

Insegnare con...
***Tutti i colori
della matematica
edizione Bianca***

Relatori:

Leonardo Sasso
Valentina Abate

INSEGNARE

**Matematica
e Fisica**

Scuola Secondaria di 2° Grado

Le novità di Tutti i colori della matematica

- 1 **Tutto sott'occhio** in funzione della leggibilità della teoria.
- 2 Rinnovamento degli **esercizi** (revisione della gradualità, tanti esercizi nuovi).
- 3 **Novità:** tematiche di **Educazione civica** e delle **competenze STEM, UdA**, verso il colloquio d'esame, **CLIL**.
- 4 **Potenziamento e rinnovamento** degli aspetti consolidati e apprezzati della precedente edizione: collegamenti con la realtà, competenze, percorsi delle idee, preparazione alla prova Invalsi, compiti di realtà.
- 5 Oltre ai volumi: **Quaderni di inclusione e recupero** rinnovati e interattivi, Guida per il docente, soluzioni DOC sul libro digitale, **nuove risorse digitali** sempre più coinvolgenti.

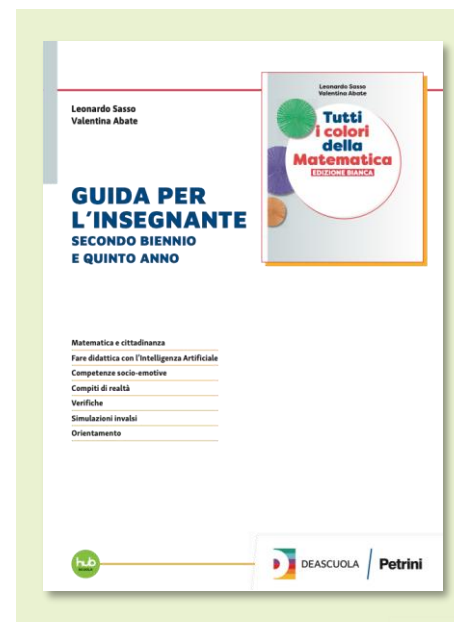
Le configurazioni dell'edizione bianca

- Volume A (696 pp) +
Quaderno di inclusione
e recupero (120 pp)



- Volume B (144 pp)

- Guida per l'insegnante (384 pp)



Modifiche all'indice

- Rispetto alla precedente edizione è stato aggiunto un **ripasso iniziale** dei principali argomenti di algebra del biennio

INDICE	
Unità	
1 Equazioni e sistemi	1
1. Richiami di calcolo letterale	1
2. Equazioni di primo grado	5
3. Equazioni frazionarie	7
4. Sistemi lineari	8
5. Equazioni di secondo grado	11
6. Sistemi di secondo grado	12
 Percorso delle idee	13
ESERCIZI	15
■ Prova di autoverifica	35
Verso le competenze – Invalsi	36
Compito di realtà	37
Unità	
2 Disequazioni	38
1. Disequazioni di primo grado	38
2. Disequazioni di secondo grado	41
3. Disequazioni frazionarie	44
4. Sistemi di disequazioni	46
5. Problemi che hanno come modello disequazioni di secondo grado	47
 Percorso delle idee	48
ESERCIZI	50
■ Prova di autoverifica	67
Verso le competenze – Invalsi	68
Compito di realtà	69
 Solve Maths in English	70
Unità	
3 Rette nel piano cartesiano	71
1. Richiami sul piano cartesiano	71
2. Distanza tra due punti e punto medio di un segmento	72
3. Alcune simmetrie nel piano cartesiano	73
4. Richiami sulle funzioni	74
5. Funzioni lineari	78
6. Equazione della retta nel piano cartesiano	80

**DEAFliX**
Equazioni di primo grado
Sistemi lineari
Equazioni di secondo grado
• Con GeoGebra
• Esercizi interattivi

**DEAFliX**
Disequazioni di primo grado
Disequazioni di secondo grado
• Figure animate
• Con GeoGebra
• Esercizi interattivi

**DEAFliX**
Piano cartesiano
• Approfondimenti
• Figure animate
• Con GeoGebra
• Esercizi interattivi



① Tutto sott'occhio: la teoria

Tutto sott'occhio: la teoria

UNITÀ 3 Rette nel piano cartesiano

7 Posizione reciproca di due rette e condizioni di parallelismo e perpendicolarità tra due rette

Consideriamo due rette nel piano cartesiano, non parallele all'asse y , di equazioni:
 $r: y = mx + q$ $r': y = m'x + q'$
 Le possibili posizioni reciproche tra le due rette sono le seguenti.

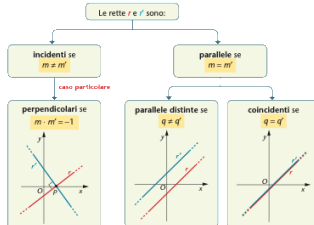


Figura 11 Le coordinate di P sono le soluzioni del sistema:
 $y = mx + q$
 $y = m'x + q'$

Se due rette sono incidenti, le coordinate del loro punto d'intersezione si ottengono risolvendo il sistema composto dalle equazioni delle due rette (Fig. 11).

ESEMPIO Posizione reciproca di due rette

- Le rette $r: y = 2x + 1$ e $r': y = 2x - 4$ sono parallele e distinte; infatti:
 $m = m' = 2$ e $q \neq q' \Rightarrow q' \neq q$
- Le rette $s: y = 2x - 4$ e $t: 2x - y - 4 = 0$ sono coincidenti; infatti l'equazione esplicita di t coincide con quella di s ($y = 2x - 4$), ossia $m = m'$ e $q = q'$.
- Le rette $v: y = 2x + 1$ e $w: y = x - 1$ sono incidenti; infatti, $m \neq m'$ ($m = 2$ e $m' = 1$) e il punto P di intersezione si trova risolvendo il sistema:

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x + 1 \\ 2x + 1 = x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x + 1 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -3 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow P(-2, -3)$$
- Le rette $r: y = 2x + 1$ e $t: x + y - 2 = 0$ sono perpendicolari; infatti:
 $m \cdot m' = 2 \cdot (-1) = -2 \neq -1$
- Le rette $y = 3$ e $y = -7$ sono parallele perché entrambe sono parallele all'asse x ; in effetti risulta: $m = m' = 0$.

Esercizi p. 109

82

UNITÀ 12 Derivate e teoremi sulle funzioni derivabili

3 Derivate delle funzioni elementari

Il calcolo delle derivate non viene generalmente effettuato tramite la definizione (come limite del rapporto incrementale), perché sarebbe troppo laborioso. Si ricorre invece alle *derivate delle funzioni elementari*, oggetto di questo paragrafo, e ad alcune regole di derivazione, ricavate successivamente. Riassumiamo nella tabella i teoremi che ci permettono di calcolare le derivate delle funzioni elementari.

Funzione	Derivata	Esempi
Funzione costante: $f(x) = c, c \in \mathbb{R}$	$f'(x) = 0$	$f(x) = 5 \Rightarrow f'(x) = 0$
Funzione identica: $f(x) = x$	$f'(x) = 1$	$f(x) = x \Rightarrow f'(x) = 1$
Funzione potenza a esponente intero positivo: $f(x) = x^n, n \in \mathbb{N}, n > 1$	$f'(x) = nx^{n-1}$	$f(x) = x^3 \Rightarrow f'(x) = 3x^{3-1} = 3x \Rightarrow n = 3$ $f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x^{2-1} = 2x \Rightarrow n = 2$ $f(x) = x^3 \Rightarrow f'(x) = 3x^{3-1} = 3x^2 \Rightarrow n = 3$
Funzione potenza a esponente reale: $f(x) = x^a, a \in \mathbb{R}$	$f'(x) = ax^{a-1}$	$f(x) = x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $f(x) = x^{\frac{3}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}-1} = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} = \frac{3\sqrt{x}}{2}$ $f(x) = x^{\frac{1}{3}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}-1} = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$
Funzione esponenziale: $f(x) = a^x, a > 0, a \neq 1$	$f'(x) = a^x \ln a$	$f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x \ln e = e^x \Rightarrow a = e$ $f(x) = 2^x \Rightarrow f'(x) = 2^x \ln 2 \Rightarrow a = 2$
Funzione logaritmica: $f(x) = \log_a x, a > 0, a \neq 1$	$f'(x) = \frac{1}{x \ln a}$	$f(x) = \ln x = \log_e x \Rightarrow a = e$ $f(x) = \frac{1}{\ln 2} \ln x \Rightarrow a = 2$ $f(x) = \log_3 x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x \ln 3} \Rightarrow a = 3$

