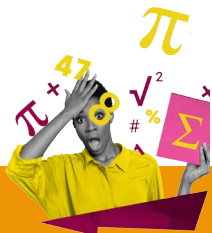
- a. quanto misura la resistenza del conduttore a 100 °C;
b. di quanto aumenta la resistenza a ogni incremento di temperatura di 10 °C. [a. $R = 50,52 \, \Omega$; b. $\Delta R = 0,05 \, \Omega$]

359 Materiali Il volume V di un cubetto di un certo materiale aumenta con l'aumentare della temperatura t , per effetto della dilatazione termica, secondo la legge $V = V_0(1 + \lambda \Delta t)$, dove V_0 è il volume alla temperatura di 0°C e λ è il coefficiente di dilatazione termica lineare. In figura è rappresentato il grafico della legge nel caso del cubetto in esame.

- a. Scrivi l'equazione della retta cui appartiene il grafico e deduci da essa i valori di V_0 e di λ . Di che materiale può essere fatto il cubetto?
- b. Trova a quale temperatura corrisponde un volume di $125,37 \text{ cm}^3$.
- [a. $V = 0.0045t + 125$. $V_0 = 125 \text{ cm}^3$. $\lambda = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$; b. $82 \text{ }^\circ\text{C}$]



208



Attività STEM

Attenzione riservata alle competenze STEM, all'uso delle nuove tecnologie e allo sviluppo del pensiero computazionale (attività con GeoGebra, fogli di calcolo...).

> Tema A

UNITÀ 5

Geometria analitica delle rette

36

STEM

Attività con GeoGebra

Traccia, a mano il grafico della funzione: $f(x) = \begin{cases} -x-2 & x \leq -2 \\ x+2 & -2 < x \leq 0 \\ -x+2 & x > 0 \end{cases}$

Successivamente, opera con GeoGebra; per definire una funzione definita a tratti, puoi far uso del comando:

Se (<Condizione>, <Allora>, <Altrimenti>).

Quando, come in questo caso, le condizioni sono più di due, è necessario far uso di più comandi Se incapsulati uno dentro l'altro, prestando attenzione all'uso delle parentesi. Completa l'istruzione seguente, corrispondente alla funzione $f(x)$, e digitala nella Barra di inserimento di GeoGebra:

$f(x) = \text{Se}(x \leq -2, -x-2, \text{Se}(-2 < x \leq 0, \dots, \text{Se}(\dots, -x+2)))$

Controlla il grafico che avevi tracciato a mano, confrontandolo con quello fornito da GeoGebra.

Compito di realtà 2 STEM

Proprietà ottiche delle coniche

La propagazione di un'onda (sonora, luminosa, elettromagnetica) per effetto del fenomeno della riflessione da uno specchio obbedisce alla legge di Snell, in base alla quale l'angolo di incidenza (formato dal raggio incidente con la retta normale allo specchio nel punto di incidenza) è congruente all'angolo di riflessione (formato dal raggio riflesso e della superficie dello specchio è una curva, la retta normale nel punto di incidenza).

essi dal fuoco di una superficie parabolica vengono riflessi in direzione parabolica stessa. Analogamente, i raggi luminosi (o i segnali sonori) erficie ellittica raggiungono l'altro fuoco, dopo la riflessione. Ci limiteremo a conducono ad angoli notevoli.

endere questi risultati: il coefficiente angolare m di una retta nel piano cartesiano solo se la retta forma con l'asse x un angolo di ampiezza 45° ; soddisfa etta forma con l'asse x un angolo di ampiezza 30° ; soddisfa l'uguaglianza l'asse x un angolo di ampiezza 60° .

bola (sezione di una superficie parabolica) di equazione $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$.

la è posto nell'origine O degli assi. Verifica poi che il punto P di intersezione se negativa ha coordinate $(-2, 0)$.

la in P ha coefficiente angolare uguale a 1.

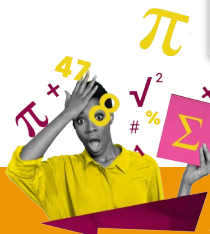
che un raggio luminoso emesso dal fuoco F in direzione di P viene riflesso se di simmetria della parabola.

tiche) godono di proprietà ottico-acustiche analoghe. Possiamo verificarlo e $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1$, rappresentata più sotto.

lisse hanno coordinate $(-\sqrt{3}, 0)$ e $(\sqrt{3}, 0)$, e che il punto $P(\sqrt{3}, 2)$ appartiene

esse in P ha coefficiente angolare uguale a $\sqrt{3}$.

Infine, controlla che la retta passante per P e per il fuoco F_1 ha coefficiente angolare uguale a $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Deduci quindi dalla legge di Snell che il raggio emesso da uno dei due fuochi viene riflesso in P nella direzione dell'altro fuoco.



Interpretare grafici, collegare, argomentare

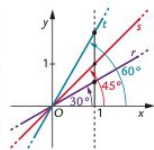
- Rubriche “Interpretare grafici” e “Collegamenti”.
- Rubriche “Argomentare”, per stimolare la riflessione sui concetti e perfezionarne la comprensione e l’esposizione.

136 Argomentare Due rette aventi coefficienti angolari discordi possono essere parallele? Due rette aventi coefficienti angolari concordi possono essere perpendicolari? Giustifica le risposte.