Gli esempi in tabella seguono le seguenti formule di frequente utilizzo:

$$D_x \left(\frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2}, \quad D_x(x^a) = ax^{a-1}, \quad D(\ln x) = \frac{1}{x}$$

Osserva che una funzione potenza può non essere derivabile in $x = 0$. Per esempio la funzione $f(x) = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$ non è derivabile in $x = 0$ come emerge dal fatto che $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ non è definita in $x = 0$. Per questa ragione l'insieme dei valori di x per cui una funzione potenza è derivabile può variare; per esempio, è $\mathbb{R}$ per la funzione $f(x) = x^3, x \in \mathbb{R}$ (0) per la funzione $f(x) = \sqrt{x}, x \in \mathbb{R}$ per la funzione $f(x) = \frac{1}{x}, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Esercizi p. 499

484

- La teoria è schematica, sintetica e ben organizzata in definizioni, regole, esempi, schemi, tabelle, sintesi.
- Gli argomenti sono trattati in modo ancora più visuale e schematico

Tutto sott'occhio: la teoria

3. Funzioni reali di variabile reale: prime proprietà

UNITÀ 9

Funzioni pari e funzioni dispari

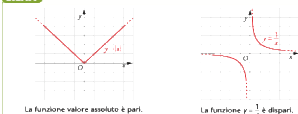
Il grafico di una funzione può presentare alcune particolari simmetrie: queste caratteristiche vengono formalizzate dalle definizioni di funzione pari e dispari.

DEFINIZIONI Funzione pari e funzione dispari

Sia data una funzione $y = f(x)$, avente dominio D , tale che per ogni $x \in D$ anche $-x \in D$.

- Se risulta $f(-x) = f(x)$ per ogni $x \in D$ la funzione si dice **pari** e il suo grafico è simmetrico rispetto all'asse y .
- Se risulta $f(-x) = -f(x)$ per ogni $x \in D$ la funzione si dice **dispari** e il suo grafico è simmetrico rispetto all'origine.

ESEMPIO



ESEMPIO Stabilire se una funzione è pari o dispari

Stabiliamo se le seguenti funzioni sono pari o dispari:

- a. $f(x) = x^2 - x^4$ c. $f(x) = x^2 - 2x$ e. $f(x) = 3^x - 3^{-x}$
b. $f(x) = -x^3$ d. $f(x) = \frac{1}{1+x}$

- a. Per stabilire se la funzione $f(x) = x^2 - x^4$ è pari sostituiamo $-x$ al posto di x in $f(x)$. Abbiamo:

$$f(-x) = (-x)^2 - (-x)^4 = x^2 - x^4 = f(x)$$

Concludiamo che la funzione assegnata è pari.

- b. La funzione $f(x) = -x^3$ è definita soltanto per $x > 0$. Per ogni $x > 0$ si ha che $f(x)$ esiste mentre $f(-x)$ non esiste: perciò la funzione data non è né pari né dispari.

- c. Sostituiamo $-x$ al posto di x in $f(x)$:

$$f(-x) = (-x)^2 + 2(-x) = x^2 - 2x = -(x^2 + 2x) = -f(x)$$

La funzione data è quindi una funzione dispari.

- d. Procedendo come negli esempi precedenti, abbiamo:

$$f(-x) = \frac{1 - (-x)}{1 + (-x)} = \frac{1+x}{1-x}$$

Quindi $f(-x) \neq f(x)$.

Dato che $-f(x) = -\frac{1-x}{1+x} = \frac{x-1}{1+x}$, possiamo concludere anche che $f(-x) \neq -f(x)$. Perciò la funzione data non è né pari né dispari.

- e. Sostituiamo $-x$ al posto di x in $f(x)$:

$$f(-x) = 3^{(-x)} - 3^{-(x)} = 3^{-x} - 3^{-x} = -f(x)$$

Concludiamo che la funzione assegnata è dispari.

Esercizi p. 390

391

UNITÀ 3

Rette nel piano cartesiano

5. Funzioni lineari

Il grafico della funzione lineare

DEFINIZIONE Funzione lineare

Una funzione è detta **lineare** se è definita da un'equazione del tipo $y = mx + q$, dove m e q sono due numeri reali.

Il grafico di una funzione lineare è una retta, per tracciarla basta determinare alcuni suoi punti (in linea di principio ne basterebbero due) e tracciare la retta che passa per essi.

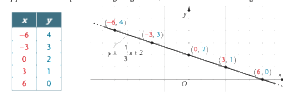
ESEMPIO

Tracciamo il grafico della funzione $y = -\frac{1}{3}x + 2$.

Per determinare alcuni punti del grafico dalla funzione, diamo dei valori a scelta alla variabile x e calcoliamo i corrispondenti valori di y . Ad esempio:

$$\text{se } x = -6, \text{ allora } y = -\frac{1}{3}(-6) + 2 = 2 + 2 = 4$$

Attribuendo a x gli ulteriori valori $-3, 0, 3$ e 6 , otteniamo i valori di y in tabella. Rappresentando i punti e congiungendoli, otteniamo la retta in figura.



RIFLETTI

In questo esempio è conveniente scegliere, come valori da attribuire a x , numeri interi multipli di 3, per evitare di introdurre frazioni nel calcolo di y .



I punti di intersezione del grafico con gli assi

Spesso si è interessati a determinare i punti di intersezione del grafico di una funzione lineare con gli assi cartesiani.

- I punti dell'asse x hanno ordinata uguale a 0. Perciò, per determinare l'ascissa dell'eventuale punto di intersezione del grafico di $y = mx + q$ con l'asse x , basta porre $y = 0$ nell'equazione $y = mx + q$ e risolvere l'equazione ottenuta.
- I punti dell'asse y hanno ascissa uguale a 0. Perciò, per determinare l'ordinata del punto di intersezione del grafico di $y = mx + q$ con l'asse y , basta porre $x = 0$ nell'equazione $y = mx + q$.

ESEMPIO

Tracciamo il grafico della funzione lineare $y = 2x - 4$, dopo avere determinato i suoi punti di intersezione con gli assi cartesiani.

- Intersezione con l'asse x**

Poniamo $y = 0$ nell'equazione $y = 2x - 4$ e otteniamo:

$$2x - 4 = 0 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

Quindi il grafico interseca l'asse x nel punto $A(2, 0)$.

- Intersezione con l'asse y**

Poniamo $x = 0$ nell'equazione $y = 2x - 4$ e otteniamo:

$$y = 2 \cdot 0 - 4 = -4$$

Quindi il grafico interseca l'asse y nel punto $B(0, -4)$.

Il grafico di $y = 2x - 4$ è la retta passante per A e per B in figura.



Gli esempi nella teoria sono semplici e numerosi, per facilitare la comprensione immediata e diretta

② Rinnovamento degli esercizi

Gradualità negli esercizi

UNITÀ 6 Complementi di algebra

Equazioni trinomie

67 ESERCIZIO SVOLTO

Risolvi l'equazione $x^4 - x^2 - 6 = 0$.

- Ponendo $x^2 = t$, otteniamo l'equazione $t^2 - t - 6 = 0$, che ammette le due soluzioni:
 $t = -2$ e $t = 3$
- Avendo posto $x^2 = t$, le soluzioni dell'equazione di partenza sono le soluzioni delle due equazioni:
 $x^2 = -2$ e $x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$
- Impossibile.
- Pertanto, l'insieme delle soluzioni dell'equazione di partenza è $S = \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$.

Completa la risoluzione delle seguenti equazioni.

68 $4x^4 - 37x^2 + 9 = 0 \Rightarrow 4t^2 - 37t + 9 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{4} \vee t = 9 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \vee x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm\frac{1}{2} \vee x = \pm 3$

ponendo $x^2 = t$

terminando alla variabile x

69 $x^4 - 6x^2 - 16 = 0 \Rightarrow t^2 - 6t - 16 = 0 \Rightarrow t = -2 \vee t = 8 \Rightarrow x^2 = -2 \vee x^2 = 8 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \vee x = \pm 2$

ponendo $x^2 = t$

terminando alla variabile x

70 $x^4 + 7x^2 + 6 = 0 \Rightarrow t^2 + 7t + 6 = 0 \Rightarrow t = -1 \vee t = -6 \Rightarrow x^2 = -1 \vee x^2 = -6$

ponendo $x^2 = t$

le equazioni sono impossibili

$\Rightarrow$ l'equazione originaria risulta impossibile.

Risolvi le seguenti equazioni trinomie.

- 71 $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$ $\{+1, +3\}$ 72 $x^4 - 10x^2 + 16 = 0$ $\{2, \sqrt{2}\}$
 73 $x^4 - 3x^2 + 3 = 0$ $\{\text{impossibile}\}$ 74 $x^4 - 7x^2 + 16 = 0$ $\{+1, +2\}$
 75 $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$ $\{+2, +5\}$ 76 $x^4 - 19x^2 - 716 = 0$ $\{-2, -3\}$
 77 $x^4 - 13x^2 - 48 = 0$ $\{+4\}$ 78 $x^4 - 79x^2 - 27 = 0$ $\{-3, -3\}$
 79 $x^4 - x^2 - 1 = 0$ $\{+1\}$ 80 $x^4 + 6x^2 + 5 = 0$ $\{\text{impossibile}\}$
 81 $x^4 - 5x^2 - 14 = 0$ $\{+2\}$ 82 $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$ $\{+2, -2\}$
 83 $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$ $\{\text{impossibile}\}$ 84 $x^4 - 15x^2 - 16 = 0$ $\{+2\}$
 85 $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$ $\{+2\}$ 86 $x^4 + 4x^2 + 3 = 0$ $\{-3, -3\}$
 87 $x^4 - x^2 - 2 = 0$ $\{+1\}$ 88 $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$ $\{+2, +3\}$
 89 $x^4 - 11x^2 - 4 = 0$ $\{+2\}$ 90 $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$ $\{+1, +2\}$
 91 $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ $\{\text{impossibile}\}$ 92 $x^4 + 3x^2 + 4 = 0$ $\{\text{impossibile}\}$
 93 $x^4 - 30x^2 - 25 = 0$ $\{+5\}$ 94 $x^4 - \frac{7}{2}x^2 - 9 = 0$ $\{-3, -2\}$
 95 $x^4 - 9x^2 + 8 = 0$ $\{+2\}$ 96 $x^4 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{2} = 0$ $\{-1, -2\}$
 97 $x^4 - 6x^2 - 7 = 0$ $\{-7, -1\}$ 98 $x^4 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{2} = 0$ $\{-1, -2\}$

Risolvi le seguenti equazioni, riconducendoti a equazioni trinomie.

- 99 $x^4(x^2 - 3x^2) + 9 = 0$ $\{\text{impossibile}\}$ 100 $x^4(x^2 - 3x^2) + 9 = 0$ $\{-\sqrt{2}, 2\}$
 101 $x^4(x^2 - 3x^2) + 9 = 0$ $\{+1, +\sqrt{5}\}$ 102 $(2x^2)^2 - 37x^2 - 9 = 0$ $\{+3, +\frac{\sqrt{2}}{2}\}$
 103 $x^4 + (x^2 - \sqrt{5})(x^2 + \sqrt{5}) = 0$ $\{+5\}$ 104 $x^4(3x^2 + 3) - 1 = 0$ $\{-1, \frac{1}{3}\}$
 105 $x^4(x^2 - 10) + 9 = 0$ $\{+1, +\sqrt{5}\}$ 106 $x^4(x^2 - 1)(x^2 - 3)$ $\{+3\}$

1. Parabola come grafico della funzione di secondo grado UNITÀ 4

Grafico di una parabola di equazione $y = ax^2 + bx + c$

11 ESERCIZIO GUIDATA

Traccia il grafico della parabola di equazione $y = x^2 - 2x - 4$, dopo averne determinato il vertice, l'asse e altri quattro suoi punti.

Determina le coordinate del vertice V e dell'asse della parabola.

L'ascissa del vertice è:

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2 \cdot 1} = 1$$

L'ordinata del vertice è:

$$y_v = 1^2 - 2 \cdot 1 - 4 = -5$$

Pertanto $V(1, -5)$. L'asse della parabola è la retta $x = x_v = 1$.

Determina le coordinate di altri due punti della parabola.

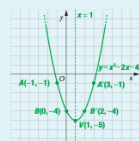
Per esempio:

se $x = 0$, risulta $y = -4$, quindi la parabola passa per $A(0, -4)$.

se $x = 2$, risulta $y = -4$, quindi la parabola passa per $B(2, -4)$.

Rappresenta gli elementi trovati e traccia il grafico della parabola.

Disegna nella figura il vertice, l'asse, i punti A e B e i punti A' e B', simmetrici di A e B rispetto all'asse. Poi traccia approssimativamente il grafico della parabola.



12 Completa la seguente tabella.

Equazione della parabola	$y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x$	$y = x^2 - 3$	$y = -x^2 + 4x - 1$																																				
Vertice e asse	$V(1, \frac{1}{4}); x = 1$	$V(0, -3); x = 0$	$V(2, 3); x = 2$																																				
Tabella di valori per x e y	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>-4</td><td>-2</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td></tr> <tr><td>y</td><td>6</td><td>2</td><td>0</td><td>2</td><td>6</td></tr> </table>	x	-4	-2	0	2	4	y	6	2	0	2	6	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>y</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> </table>	x	-2	-1	0	1	2	y	1	2	3	2	1	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>y</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> </table>	x	0	1	2	3	4	y	1	2	3	2	1
x	-4	-2	0	2	4																																		
y	6	2	0	2	6																																		
x	-2	-1	0	1	2																																		
y	1	2	3	2	1																																		
x	0	1	2	3	4																																		
y	1	2	3	2	1																																		
Grafico della parabola, dopo aver rappresentato il vertice, i punti A e B e i punti A' e B', simmetrici di A e B rispetto all'asse della parabola																																							

Traccia i grafici delle parabole aventi le seguenti equazioni, dopo aver determinato il vertice V, l'asse e altri quattro suoi punti.

- 13 $y = x^2 + 1$ $V(0, 1)$ 14 $y = 2x^2 - 6x$ $V(\frac{3}{2}, -\frac{9}{2})$
 15 $y = x^2 - 4x$ $V(2, -4)$ 16 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x$ $V(3, -\frac{9}{2})$
 17 $y = -x^2 + 4$ $V(0, 4)$ 18 $y = -x^2 - 3x$ $V(-\frac{3}{2}, \frac{9}{4})$
 19 $y = x^2 - 3x + 4$ $V(\frac{3}{2}, \frac{17}{4})$ 20 $y = 2x^2 - 4x - 5$ $V(1, -\frac{9}{2})$
 21 $y = x^2 - 3x + 4$ $V(\frac{3}{2}, \frac{17}{4})$ 22 $y = -2x^2 + 4x - 1$ $V(1, -3)$
 23 $y = x^2 - 3x + 4$ $V(\frac{3}{2}, \frac{17}{4})$ 24 $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 4$ $V(1, \frac{7}{2})$

- Gli esercizi da svolgere sono sempre preceduti da un esempio svolto e/o guidato, sono graduati e ogni esercizio riporta il grado di difficoltà

- Negli esercizi svolti più articolati vengono esplicitati i diversi passaggi

Rinnovamento degli esercizi

7. Disequazioni logaritmiche e disequazioni esponenziali risolvibili mediante logaritmi

UNITÀ 7

Problemi dalla realtà

259 **Temperatura.** Un bicchiere d'acqua a una temperatura iniziale di 5°C viene posto in un ambiente in cui la temperatura è di 30°C . L'acqua inizia allora a riscaldarsi e la sua temperatura (in $^{\circ}\text{C}$), dopo un tempo t (in minuti) da quando il bicchiere è stato posto nell'ambiente, è espressa con buona approssimazione dalla funzione:

$$T(t) = 30 - 25e^{-0.04t}$$

Dopo quanto tempo la temperatura dell'acqua sarà di 25°C ?

[32 min (circa)]

260 **Magnitudo di un terremoto.** La magnitudo M di un terremoto, misurata nella scala Richter, e l'energia E (in joule), complessivamente sviluppata dal terremoto sono legate con buona approssimazione dalla relazione proposta da Gutenberg e Richter nel 1936:

$$M = \frac{2}{3} (\log_{10} E - 4.8)$$

Nel 2009 la città dell'Aquila fu devastata da un terremoto di magnitudo 6,3 (circa) nella scala Richter. Quanta energia si sviluppò in quel terremoto?