Tema A UNITÀ 5 Geometria analitica delle rette

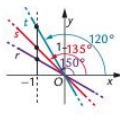
Collegamenti Geometria analitica e triangoli rettangoli con angoli notevoli

66 Osserva la figura: le rette r , s e t , passanti per l'origine degli assi, formano con il semiasse positivo delle ascisse angoli di ampiezza 30° , 45° , 60° , rispettivamente. Ricordando le relazioni tra i cateti dei triangoli rettangoli notevoli, determina il coefficiente angolare di ogni retta.



$$\left[\frac{\sqrt{3}}{3}, 1, \sqrt{3} \right]$$

67 Le rette r , s e t , passanti per l'origine degli assi, formano con il semiasse positivo delle ascisse angoli di ampiezza 150° , 135° , 120° , rispettivamente. Mediante considerazioni di simmetria e sfruttando le conclusioni dell'esercizio precedente, determina il coefficiente angolare di ogni retta.



$$\left[-\frac{\sqrt{3}}{3}, -1, -\sqrt{3} \right]$$

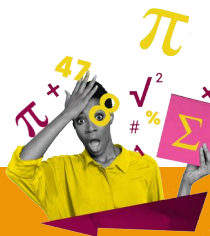
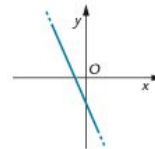
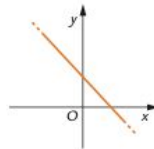
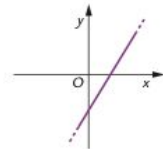
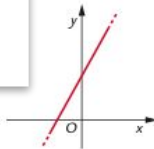
1. Funzioni lineari

UNITÀ 5

Tema A

Relazioni tra i coefficienti della funzione lineare e il suo grafico

Interpretare grafici Ognuna delle rette disegnate è il grafico di una funzione lineare, di equazione $y = mx + q$. Per ciascun grafico, determina i segni di m e di q . Intenzionalmente non sono riportate le unità di misura cartesiani.



Sezioni di fine tema

Verso le competenze

Tema B

Confrontare e analizzare

Interpretando graficamente i sistemi di equazioni, prevedere quali sono le soluzioni comuni e le conclusioni.

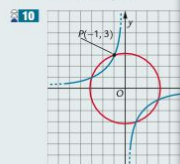
1 $\begin{cases} y = 2x^2 - x - 1 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$

2 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$

3 $\begin{cases} xy = 1 \\ y = 4x \end{cases}$

4 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ 3x + y + 1 = 0 \end{cases}$

Scrivi il sistema che è rappresentato dalle figure, ellissi o iperboli).



Tema B

Verso la prova Invalsi

- 1 Una parabola:
- ha l'asse di simmetria coincidente con l'asse y ;
 - ha il vertice nel punto $O(0, 0)$;
 - passa per $A(2, 1)$.

Quale tra le seguenti è un'equazione della parabola?

(A) $y = \frac{1}{4}x^2$ (B) $y = 2x^2$

(C) $y = \frac{1}{2}x^2$ (D) $y = 4x^2$

(Esempi di domande Invalsi)

- 2 La funzione che rappresenta il ricavo di un'azienda derivante dalla produzione e dalla vendita di un bene è:

$R(x) = -0,25x^2 + 250x$ con $x \geq 0$

dove x rappresenta la quantità del bene prodotta e venduta. Per quale valore di x il ricavo è massimo?

Risposta: _____

(Esempi di domande Invalsi)

- 5 Un calciatore si trova in posizione centrale di fronte alla porta avversaria. La traiettoria del pallone è descritta rispetto al sistema di riferimento Ox da $y = -\frac{1}{100}x^2 + \frac{3}{10}x$. In figura è rappresentata la prima parte della traiettoria.



Il pallone entra in porta? Scegli una delle due risposte e spiega il tuo ragionamento.

☐ Sì, perché _____

☐ No, perché _____

(Esempio di domande Invalsi al termine del secondo ciclo)

- 3 La retta di equazione $y = mx$ interseca la parabola di equazione $y = x^2 - 7x + 1$ nel punto A di ascissa 4. Qual è il valore di m della retta?

Risposta: _____

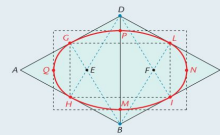
- 4 La retta l è tangente all'ellisse E nel punto P . Qual è l'equazione della retta?

Risposta: _____

Compito di realtà 1

Chiesa di San Carlo alle quattro Fontane

Lo storico dell'architettura Paolo Portoghesi (recentemente scomparso) ricostruisce nella figura sottostante il disegno della cupola della chiesa di San Carlo alle Quattro Fontane a Roma (popolarmente detta «di San Carlino»), costruita da un giovanissimo Francesco Borromini nella prima metà del diciassettesimo secolo.



L'ovale che vedi è formato da quattro archi di circonferenza, tangenti internamente al rombo $ABCD$ ottenuto accostando i due triangoli equilateri ABD e BCD , congruenti tra loro. Due di questi archi hanno centro nei baricentri E e F dei due triangoli, mentre i restanti due hanno centro negli estremi B e D del segmento BD .

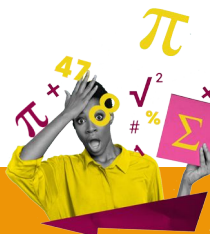
- 1 Spiega perché i punti A , E , F e C sono allineati.
- 2 Indica con r la lunghezza del raggio GE . Esprimi in funzione di r la lunghezza di BG . Successivamente, verifica che la lunghezza complessiva dell'ovale è $\frac{10\pi}{3}r$.
- 3 Determina le dimensioni del rettangolo $HILG$ inscritto nell'ovale (indicato dalla linea tratteggiata).
- 4 Determina le dimensioni del rettangolo circoscritto all'ovale (anch'esso indicato con il tratteggio). (Suggerimento: determina la lunghezza di MP per differenza.)
- 5 Verifica che i due rettangoli non sono simili. (Suggerimento: devi mostrare che i lati dei due rettangoli non sono in proporzione.)

Non di rado l'ovale illustrato viene erroneamente indicato come «ellisse» (mentre in realtà non è possibile ottenere un'ellisse unendo archi di circonferenza). Ciò induce a ulteriori fraintendimenti perché, pensando l'ovale come un'ellisse, si è intuitivamente portati a pensare che i punti E ed F siano i suoi fuochi.

- 6 Verifica che i punti E ed F non sono i fuochi dell'ellisse avente QN e PM rispettivamente come asse maggiore e asse minore, calcolando la distanza focale di tale ellisse e constatando che essa è maggiore della distanza tra i punti E ed F .