[$3,8 \cdot 10^{13}$ J]

EDUCAZIONE FINANZIARIA

261 **Dati.** La seguente funzione di domanda $d = 500 - e^{0.01t}$, ricava la funzione di vendita, cioè la funzione che esprime il prezzo p (in euro) in funzione della quantità d demandata. A quanto ammonta il prezzo se la quantità demandata è $d = 100$? Arrotonda il risultato a un numero intero.

$$[p = 10 \ln \frac{500}{2} - 10 \text{ euro}]$$

262 **Funzioni offerta e domanda.** Un'azienda produce t shirt, il cui prezzo può essere fissato tra 10 euro e 90 euro. Si stima che se il prezzo di una t -shirt è di x euro, allora l'offerta $f(x)$ e la domanda $g(x)$ sono ben modellizzate dalle funzioni:

$$f(x) = \left(\frac{11}{10}\right)^x \quad \text{e} \quad g(x) = 30\left(\frac{10}{11}\right)^x$$

a. Determina il prezzo di equilibrio, cioè il prezzo per cui la quantità offerta risulta uguale a quella demandata.
b. Interpreta il problema anche graficamente. La funzione f è crescente o decrescente? E la funzione g ? Ti sembra coerente rispetto al modello economico descritto? Spiega.

[a. 17 euro e 84 centesimi]

263 **Capitalizzazione composta.** Un capitale di C euro, impiegato per un tempo t (in anni) in regime di capitalizzazione composta al tasso d'interesse annuo i , produce un montante M espresso dalla formula $M = C(1 + i)^t$. Quanto tempo occorre affinché un capitale di 1000 euro, impiegato al tasso d'interesse annuo del 4% (in regime di capitalizzazione composta), produca un montante di 1500 euro? Esprimi il risultato in anni, mesi e giorni, arrotondando a:

[10 anni, 4 mesi e 2 giorni (considerando un mese di 30 giorni)]

264 **UNITÀ 7 RIVISITAZIONE** La concentrazione (in mg/L) di un farmaco nel sangue, dopo un tempo t (in ore) dalla somministrazione per via orale (in $t = 0$) è espressa dalla funzione:

$$f(t) = 8(e^{-t} - e^{-2t})$$

Sapendo che la concentrazione massima raggiunta dal farmaco nel sangue è di 7 mg/L , dopo quanto tempo dalla somministrazione il farmaco raggiunge tale concentrazione massima? Esprimi il risultato arrotondando ai minuti. [42 min]

265 **Gateway Arch.** Il Gateway Arch è stato progettato dall'architetto Iero Saarinen ed è situato nella città di Saint Louis. L'arco ha la forma di una catenaria capovolta la cui equazione, rispetto al sistema di riferimento rappresentato in figura, è approssimativamente:

$$y = 23 - 21e^{-\frac{x^2}{190}}$$

Sapendo che nel sistema di riferimento in figura ogni quadratino corrisponde a 50 m, determina l'altezza e la larghezza dell'arco, cioè determina l'ordinata del punto H e la distanza tra i punti A e B .

[190 m, 194 m (arrotondando a numeri interi)]

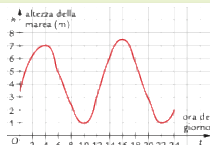


351 Realtà e modelli

In figura è riportato il grafico della funzione che rappresenta come è variata l'altezza dell'acqua nel porto di Brest il 26 ottobre 2015, a causa di fenomeni di alta e bassa marea.

- Qual era approssimativamente l'altezza dell'acqua alle ore 14?
- Tra le 12 e le 24, per quanto tempo all'incirca l'altezza dell'acqua è stata superiore a 3 m?
- Approssimativamente in quali orari della giornata l'altezza dell'acqua è risultata crescente? E in quali decrescente?

[Soluzione p. DOC]

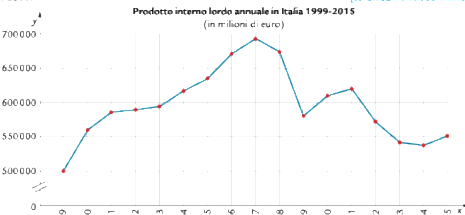


352 EDUCAZIONE FINANZIARIA

In figura è riportato il grafico della funzione che rappresenta il prodotto interno lordo annuale in Italia tra il 1999 e il 2015 in milioni di euro (Fonte: Istat).

- In quali intervalli di tempo si ha una crescita del prodotto interno lordo?
- In quali intervalli di tempo si ha una recessione, cioè la funzione è decrescente?
- Sapendo che nel 2015 c'è stata una crescita dello 0,6% rispetto all'anno precedente, qual è stato il prodotto interno lordo nel 2014?

[c. Circa 1 540 755 milioni di euro]



Gli esercizi sono numerosi, rinnovati e di varie tipologie:

- Realtà e modelli
- Interpretare grafici
- Attività con GeoGebra
- Educazione civica

Ogni esercizio riporta il grado di difficoltà (tre livelli)

Edizione Bianca Alberghieri

593 Matematica in cucina E se? Marco ha preparato una torta a forma di parallelepipedo a base quadrata con il lato di base lungo 15 cm e l'altezza di 7 cm. Vuole creare una nuova torta, mantenendo invariata l'altezza e diminuendo di una stessa (opportuna) lunghezza il lato di base, in modo che la nuova torta abbia il volume che risulti il 36% in meno di quello originario. Quale deve essere la lunghezza di cui va diminuito il lato di base della torta?

► La risposta cambia se l'altezza della torta è 10 cm? E se il lato di base è 20 cm? [3 cm; no; sì: 4 cm]

594 Un negoziante con 720 euro aveva intenzione di acquistare un certo numero di magliette, ma, poiché ogni maglietta è costata 4 euro in più, ne ha dovute acquistare 6 in meno. Quante magliette ha comprato? [30]

160 Scienza degli alimenti Per un succo d'arancia pastorizzato, la relazione tra il tempo di conservazione in frigorifero e il contenuto di vitamina C è descritta con buona approssimazione dall'equazione $y = -6x + 400$, dove x è il numero di giorni trascorsi dalla data di confezionamento e y è la quantità di vitamina C (in milligrammi) contenuta in una bottiglia da 1 L. Il modello è valido per $0 \leq x \leq 20$. Traccia il grafico della funzione, mettendo in evidenza il tratto relativo al problema. Calcola il contenuto di vitamina C dopo 10 giorni e determina dopo quanti giorni il contenuto di vitamina C è uguale a 310 mg. [340 mg; 15 giorni]



595 Accoglienza turistica Stai organizzando una gita scolastica per la tua classe, al costo complessivo di 600 euro, che viene equamente ripartito tra tutti i partecipanti. All'ultimo momento si aggiungono 3 compagni; ciò fa sì che la quota che ciascun partecipante deve pagare diminuisce di 10 euro rispetto a quella inizialmente prevista. Quanti studenti erano iscritti inizialmente alla gita? [12]

596 Servizi di sala e di vendita Il piano di appoggio di un tavolo rettangolare di un ristorante ha area uguale a 192 dm^2 e perimetro uguale a 64 dm. Determina le dimensioni del tavolo in centimetri. Se si vuole mettere una tovaglia rettangolare sul tavolo in modo che la «caduta laterale» della tovaglia sia di 30 cm (su tutti e quattro i lati), quali devono essere le dimensioni della tovaglia? [80 cm $\times$ 240 cm; 140 cm $\times$ 300 cm]

Nell'edizione Bianca Alberghieri sono stati aggiunti **collegamenti con le discipline d'indirizzo**, suddivisi in 4 categorie:

- **Matematica in cucina**
- **Accoglienza turistica**
- **Servizi di sala e di vendita**
- **Scienza degli alimenti**

Edizione Bianca Alberghieri

UNITÀ 4 Parabola

5 Problemi di ottimizzazione

Molti problemi applicativi richiedono di determinare il massimo o il minimo valore che può essere assunto da una certa grandezza. Non abbiamo ancora le conoscenze per poter affrontare questi problemi in generale, ma ora, però, sta in grado di affrontare i problemi che fanno come modello una funzione di secondo grado.

PROBLEMA INVOLTO *Matematica in cucina*

Un tour operator sta organizzando un pacchetto per un viaggio a Lisbona. Sulla base di statistiche relative agli anni precedenti, si aspetta che:

- fissando, come prezzo del pacchetto, 900 euro per persona, si iscriveranno 40 persone;
- ogni diminuzione di 30 euro del prezzo del pacchetto comporterà 5 iscritti in più.

Il tour operator si chiede quale prezzo fissare per il pacchetto, in modo da ottenere il massimo ricavo possibile (ipotizzando di poter diminuire il prezzo soltanto di multipli di 30 euro e di non voler aumentare il prezzo).

COMPENDIAMO IL PROBLEMA

Diminuendo il prezzo si attraggono più iscritti, ma l'aumento degli iscritti sarà sufficientemente a compensare la diminuzione del prezzo? Analizziamo cosa sono accaduti con l'aiuto di un modello matematico.