Sezioni rinnovate

- Verso le competenze
- Verso la prova Invalsi
- Compiti di realtà



Gare, intelligenza artificiale e matematica in inglese

Al lavoro con l'intelligenza artificiale



Tema A

Attività

Cittadini in movimento

Descrizione del compito

1 Immagina di collaborare in un progetto di mobilità. La tua sfida sarà quella di integrare le tue conoscenze e consapevole dei cittadini sulla mobilità.

Elaborato multimediale

2 Realizza un elaborato multimediale che presenti città. Usa una delle mappe disponibili su Internet. C'illustra le procedure di calcolo utilizzate.

Stazioni educative

3 Posiziona stazioni educative lungo la pista ciclabile, l'impatto ambientale dei diversi mezzi di trasporto.

Presentazione al Consiglio Comunale

4 Prepara una breve presentazione per il Consiglio di promozione della mobilità sostenibile sia di educare i cittadini nel processo.

Assisti con l'intelligenza artificiale per:

- determinare le misure esatte del percorso, in red
- trovare strategie per calcolare la lunghezza delle
- ricavare informazioni sull'impatto ambientale e
- promuovere la mobilità sostenibile e ricavare in

Confrontati con la classe

5 Dopo aver abbozzato il tuo progetto, confronta ne. Avete usato i chatbot allo stesso modo? Avete pos

Esempi di prompt per il chatbot

- Vivo a Torino. Vorrei presentare il progetto
- Quale dovrebbe essere il centro della città?
- Quale dovrebbe essere il raggio?
- Qual è l'impatto ambientale dei diversi mezzi di trasporto ecc.)

Dalle gare di matematica

2.1 Quale delle seguenti equazioni non rappresenta una parabola con vertice in $(-4, 2)$?

- (A) $y = 3x^2 + 16x + 34$
- (B) $y = 2x^2 - 8x + 4$
- (C) $y = 3x^2 + 24x + 50$
- (D) $y = 5x^2 - 20x + 16$

(High School Math Contest, Tennessee 2022)

2.2 I punti $(0, -12)$, $(-3, 3)$ e $(-4, -\frac{1}{3})$ giacciono sulla curva $y = ax^2 + bx + c$. Qual è il valore di $a + b + c$?

- (A) $-\frac{1}{3}$
- (B) $\frac{1}{6}$
- (C) $\frac{1}{3}$
- (D) $-\frac{1}{6}$
- (E) $-\frac{2}{3}$

(High School Math Contest, Tennessee 2022)

2.3 Il cerchio in figura è centrato nell'origine di un sistema cartesiano ortogonale e ha raggio 5. Quanti punti della circonferenza che lo delimita hanno entrambe le coordinate intere?

- (A) 4
- (B) 8
- (C) 12
- (D) 16
- (E) 20

(Kangaroo 2022)

2.4 In figura si vede un arco della parabola di equazione $y = ax^2 + bx + c$. Tra i numeri seguenti, quali deve essere positivi?

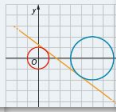
- (A) c
- (B) $b + c$
- (C) ac
- (D) bc
- (E) abc

(Kangaroo 2020)

2.5 In figura sono tracciate la circonferenza di raggio 1 e centro $(0, 0)$, la circonferenza di raggio 2 e centro $(3, 0)$ e la retta tangente a entrambe. Sia $P(a, b)$ il punto di tangenza della retta con la circonferenza di raggio minore. Determina a .

(High School Math Contest, Texas 2007)

1/1



Solve Maths in English



Equation of a circle

1 SOLVED EXERCISE

The equation of a circle is $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 10 = 4$.

a. Write the equation in standard form $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$, then find the radius r and the center $C(x_0, y_0)$ of the circle.

b. Sketch the graph of the circle.

Solution

a. Write the equation of the circle in general form:

$$x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$$

Group the x and y expressions:

$$(x^2 - 6x) + (y^2 - 2y) + 6 = 0$$

Complete the square on both expressions and simplify:

$$(x^2 - 6x + 9) - 9 + (y^2 - 2y + 1) - 1 + 6 = 0 \rightarrow (x^2 - 6x + 9) + (y^2 - 2y + 1) - 4 = 0$$

The trinomials $(x^2 - 6x + 9)$ and $(y^2 - 2y + 1)$ are perfect squares, therefore

the equation can be written in standard form:

$$(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$$

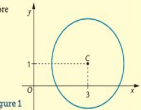
Identify the center $C(x_0, y_0)$ and the radius:

$$x_0 = 3 \quad y_0 = 1 \quad r = \sqrt{4} = 2$$

The center of the circle is $C(3, 1)$.

b. Sketch the graph of the circle (Fig. 1).

Figure 1



What does it mean?

Sketch the graph of the circle Traccia la circonferenza

Equation in general form Equazione canonica

To complete the square Letteralmente "completare il

quadrato". Il riferimento è al metodo di completa-

mento del quadrato

Equation of a circle in standard form Scrittura dell'e-

quazione della circonferenza che evidenzia la misura

del raggio e le coordinate del centro

Radius Raggio

Sezioni nuove

- Dalle gare di matematica
- Al lavoro con l'Intelligenza Artificiale
- Solve Maths in English



In vista dell'Università

In vista dell'Università

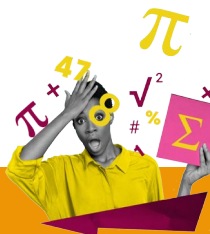
Raccogliamo in questa sezione 80 quesiti, modellati su quelli generalmente proposti nei test di ammissione ai corsi universitari (soprattutto in discipline tecnico-scientifiche). Di varia difficoltà e tutti strutturati a risposta quintupla, toccano i molti argomenti considerati propedeutici agli insegnamenti universitari: aritmetica, calcolo algebrico, geometria euclidea piana e solida, geometria analitica nel piano, goniometria, calcolo combinatorio e delle probabilità, successioni e funzioni, esponenziali e logaritmi. A seguire, di tutti i quesiti forniamo le soluzioni e gli svolgimenti, sintetici ma, speriamo, istruttivi.