CONSTRUIAMO IL MODELLO ALGEBRAICO DEL PROBLEMA

- Supponiamo di effettuare x diminuzioni di 30 euro sul prezzo del pacchetto. Allora:
 - il prezzo del pacchetto (in euro, per persona) sarà $900 - 30x$;
 - il numero di iscritti (dato direttamente da x) sarà:
 - Dovrà essere $x \in \mathbb{N}$ e $900 - 30x > 0$, cioè $x < 30$.
- Il ricavo, che indichiamo con $R(x)$, è allora espresso dalla seguente funzione:

$R(x) = 900x - 3000x + 150x^2 = 150x^2 - 2100x + 3600$

Dobbiamo determinare per quale valore di x la funzione $R(x)$ assume valore massimo. Per poter applicare la teoria studiata (in cui consideriamo x una variabile reale, anche se in relazione al problema x è l'intero dei numeri dei cui valori ci occupiamo).

DETERMINIAMO IL MASSIMO DELLA FUNZIONE

- La funzione $R(x) = 150x^2 - 2100x + 3600$ è di secondo grado, quindi il suo grafico è una parabola. Possiamo trovare che punto di intersezione della parabola con l'asse x (cette coordinate x_1 e x_2), e il vertice V (che ha le coordinate x_v e y_v).
- Per determinare il vertice della parabola, cerchiamo di moltiplicare per 3, otteniamo: $450x^2 - 6300x + 10800$
- La nuova x (indichiamo con x_1) è: $x_1 = \frac{6300}{2 \cdot 450} = \frac{6300}{900} = 7$
- Il grafico della funzione $R(x)$ è rappresentato nella figura. Il valore massimo di $R(x)$ nell'intervallo $0 \leq x < 30$ è 18, quindi $R(18) = 1800$, corrisponde all'ordinata del vertice della parabola e viene raggiunto quando x è uguale a 9.

ANALIZZIAMO LA SOLUZIONE E RISPONDIAMO

La soluzione algebrica trova $x_v = 7$, ma non siamo anche in relazione al problema, perché il nostro intervallo di interesse è $0 \leq x < 30$.

Il massimo ricavo, quindi, è di 1800 euro, viene raggiunto fissando per il pacchetto il prezzo di $900 - 30 \cdot 9 = 870$ euro.

La diminuzione del prezzo, dunque, è altrettanto compensata dall'aumento degli iscritti: se il prezzo del pacchetto viene fissato a 870 euro, il tour operator ricava di 1800 euro, cioè 3000 euro (dato da $900 \cdot 40$ euro) meno 1200 euro (dato da $30 \cdot 40$ euro).

Esercizi p. 271

UNITÀ 7 Funzioni, equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche

Compito di realtà

La crescita del lievito

Il lievito è un ingrediente fondamentale nella panificazione. Nelle prime ore di lievitazione, in condizioni favorevoli, la crescita della popolazione di un certo tipo di lievito può essere descritta dalla funzione esponenziale:

$$N(t) = N_0 \cdot 2^{\frac{t}{T}}$$

dove:

- T è il tempo trascorso dall'inizio dell'osservazione (in ore);
- N_0 è il numero iniziale di cellule di lievito (in milioni per g di impasto);
- $N(t)$ è il numero di cellule (in milioni per g di impasto) dopo t ore.

Assumiamo da qui in poi di riferirci a g di impasto. Per i prossimi quesiti ci riferiremo inoltre al modello (*).

1 Un pasticcere usa un impasto che contiene inizialmente 50 milioni di cellule di lievito. Quante cellule di lievito ci saranno dopo 6 ore? (30 ore)

2 Affinché l'impasto raggiunga il giusto punto di lievitazione, il pasticcere ha bisogno che la popolazione di lievito contenuta nell'impasto raggiunga la soglia di 1600 milioni di cellule di lievito. Supponendo che il numero iniziale di cellule sia 50 milioni, quanto tempo dovrà aspettare prima di raggiungere la quantità di lievito desiderata? (10 ore)

3 Qual è il tempo di duplicazione T delle cellule di lievito secondo la funzione (*)? (2 ore)

Se il tempo di duplicazione (in ore) è rappresentato da T , la funzione che permette di calcolare il numero finale di cellule va modificata come segue:

$$N(t) = N_0 \cdot 2^{\frac{t}{T}}$$

4 Se in un impasto ci sono inizialmente 60 milioni di cellule di lievito e il tempo di raddoppio è di 3 ore, quante cellule ci saranno dopo 6 ore? (30 ore)

5 Nella ipotesi del punto precedente, traccia il grafico della funzione (*), scegliendo in modo opportuno le unità di misura negli assi cartesiani. (punteggio p. 0/5)

6 Un pasticcere ha un impasto con un numero iniziale di cellule di lievito conosciuto. Dopo 3 ore, ci sono 100 milioni di cellule e a 12 ore dall'inizio dell'osservazione, ce ne sono 400 milioni. Quante cellule di lievito erano inizialmente nell'impasto? Qual è il tempo di raddoppio? (30 ore)

7 Nella ipotesi del punto precedente, determina quanto tempo è necessario affinché la popolazione di cellule di lievito raggiunga 1600 milioni. (10 ore o 45 minuti)

ANALIZZIAMO COME L'INTELLIGENZA ARTIFICIALE

Una Intelligenza artificiale e approfondisci gli argomenti proposti ponendo le seguenti domande al chatbot che preferisci.

- Nella preparazione degli impasti per pane e pizza, la crescita del lievito è un fattore determinante per la qualità del prodotto finito. Analizza come il modello di crescita esponenziale possa aiutare a prevedere l'aumento delle cellule di lievito nel tempo e stabilire il momento più adatto per la lievitazione e la cottura. Valuta, inoltre, come una gestione corretta del tempo di lievitazione possa incidere sull'organizzazione del lavoro in cucina e sulla qualità del risultato finale. Rispondi in modo chiaro e sintetico.
- La risposta potrebbe essere discussa in aula col docente e valutata in autonomia. Ce ne sono alcune che ritieni siano superficiali, errate o banali? Rileggi in maniera critica sulla bontà e utilità dei risultati ottenuti. Riassumi le risposte del chatbot e le tue considerazioni in una presentazione multimediale da condividere.

8 Usa le evidenze di questo compito di realtà come spunto per il tuo Capolavoro.

Risposte a fine volume

I collegamenti con le discipline enogastronomiche e di accoglienza turistica si trovano nei problemi svolti, negli esercizi, negli esercizi svolti, nei compiti di realtà

592 ESERCIZIO GUIDATA *Matematica in cucina*

Laura ha preparato una torta a forma di parallelepipedo rettangolo le cui dimensioni di base sono 12 cm e 20 cm e la cui altezza è 10 cm. Vuole creare una nuova torta, mantenendo invariata l'altezza e diminuendo di una stessa (opportuna) lunghezza le due dimensioni di base, in modo che la nuova torta abbia il volume che risulti il 25% in meno di quello originario. Quale deve essere la lunghezza di cui vanno diminuite le dimensioni di base della torta?

• Sia x la lunghezza (in centimetri) di cui vanno diminuite le dimensioni di base, con $0 < x < 12$.

• Le dimensioni della nuova torta, in funzione di x , saranno:

$12 - x$, $20 - x$ e 10

• Dalla formula per il calcolo del volume di un parallelepipedo rettangolo deduciamo l'equazione:

$$(12 - x)(20 - x) \cdot 10 = \frac{3}{4} \cdot 12 \cdot 20 \cdot 10$$

Il volume della nuova torta è il 75% in meno di quello originario, cioè il 75% = $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

• Risolvi l'equazione e rispondi alla domanda. [2]

③ UdA, Educazione civica, competenze STEM per l'orientamento, spunti verso il colloquio d'esame, CLIL

Unità Didattiche di Apprendimento

UNITÀ 7 Funzioni, equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche

Compito di realtà

Surriscaldamento globale

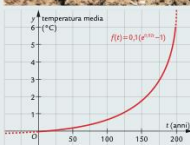
Un modello che è stato sviluppato per descrivere il riscaldamento globale (cioè il progressivo aumento della temperatura media dell'atmosfera terrestre e degli oceani) è costituito dalla funzione:

$$f(t) = 0,1(e^{0,02t} - 1)$$

dove t indica il tempo (in anni) trascorso dal 1900 e $f(t)$ indica il corrispondente incremento della temperatura media (in °C) della Terra. Sulla base di questo modello, rappresentato in figura, rispondi alle seguenti domande.



AMBIENTE E SOSTENIBILITÀ



1. Considera la funzione f indipendentemente dal contesto del problema, cioè con dominio $\mathbb{R}$. Giustifica perché la funzione f ha come asintoto orizzontale la retta $y = -0,1$ e deduci l'immagine della funzione. $[f = (-0,1, +\infty)]$

2. La funzione f è strettamente crescente o strettamente decrescente? $[Strettamente crescente]$

3. In quale punto la funzione f interseca l'asse delle t ? Deduci graficamente e verifica per via algebrica. $[t = 0]$

4. Qual è il dominio della funzione f nel contesto del problema? $[t \geq 0]$

5. Di quanto è aumentata la temperatura media della Terra dal 1900 al 2023? Arrotonda il risultato alla prima cifra decimale. $[1,1 \text{ °C}]$

6. Di quanto aumenterà la temperatura media della Terra tra il 2009 e il 2050? E tra il 2050 e il 2100? A quanto corrispondono questi incrementi, in percentuale? $[1,3 \text{ °C}; 3,5 \text{ °C}; 109\%, 181\% \text{ arrotondando le percentuali a numeri interi}]$

7. In quale anno la temperatura media della Terra sarà 5 °C in più della temperatura media della Terra nel 1900? $[2009]$

8. In quale intervallo di tempo la temperatura media della Terra sarà più di 7 °C rispetto alla temperatura media della Terra nel 1900? $[t > 211,3]$



Usa l'intelligenza artificiale e approfondisci gli argomenti proposti ponendo la seguente domanda al chatbot che preferisci.
• Un noto modello matematico mostra l'aumento costante della temperatura terrestre. Quali conseguenze sociali ed economiche può avere il riscaldamento globale (migrazioni, desertificazione, accesso all'acqua, eventi estremi) e quali comportamenti responsabili può adottare ciascun cittadino per contribuire a ridurre l'impatto? Le risposte possono essere discusse in aula col docente o valutate in autonomia. Ce ne sono alcune che ritieni siano superficiali, errate o banali? Rifletti in maniera critica sulla bontà e utilità dei risultati ottenuti. Riassumi le risposte del chatbot e le tue considerazioni in una presentazione multimediale da condividere.

Usa lo svolgimento di questo compito di realtà come spunto per il tuo Capolavoro.

Risposte a fine volume

Compito di realtà 8 Bed and breakfast (Funzioni lineari e funzioni esponenziali)

Tempo: 1 ora

Cognome Nome
Classe Data

Chiara, titolare del Bed and Breakfast «Welcome», è incoraggiata dal fatto che il numero di presenze giornaliere è cresciuto nei primi due anni di attività:

Anno	2016	2017
numero presenze	700	770

Tuttavia, prima di affrontare ulteriori investimenti, desidera prevedere l'evoluzione del numero di presenze negli anni futuri. Inizialmente assume il modello di crescita lineare: considera cioè costante nel tempo, uguale a $770 - 700 = 70$ unità, l'incremento di presenze giornaliere rispetto all'anno precedente.



1. Tra le quattro possibilità, qual è l'espressione analitica della funzione che associa al numero di anni x trascorsi a partire dal 2016 il numero y delle presenze giornaliere nel relativo anno?
A $y = 700x + 70$ B $y = 70x + 700$ C $y = 70(x + 700)$ D $y = 700(x + 70)$

2. In base al modello individuato al punto 1, quanti visitatori sono previsti per l'anno 2022? $[1.170]$

3. In base al modello individuato al punto 1, in quale anno il numero di presenze sarà doppio rispetto al 2016, primo anno d'attività? $[2027]$

Chiara considera ora il modello di crescita esponenziale. Osserva che $\frac{770 - 700}{700} = \frac{1}{10} = 0,1 = 10\%$ e assume costante nel tempo, pari al 10%, la percentuale di incremento di presenze giornaliere rispetto all'anno precedente.

4. Considera la funzione che associa al numero di anni x trascorsi a partire dal 2016 il numero y delle presenze giornaliere nel relativo anno, in base a questo secondo modello di crescita. Quale è la sua espressione analitica?
A $y = 70(1,1)^x$ B $y = 700 \cdot (1,1)^x$ C $y = 700(1,1)^x$ D $y = 70 \cdot 10^x$

5. In base al modello individuato al punto 4, quanti visitatori sono previsti per l'anno 2022? Approssima il risultato a un numero intero. $[1.200]$

6. Sempre in base al modello individuato al punto 4, in quale anno, per la prima volta, il numero di presenze giornaliere sarà più che doppio rispetto al 2016? $[2037]$

fotocopabile per uso didattico

Pertini - Tutti i colori della Matematica © D. Scuderi S.p.A.

- Nei volumi sono presenti materiali per lo sviluppo di **Unità di Apprendimento** (UdA)

- Alla fine di ogni unità è presente un **compito di realtà**, che costituisce un possibile spunto per nuove UdA

- Nella guida sono presenti altri compiti di realtà

Unità Didattiche di Apprendimento

UDA 3 Cinque regole per una scuola più sostenibile

UDA 3

Cinque regole per una scuola più sostenibile

Prodotto: poster, elevator pitch.

Competenze coinvolte:

- agire in riferimento ad un sistema di valori, coerenti con i principi della Costituzione, in base ai quali essere in grado di valutare fatti e orientare i propri comportamenti personali, sociali e professionali;
- utilizzare gli strumenti culturali e metodologici acquisiti per porsi con atteggiamento razionale, critico, creativo e responsabile nei confronti della realtà, dei suoi fenomeni e dei suoi problemi, anche ai fini dell'apprendimento permanente;
- utilizzare il patrimonio lessicale ed espressivo della lingua italiana secondo le esigenze comunicative nei vari contesti: sociali, culturali, scientifici, economici, tecnologici e professionali;
- individuare e utilizzare le moderne forme di comunicazione visiva, multimediale e digitale, anche con riferimento alle strategie espressive e agli strumenti tecnici della comunicazione in rete;
- comprendere e utilizzare i principali concetti relativi all'economia, all'organizzazione, allo svolgimento dei processi produttivi e dei servizi;
- utilizzare i concetti e i fondamentali strumenti degli assi culturali per comprendere la realtà ed operare in campi applicativi;
- utilizzare strategie orientate al risultato, al lavoro per obiettivi e alla necessità di assumere responsabilità nel rispetto dell'etica e della deontologia professionale;
- partecipare attivamente alla vita sociale e culturale a livello locale, nazionale e comunitario;
- padroneggiare l'uso di strumenti tecnologico-digitali.

Discipline coinvolte: Matematica, Scienze, Educazione civica.

Assi di riferimento: Asse dei linguaggi, Asse matematico, Asse scientifico-tecnologico.

Prerequisiti (Matematica): calcolo delle derivate, ottimizzazione e ricerca degli estremi.

Ore complessive: 12 ore

FASE 1: Ricerca (6 ore)

1. Dividete i gruppi. Ogni gruppo ha il compito di analizzare un aspetto specifico del consumo energetico della vostra scuola, tra cui:

- a. illuminazione degli ambienti;
- b. apparecchiature ad alimentazione elettrica;
- c. riscaldamento e climatizzazione;
- d. attività di laboratorio;
- e. consumo di acqua calda.

Potete affrontare ciascuna questione in termini generali, ma sarebbe meglio raccogliere dati reali sull'effettivo consumo dell'istituto. Con il sostegno e la collaborazione dei docenti, intervistate il personale tecnico-amministrativo che potrà fornirvi informazioni dettagliate e affidabili.

2. Individuate i picchi di consumo, cioè i momenti in cui l'assorbimento energetico è massimo, è di cruciale importanza nell'analisi dei consumi energetici. Infatti, sapere quando tali picchi si verificano ci può aiutare a comprendere le cause e a formulare delle ipotesi di intervento per ridurre gli sprechi. Il consumo di un edificio nel corso di una giornata può essere rappresentato con una funzione $P(t)$ che esprime la potenza complessivamente assorbita, istante per istante.

Un esempio semplificato di tale funzione è la seguente, dove il tempo t (in ore) e la potenza P (in kW):

$$P(t) = \left(\frac{t}{2} - 4 \right)^2$$

603

Unità didattiche di Apprendimento

Considerate la funzione nell'intervallo $[0, 24]$ e usate il calcolo delle derivate per individuare i momenti in cui il consumo energetico raggiunge il suo massimo. In quali ore si verificano i picchi? Qual è la potenza assorbita in quei momenti? Usate GeoGebra per rappresentare graficamente $P(t)$ nel piano cartesiano e verificate la correttezza dei vostri risultati. In quale momento della giornata la potenza assorbita aumenta più rapidamente? Quando diminuisce più drasticamente?