Se intendi proseguire gli studi e affrontare con sicurezza le prove di ammissione universitarie, ti invitiamo a misurarti con i nostri esercizi e, nel caso, anche a rinfrescare la memoria ripassando gli argomenti più lontani nel tempo.

Buon lavoro, e buona fortuna!

- 1** Quante sono le soluzioni reali *irrazionali* dell'equazione $x^6 - 64 = 0$?
- ☒ A 0 ☐ B 2 ☐ C 4 ☐ D 6 ☐ E Nessuna delle precedenti
- 2** La disequazione $\sqrt{x^2} < x + 1$ è:
- ☐ A sempre verificata ☐ D non ammette soluzioni negative
☐ B impossibile ☐ E ammette il numero -2 tra le sue soluzioni
☒ C ammette infinite soluzioni
- 3** Siano Q_1 e Q_2 i quadrati inscritto e circoscritto a una stessa circonferenza C . Quale delle affermazioni seguenti è *falsa*?
- ☐ A Il rapporto tra i perimetri di Q_1 e Q_2 è diverso dal rapporto tra le aree di Q_1 e Q_2
☒ B Il perimetro di C è medio proporzionale tra i perimetri di Q_1 e Q_2
☐ C L'area di Q_2 è il doppio dell'area di Q_1
☐ D Il rapporto tra i perimetri di Q_1 e Q_2 è un numero irrazionale
☐ E Una delle precedenti affermazioni è falsa
- 4** Considera un cubo C e la sfera S inscritta in C . Trova l'esatto rapporto tra il volume della regione compresa tra S e C e il volume di S .
- ☐ A 1 ☒ B $\frac{6}{\pi} - 1$ ☐ C $1 - \frac{\pi}{6}$ ☐ D $\frac{2}{3}$ ☐ E Nessuna delle precedenti
- 5** Che cosa puoi affermare circa il numero $\left(\sin \frac{5\pi}{12} + \cos \frac{5\pi}{12}\right)^2$?
- ☐ A È irrazionale e maggiore di 1 ☐ D È uguale a $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$
☐ B È razionale e minore di 1 ☐ E Nessuna delle precedenti affermazioni è vera
☒ C È uguale a $\frac{3}{2}$

Fine volume
Inserito "In vista dell'Università" (in luogo delle precedenti sezioni "Verso l'Università").



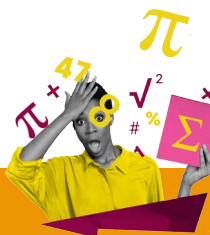


DEASCUOLA

INSEGNARE MATEMATICA

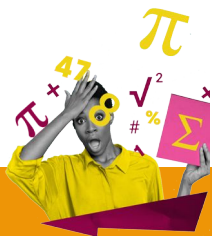
Configurazione





INSEGNARE MATEMATICA

Indice e argomenti: Volume 3



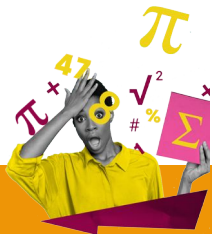
INSEGNARE MATEMATICA

Indice e argomenti

TEMA A

Richiami e complementi di algebra e geometria analitica

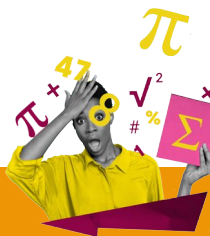
- Unità 1: Richiami sulle disequazioni algebriche razionali
- Unità 2: Equazioni e disequazioni irrazionali o con valori assoluti
- Unità 3: Funzioni reali di variabile reale
- Unità 4: Piano cartesiano e trasformazioni geometriche
- Unità 5: Geometria analitica delle rette



TEMA B

Geometria analitica delle coniche

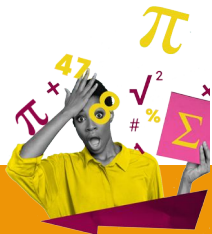
- Unità 6: Parabole e problemi di ottimizzazione
- Unità 7: Circonferenze ed ellissi
- Unità 8: Iperboli e funzioni omografiche
- Unità 9: Coniche e funzioni



TEMA C

Goniometria, trigonometria e numeri complessi

- Unità 10: Prime proprietà delle funzioni goniometriche
- Unità 11: Trigonometria
- Unità 12: Formule goniometriche e applicazioni
- Unità 13: Equazioni e disequazioni goniometriche
- Unità 14: Numeri complessi

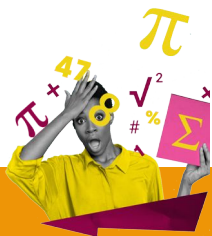


Indice e argomenti

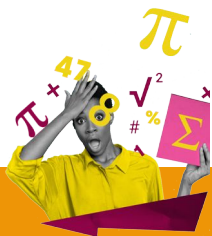
TEMA D

Modelli di crescita: funzioni esponenziali e logaritmiche

- Unità 15: Funzioni esponenziali e logaritmiche
- Unità 16: Equazioni e disequazioni del tipo esponenziale e logaritmico



Indice e argomenti: Volume Statistica e probabilità



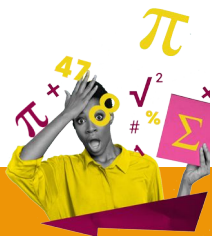
INSEGNARE MATEMATICA

Indice e argomenti

TEMA E

Statistica descrittiva

- Unità 1: Richiami e complementi di statistica in una variabile
- Unità 2: Statistica bivariata, correlazione e regressione