3. Completate l'indagine che avete iniziato cercando dati su come varia l'assorbimento di energia della vostra scuola nel corso della giornata. Spesso è difficile ottenere dati quantitativi dettagliati e affidabili al riguardo perché la maggior parte degli istituti non ne tiene traccia. Procedete allora con l'osservazione diretta, ora per ora, di quanto energia viene usata e come viene impiegata. Per esempio, annotate in quante stanze e quanto a lungo viene tenuta accesa la luce elettrica, quanti dispositivi elettronici sono connessi alla rete e se e quando vengono spenti, in che ore sono svolte le attività laboratoriali ecc. Suddividete tra voi il lavoro secondo i gruppi formati precedentemente. Alla fine, sommate tutti i consumi rilevati e riportate i dati raccolti su un grafico cartesiano. Per farlo, potete usare GeoGebra o gli strumenti grafici di un foglio di calcolo.



4. Confrontate i dati raccolti con la funzione $P(t)$ proposta, questa rappresentazione è adeguata a descrivere l'andamento del consumo energetico nella vostra scuola? Argomentate la vostra risposta analizzando la forma del grafico, il numero di picchi individuabili e gli orari in cui si verificano. Concentratevi sul grafico ottenuto a partire dai dati reali: in questo caso la derivata è ancora uno strumento utile per individuare i picchi di consumo? Perché?

5. Quali voci di consumo incidono di più nel bilancio energetico della vostra scuola? Vi vengono in mente modi per contenere gli sprechi? Provate a raccogliere le idee con un *brainstorming*. Potete trarre ispirazione dalle strategie messe in campo da altre scuole del territorio o da realtà simili. Un'altra possibilità è chiedere a un software di AI generativa di fornirvi una lista di accorgimenti da cui partire. In questo caso, riflettete su quali sono davvero applicabili al vostro contesto e quali possono avere un impatto significativo.

FASE 2: Produzione (4 ore)

1. Ogni gruppo elabora una lista di cinque interventi da proporre all'assemblea di istituto perché vengano adottati nella vostra scuola. Devono essere accorgimenti semplici e realistici, che tutti e tutte possano adottare senza stravolgere le proprie abitudini.

2. Realizzate un poster che comunichi le vostre cinque regole in modo efficace e coinvolgente. Curate la scelta dei colori, dei caratteri tipografici e delle immagini per renderlo visivamente accattivante e di forte impatto comunicativo.

3. Un *elevator pitch* è un discorso sintetico con cui presentare se stessi e una propria idea. Se incontrassimo un investitore in ascensore (in inglese *elevator*) il discorso deve essere così breve ed efficace da persuaderlo a investire nella nostra idea prima di arrivare al piano richiesto. Preparate un *elevator pitch* per convincere l'assemblea di istituto a prendersi sul serio. Usate il poster che avete realizzato come base d'appoggio della vostra presentazione.

FASE 3: Esposizione e dibattito (2 ore)

Ogni gruppo espone il proprio poster e il proprio *elevator pitch* al resto della classe. Conclude le presentazioni, scrive un dibattito per individuare la proposta che ritenete più convincente. Collaborate tutti insieme per realizzare un unico documento e un unico discorso da presentare all'assemblea di istituto. In alternativa, potete immaginare di esporre la vostra proposta direttamente al Dirigente scolastico, magari a margine di qualche evento istituzionale, in modo da convincerlo ad appoggiare la vostra idea.

604

- Alla fine del volume sono presenti tre UdA complete (di indirizzo per la versione Alberghiera)

- Nella guida è presente una sezione sulla nuova riforma e spunti per costruire le UdA

Educazione civica e competenze STEM

1. Il percorso di **Educazione civica** individua cinque temi, collegati all'Agenda 2030. Esempi, esercizi e problemi, segnalati da apposite icone
2. Esercizi e problemi collegati alle scienze ed esercizi e problemi orientati all'utilizzo delle tecnologie e al pensiero computazionale, che concorrono alla costruzione delle competenze proprie delle **discipline STEM** (*Science, Technology, Engineering and Mathematics*).



Educazione civica e competenze STEM

4. Problemi di massimo e di minimo **UNITÀ 13**

4. Problemi di massimo e di minimo

Il grafico ottenuto dallo studio di una funzione consente in particolare di individuare i suoi estremi (il minimo e il massimo assoluto, che è importante nei cosiddetti problemi di ottimizzazione, cioè in quei problemi in cui data una grandezza espressa in funzione di una variabile indipendente, si chiede di determinare per quali valori di questa variabile la grandezza assume valore minimo o massimo).

Nella risoluzione di questo tipo di problemi seguono generalmente questi passi:

1. scegliamo la variabile tramite cui esprimere la grandezza di cui si cerca il minimo o il massimo;
2. individuiamo il dominio D della variabile, cioè l'insieme di valori in cui la variabile può assumere valori, in relazione al problema;
3. determiniamo la funzione che costituisce il modello del problema;
4. studiando tale funzione (fino alla derivata prima, nell'insieme D) individuiamo il secondo passo ne individuiamo il minimo o il massimo assoluto;
5. rispondiamo alla domanda posta dal problema.

PROBLEMA SVOLTO **INDICAZIONE INIZIATIVA**

Mario, il titolare di una panetteria, vende grissini a peso. Se il prezzo è x euro per etto la quantità giornaliera venduta (in etti) è stimata essere $-200x + x^2$. Stabilisci il prezzo di vendita che assicura a Mario il massimo ricavo giornaliero per questo tipo di prodotto. A quanto ammonta quell'utile?

COMPRENDIAMO IL PROBLEMA

Prima di risolvere il problema riflettiamo sulla situazione proposta, negli ipotesi: la quantità venduta (in etti) è $-200x + x^2$, con x che rappresenta il prezzo affetto, quindi $x > 0$. Poiché la quantità venduta è una funzione algebrica decrescente per $x > 0$ (perché, più si aumenta il prezzo affetto x , più si riduce la quantità venduta), dobbiamo trovare il punto di equilibrio tra il prezzo di vendita e la quantità venduta (in modo da ottenere il risultato che ci serve).

CONSTRUIAMO IL MODELLO ALGEBRAICO DEL PROBLEMA

Il ricavo giornaliero è dato dal prodotto tra la quantità giornaliera venduta e il prezzo di vendita, cioè:

$$R(x) = x \cdot (-200x + x^2) = -200x^2 + x^3$$

Risponderemo alla domanda posta equivale a determinare per quale valore di x la funzione $R(x)$ ci assume valore massimo.

STUDIO DELLA FUNZIONE E RICERCA DEL MASSIMO

La funzione $R(x)$ è polinomiale per $x > 0$, inoltre:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} R(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} R(x) = +\infty$$

La derivata prima è:

$$R'(x) = -400x + 3x^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \quad \text{oppure} \quad x = \frac{400}{3}$$

La derivata si annulla per $x = 0$ (non è accettabile perché abbiamo supposto $x > 0$). Dallo studio del segno deduciamo che $x = \frac{400}{3}$ è un punto di massimo relativo. Qui, per fare in figura presentiamo un grafico che ci serve (è anche un grafico di massimo assoluto).

RISPOSTA

Il massimo ricavo giornaliero viene raggiunto fissando il prezzo di un etto di grissini a $x = \frac{400}{3}$ euro e, in questo caso, si ha un ricavo di $R(\frac{400}{3}) = \frac{200}{27} \approx 300$ (euro).

Esercizi p. 565

Compito di realtà **UNITÀ 2**

Compito di realtà

Spazio di frenata

Lo spazio di frenata è lo spazio che occorre a un'automobile per arrestarsi completamente da quando inizia l'azione sui freni. Lo spazio di reazione è invece quello che intercorre tra l'istante in cui il conducente percepisce un pericolo e quello in cui preme il pedale del freno. Lo spazio di arresto, infine, è dato dalla somma dei due. Un modello accettabile per calcolare lo spazio di frenata s_f (in metri) e lo spazio di reazione s_r (in metri), quindi anche lo spazio di arresto s_a (in metri), è dato dalle leggi:

$$s_f = \frac{v^2}{250} \quad s_r = \frac{v}{18} - tv \quad s_a = s_f + s_r$$

essendo v la velocità del veicolo (in km/h), t il tempo di reazione (in secondi) e v un coefficiente, detto di aderenza, che dipende dal fondo stradale.