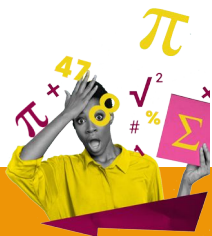


Indice e argomenti

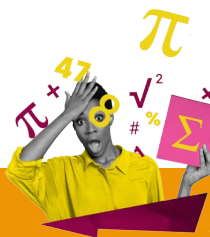
TEMA F

I principi della probabilità

- Unità 3: Calcolo combinatorio
- Unità 4: Calcolo delle probabilità



Indice e argomenti: Volume 4



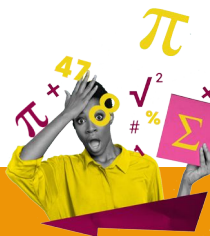
INSEGNARE MATEMATICA

Indice e argomenti

TEMA G

Limiti e continuità

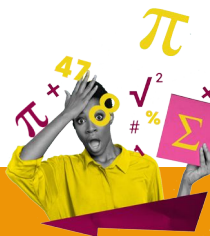
- Unità 1: Introduzione all'analisi delle funzioni reali
- Unità 2: Limiti di funzione: definizioni e primi teoremi
- Unità 3: Algebra dei limiti e forme di indecisione
- Unità 4: Successioni e principio di induzione
- Unità 5: Funzioni continue



TEMA H

Calcolo differenziale in una variabile

- Unità 6: Derivata
- Unità 7: Teoremi sulle funzioni derivabili
- Unità 8: Studio di funzione
- Unità 9: Ottimizzazione e applicazioni dello studio di funzione

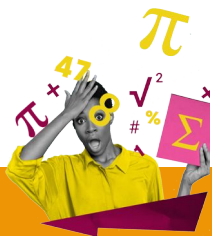


Indice e argomenti

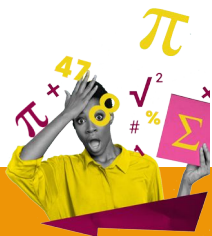
TEMA I

Analisi in due variabili

- Unità 10: Funzioni di due variabili
- Unità 11: Ottimizzazione e programmazione lineare



Indice e argomenti: Volume 5



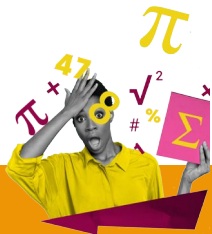
INSEGNARE MATEMATICA

Indice e argomenti

TEMA L

Geometria nello spazio

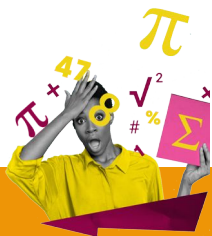
- Unità 1: Geometria solida: misure di superfici e volumi



TEMA M

Calcolo integrale ed equazioni differenziali

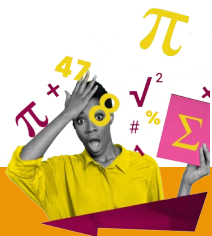
- Unità 2: Integrale indefinito
- Unità 3: Integrale definito
- Unità 4: Applicazioni dell'integrale definito
- Unità 5: Equazioni differenziali



TEMA N

Probabilità e statistica inferenziale

- Unità 6: Variabili aleatorie discrete
- Unità 7: Variabili aleatorie continue
- Unità 8: Inferenza statistica

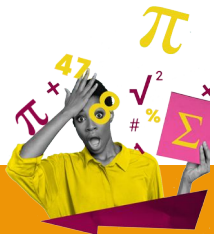


Indice e argomenti: Complemento 1



Elementi di algebra lineare

- Unità 1: Vettori
- Unità 2: Matrici e determinanti
- Unità 3: Sistemi lineari

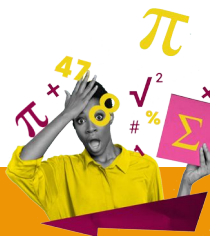


Indice e argomenti: Complemento 2



Matematica finanziaria

- Unità 1: Interesse e sconto
- Unità 2: Rendite
- Unità 3: Ammortamenti e leasing
- Unità 4: Problemi di scelta in ambito finanziario

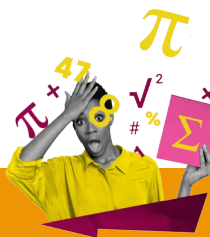


Indice e argomenti: Complemento 3



Serie numeriche e di Fourier, trasformata di Laplace

- Unità 1: Serie numeriche
- Unità 2: Serie di potenze
- Unità 3: Analisi di Fourier
- Unità 4: Trasformata di Laplace



Guida per l'insegnante

Educazione civica

MODULO 1 Educazione stradale

Attività 1: Guida responsabile

Argomento: Educazione stradale

- **Tematiche di riferimento:** Agenda 2030 obiettivo muovere il benessere di tutti a tutte le età; sicurezza
- **Obiettivi specifici di apprendimento:** funzioni, inversa.
- **Materiali e fonti:** indicati nel testo
- **Prerequisiti di**
- **Ulteriori spunti** psicoattive sul e negli Stati Un

Introduzione

Già nell'articolo è stata espressa recentemente, il *dentista stradale* l'insegnamento ti contenuti relativi mozione della cul fermato anche di volto alle scuole i didattiche e conc lizzarli sul tema, mancato rispetto

Intelligenza Artificiale

3. Applicazioni c

Oggi l'Intelligenza Artificiale replica il comportamento un tuttavia, in prospettiva, potrà contempo, aprire nuove possibilità, militare, industriale, dom riamo i sistemi domestici capaci base alle abitudini degli utenti. Anche le richieste dirette dell' nazione, lessico, costruzione de di Intelligenza Artificiale.

Per dare un'idea dei numerosi i ligence del Politecnico di Mila

Chatbot

Il Chatbot è un applicativo che ed elaborare le conversazioni scritta o parlata, consentendo a gire con i dispositivi digitali co municando con una persona re delle soluzioni più diffuse, in i commerciale, per realizzare e in grado di rispondere alle esig o di fornire supporto a dipendenti e operatori in maniera continua. I *chatbot predittivi*, basati sui dati di conversazione, dimostrano un alto livello di interazione e adattamento ai contesti di riferimento: essi sfruttano la programmazione dei linguaggi naturali (NLP) e l'apprendimento automatico (machine learning) per imparare e migliorare, così, le proprie prestazioni, riuscendo a rispondere e persino ad anticipare le esigenze degli utenti. Siri (Apple) e Alexa (Amazon) sono esempi di chatbot predittivi e adattivi fortemente orientati all'interazione efficace con il conversatore.

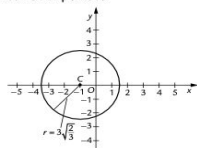
Circonferenze Fila A

Tempo: 1 ora Cognome _____ Nome _____
Classe _____ Data _____

1 Vero o falso?

- l'equazione $(x + 1)^2 - (y - 2)^2 = 3$ rappresenta una circonferenza di centro $C(-1, 2)$ ☐ V ☐ F
- la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + 3x - 3y = 0$ è degenere ☐ V ☐ F
- l'equazione $x^2 + 2y^2 - 3x + 4y = 9$ non rappresenta una circonferenza ☐ V ☐ F
- il punto $P(1, 2)$ è interno alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 6$ ☐ V ☐ F

2 Scrivi l'equazione in forma normale della circonferenza in figura, deducendola dalle indicazioni riportate.



3 Determina il centro e il raggio della circonferenza di equazione

$$x^2 + y^2 + \frac{1}{4}x + y + \frac{1}{4} = 0$$

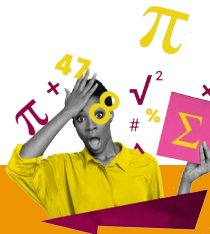
Successivamente, rappresenta tale circonferenza nel piano cartesiano.

- Determina l'equazione in forma normale della circonferenza con centro $C(-1, 0)$ e tangente alla retta di equazione $x - y + 2 = 0$.
- Scrivi le coordinate del punto T di tangenza.



La guida per l'insegnante contiene:

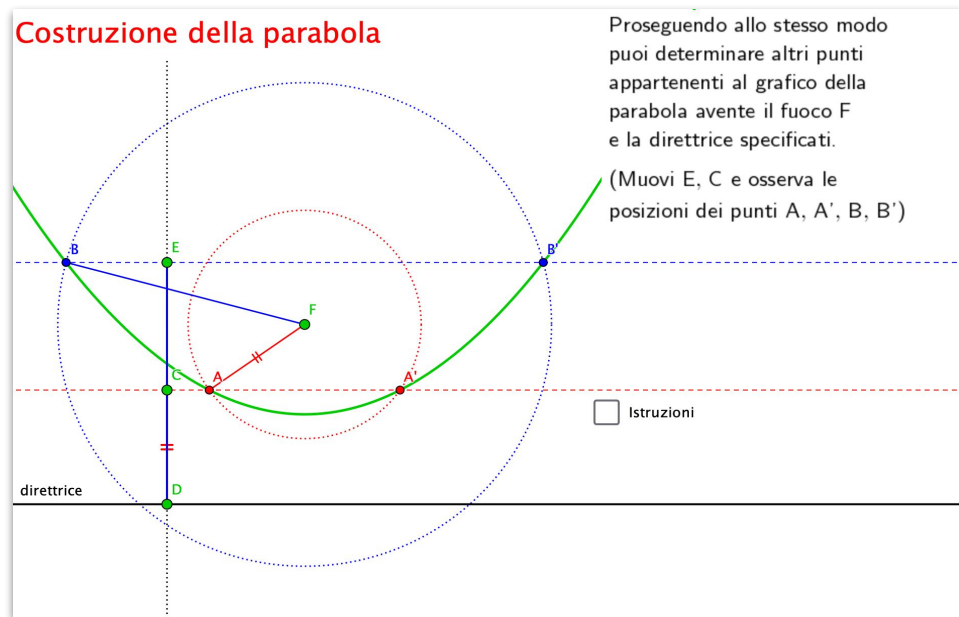
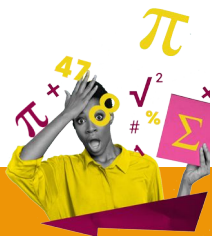
- Indicazioni didattiche
- Attività di Educazione civica
- Intelligenza Artificiale con spunti operativi
- Percorsi con GeoGebra
- Attività TEAL
- Compiti di realtà
- Verifiche
- Simulazione di prova INVALSI



Strumenti digitali e multimediali

Tutti i colori della matematica offre tanti strumenti per la personalizzazione della didattica, e tante risorse digitali accessibili sia dal Sito Libro che dall'eBook.

- Costruzioni e attività in GeoGebra
- Figure animate
- Approfondimenti
- Schede di matematica nella realtà
- Schede di matematica nella storia
- Esercizi interattivi
- DEAFLEX

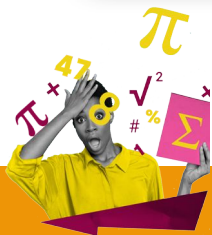


La nuova risorsa DEAFLEX

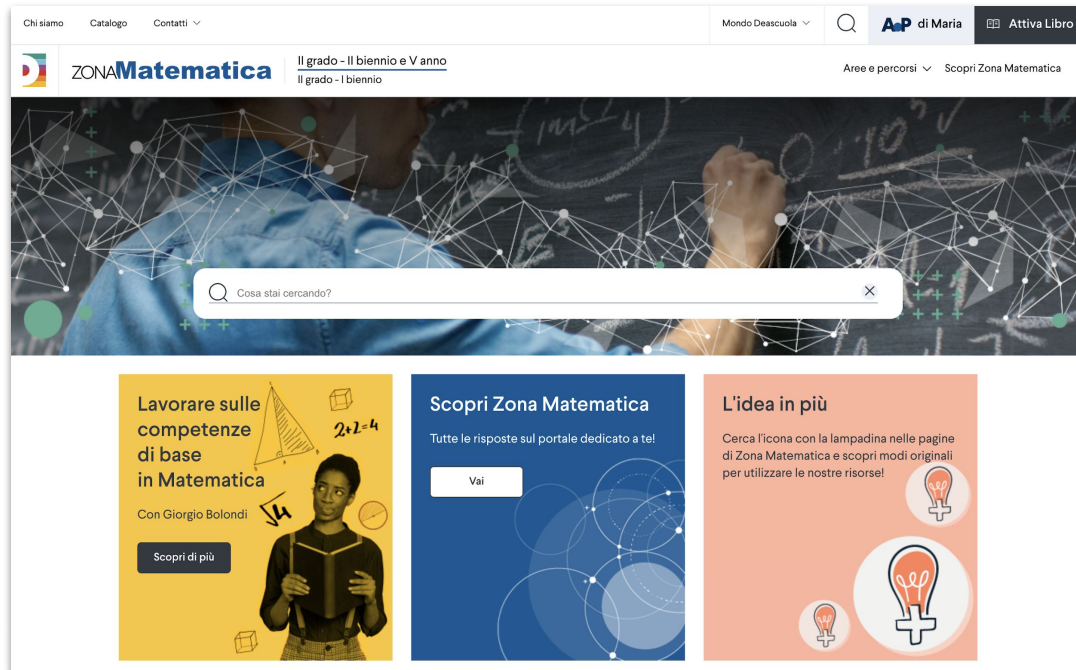


32 playlist

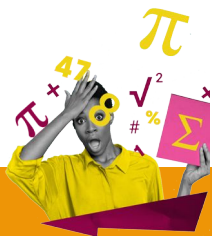
d'autore con più di 500 video che affrontano gli argomenti fondamentali della matematica della Scuola Secondaria di Secondo Grado.



Il portale ZONA**Matematica**



Zona Matematica, portale disciplinare dedicato ai docenti con lezioni digitali, compiti di realtà, video, attività laboratoriali, attività con GeoGebra e altro ancora per una didattica innovativa e inclusiva.



Home Crea una prova Prove create Prove pronte

Scopri il nuovo
verIMAT^{plus}

Crea la tua prova
STEP 1 di 2: che tipo di prova vuoi creare?

 **Test interattivo**
Crea il tuo test autocorrettivo da assegnare come allenamento o verifica.

 **Verifica stampabile**
Crea la tua verifica da esportare in Word o PDF.

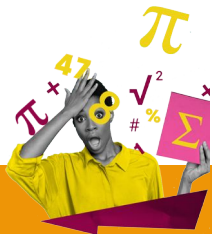
Scegli e prosegui

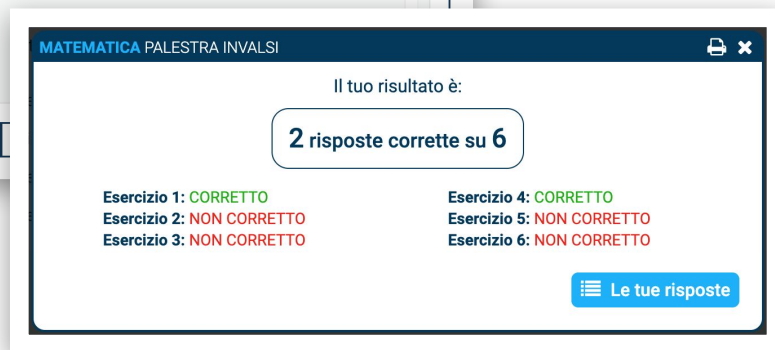
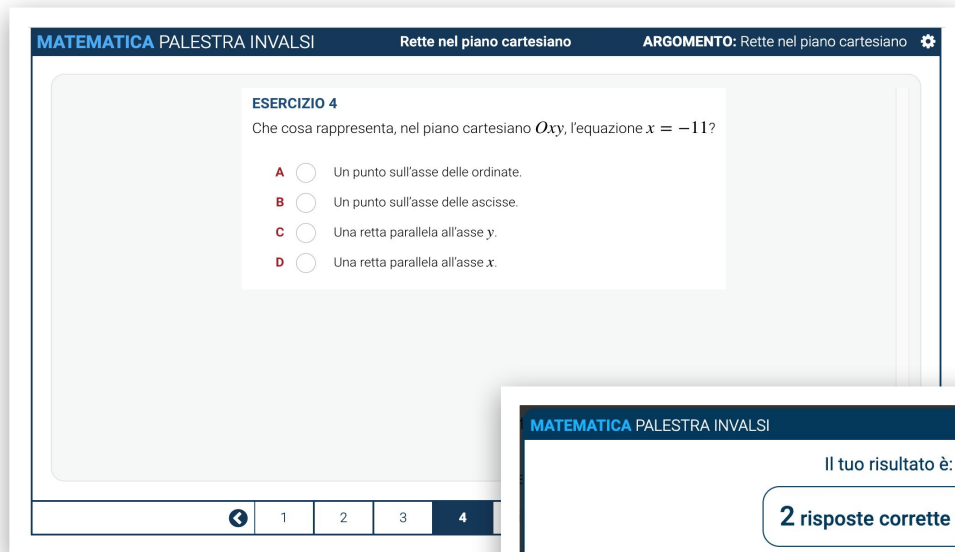
UNITÀ **6** 

> Tema B **Esercizi**

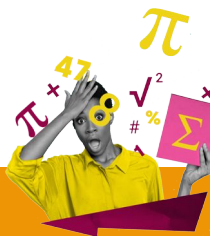
In VERIMAT PLUS altri esercizi per le tue attività in classe 

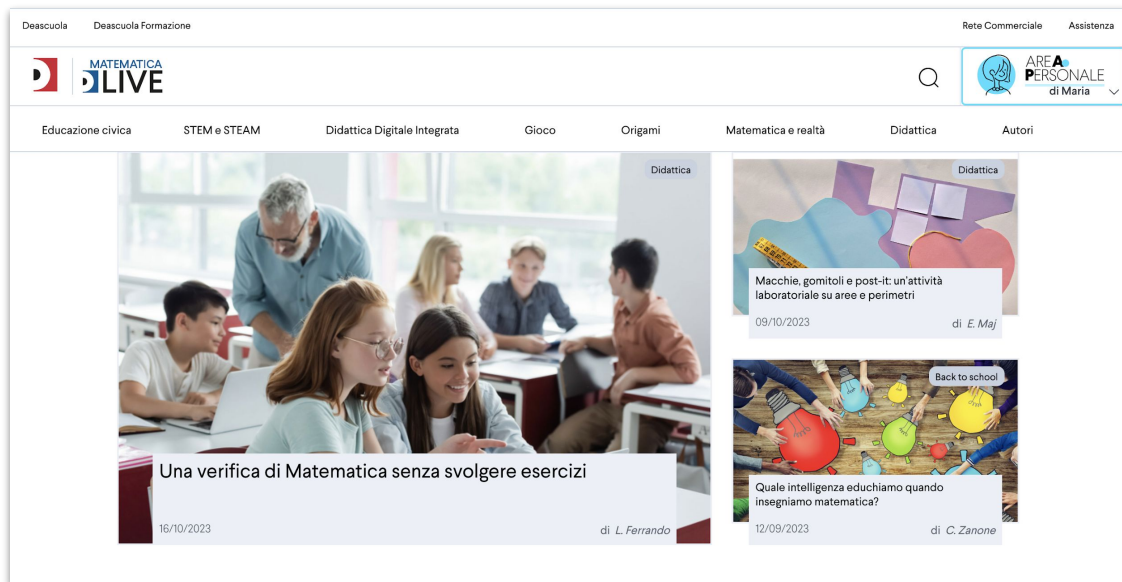
VeriMat PLUS,
strumento per il
docente per creare test
interattivi e verifiche
stampabili a partire da
un database con
migliaia di esercizi.
Con centinaia di prove
pronte, anche per la
didattica inclusiva.



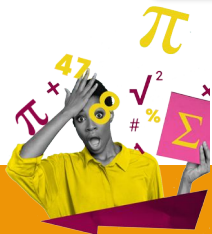


L'ambiente
digitale per
preparare gli
studenti alla
Prova INVALSI
con palestre di
allenamento e
simulazioni a
tempo.





Il **blog** con articoli e spunti da portare in classe, approfondimenti di esperti e formatori.



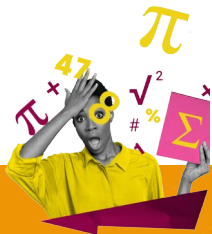
Il Sito Libro

Il Sito Libro

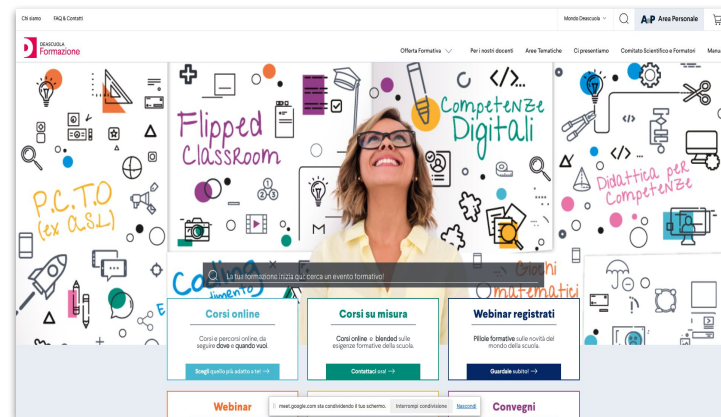
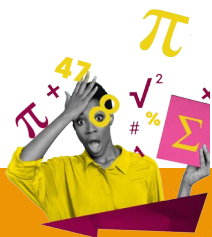
Il **Sito Libro** per docenti e studenti con tutte le risorse digitali, suddivise per indice e per argomento.

Il digitale per il docente

1. **eBook in versione DOC** con materiali in più per il docente
2. **chiavetta USB** contenente l'Easy eBook per il docente



- Ciclo di webinar "Insegnare matematica nella scuola secondaria di II grado":
 - una tavola rotonda "A scuola di AI" **mercoledì 28 febbraio 2024**, ore 16.30-18.30, di cui è disponibile la registrazione
 - un webinar "App e strumenti di AI utili nella didattica", **lunedì 6 maggio 2024**, ore 17





DEASCUOLA

INSEGNARE MATEMATICA

GRAZIE

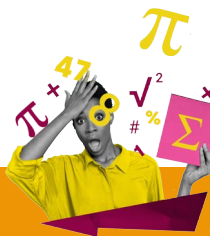


Scopri “Tutti i colori della Matematica”

Consulta la [scheda sul sito](https://deascuola.it/rete-commerciale/)

Contatta il tuo agente di zona:

<https://deascuola.it/rete-commerciale/>



INSEGNARE MATEMATICA

I prossimi appuntamenti

<https://formazione.deascuola.it/insegnare-matematica-ss2g/>

Webinar

INSEGNARE MATEMATICA

**Insegnare con... Tutti i colori
della Matematica edizione
Pro**

13 Marzo 2024, 15:00

con: Leonardo Sasso

Iscriviti qui

Webinar

INSEGNARE MATEMATICA

**Insegnare con... Tutti i colori
della Matematica edizione
Rossa**

20 Marzo 2024, 15:00

con: Leonardo Sasso

Iscriviti qui

Webinar

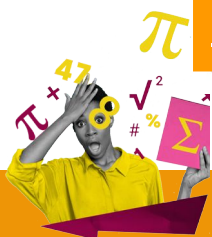
INSEGNARE MATEMATICA

**Esame di Stato: la seconda
prova di Matematica per il
liceo scientifico**

23 Aprile 2024, 15:00

con: Leonardo Sasso

Iscriviti qui



INSEGNARE MATEMATICA