1 Considera le formule per s_f e s_r , che cosa succede allo spazio di frenata s_f e allo spazio di reazione s_r , se la velocità raddoppia?

2 Fissati (a tuo piacere) il tempo di reazione t e il coefficiente di aderenza v , ricominci in s_f e in s_r le leggi di proporzionalità diretta o quadratica rispetto alla variabile velocità v ? Quali sono i grafici, in un opportuno piano cartesiano? (Disegna a fine volume)

Considera ora un tempo di reazione $t = 1,8$ s (conducente piuttosto distratto) e un coefficiente di aderenza $v = 0,4$ (fondo stradale bagnato).

3 Scrivi la formula che esprime lo spazio di arresto s_a in funzione di v , nel modello proposto. Determina quindi lo spazio di arresto di un'automobile che si muove alla velocità di 90 km/h.

4 Se la distanza di sicurezza (cioè lo spazio di arresto) è di 36 m, a quale velocità si sta muovendo il veicolo? Come la ricavare?

5 In corrispondenza di quali velocità la distanza di sicurezza è compresa tra 50 m e 100 m?

6 Un veicolo si muove a una velocità v (in km/h) per cui, raddoppiando v , la distanza di sicurezza aumenta al massimo di 100 m. In quale intervallo può variare v ?

Considera ora un tempo di reazione $t = 0,9$ s (conducente concentrato e attento) e un coefficiente di aderenza $v = 0,4$ (strada asciutta e in buone condizioni).

7 A quale velocità lo spazio di frenata è di almeno 20 m?

8 A quale velocità lo spazio di arresto è di almeno 20 m?

9 Usa l'intelligenza artificiale e approfondisci gli argomenti proposti ponendo la seguente domanda al chatbot che preferisci.

* Quali sono i principali fattori che rendono i giovani conducenti più esposti al rischio di incidenti legati a una frenata tardiva o assente? Indica almeno 6 motivi, spiegando in che modo influiscono sulla capacità di percepire il pericolo, sui tempi di reazione e sull'efficacia della frenata (per esempio distrazione, velocità eccessiva, inesperienza o meccaniche del veicolo).

Le risposte possono essere discusse in aula col docente o valutate in autonomia. Ce ne sono alcune che ritieni siano superficiali, errate o banali? Rifletti in maniera critica sulla bontà e validità dei risultati ottenuti. Riassumi le risposte del chatbot e le tue considerazioni in una presentazione multimediale da condividere.

10 Usa lo svolgimento di questo compito di realtà come spunto per il tuo Capolavoro.

Risposte a fine volume

• Numerosi esempi, esercizi e problemi si collegano ai cinque temi dell'educazione civica oppure sono orientati allo sviluppo delle competenze STEM

2024 **SICUREZZA** La normativa stabilisce la seguente relazione tra l'area A (in metri quadrati) di un cartello che segnala un ostacolo e la massima distanza l (in metri) da cui il cartello deve essere riconoscibile: $l = 20 \sqrt{5A}$.

a. Qual è la massima distanza da cui è riconoscibile un cartello rettangolare di dimensioni 20 cm e 80 cm? Arrotonda il risultato ai metri.

b. Si vuole costruire un cartello rettangolare che segnala un ostacolo, in cui la dimensione maggiore supera di 80 cm l'altra dimensione. Indicata con x la misura, in centimetri, della dimensione minore del cartello, determina quali valori deve assumere x per fare sì che la massima distanza di riconoscibilità sia almeno venti volte la dimensione maggiore del cartello stesso.

[a. 18 m; b. $x \geq 20$ cm]

Verso il colloquio d'esame

Verso il colloquio d'Esame

Traccia 1

Observa il grafico e rispondi

In figura è tracciato il grafico di una funzione f negli intervalli $[0, 1) \cup (1, 2]$. Il grafico è costituito da un segmento nell'intervallo $(2, +\infty)$; il grafico è una semiretta.



- Qual è il dominio della funzione f ?
- Qual è l'immagine della funzione f ?
- Per quali valori di x la funzione f è positiva? Per quale valore di x si annulla? Per quali valori di x è negativa?
- Deduci dal grafico, se esiste, il valore dei seguenti limiti:
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$,
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$
- Individua i punti singolari della funzione f e classificali.
- Determina il sottoinsieme del dominio di f dove la funzione f è continua.
- Qual è il più ampio intervallo aperto dove la funzione f è decrescente?
- Supponi di sapere che per $x \leq 0$ la funzione f è definita da $f(x) = e^x$. Qual è il valore della derivata della funzione esponenziale in $x = 0$? Qual è l'equazione della retta tangente al grafico della funzione esponenziale nel punto $x = 0$?
- Tenendo conto dei risultati del punto precedente, stabilisci se la funzione f è derivabile nel punto $x = 0$.
- Sapendo che nell'intervallo $[0, 2]$ la funzione f è definita da: $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \neq 1 \\ x - 1 & x = 1 \end{cases}$ determina analiticamente $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$. Verifica che il risultato sia lo stesso di quello dedotto graficamente al punto 4.
- Qual è l'espressione analitica della funzione f per $x > 2$?
- Quanto vale la derivata prima della funzione f per $x > 2$?

Domande di teoria

- Fornisci la definizione di continuità di una funzione $f(x)$ in un punto x_0 interno al suo dominio. Illustra i principali comportamenti che può presentare una funzione nell'interno di un punto singolare x_0 per ogni tipo di punto singolare, fornisci un esempio.
- Spiega come si può determinare l'equazione della retta tangente al grafico di una funzione derivabile $y = f(x)$ in un suo punto x_0 . Qual è la formula che fornisce l'equazione della retta tangente?
- Illustra quali sono le forme d'indecisione che si possono presentare nel calcolo del limite per $x \rightarrow x_0$ di una funzione $f(x)$. Spiega in particolare come si può risolvere una forma d'indecisione del tipo $\frac{0}{0}$ per $x \rightarrow x_0$ nel caso di una funzione razionale fratta $\frac{A(x)}{B(x)}$.
- Qual è la formula della derivata della funzione $f(x) = a^x$? Deduci da tale formula la derivata di $f(x) = e^x$.
- Qual è la derivata prima di una funzione costante? Dimostrala in base alla definizione di derivata.

➤ Risposte a fine volume

669

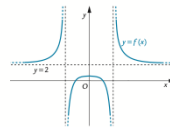
Verso il colloquio d'Esame

Traccia 2

Observa il grafico e rispondi

In figura è rappresentato il grafico di una funzione razionale frazionaria, di equazione $y = \frac{kx^2 - 9}{2x^2 - 18}$.

In figura sono stati indicati, tratteggiati, anche gli asintoti della funzione.



- Spiega perché, dalle informazioni leggibili dal grafico, si può concludere che $k = 4$.
- Qual è il dominio della funzione?
- Quanti zeri ammette la funzione? Quali sono le coordinate dei punti in cui il grafico della funzione interseca l'asse x ?
- Quali sono le coordinate del punto in cui il grafico della funzione interseca l'asse y ?
- Qual è l'insieme immagine della funzione?
- Quali sono le equazioni degli asintoti verticali della funzione? Qual è l'equazione dell'asintoto orizzontale?
- Il grafico della funzione presenta simmetrie? Si tratta di una funzione pari o dispari?
- Qual è il punto di estremo relativo della funzione? Si tratta di un punto di estremo assoluto?
- Quanto vale la derivata prima della funzione in $x = 0$?
- La derivata prima della funzione f in corrispondenza del punto in cui il grafico f interseca il semiasse delle ascisse positive è positiva o negativa? Come lo spieghi?
- Quali sono le soluzioni della disequazione $f'(x) < 0$?
- Quali sono le soluzioni della disequazione $f''(x) < 0$?

Domande di teoria

- In corrispondenza di quali valori di x è definita una funzione razionale frazionaria $\frac{A(x)}{B(x)}$? È vero che in corrispondenza di ogni valore di x che annulla il denominatore la funzione presenta un asintoto verticale?
- Discuti, al variare del grado dei polinomi $A(x)$ e $B(x)$, l'esistenza di eventuali asintoti orizzontali della funzione $\frac{A(x)}{B(x)}$. Quale condizione devono soddisfare i polinomi $A(x)$ e $B(x)$ perché la funzione ammetta come asintoto orizzontale l'asse x ?
- Qual è la regola di derivazione del rapporto $\frac{f(x)}{g(x)}$ di due funzioni f e g ? Come si può calcolare la derivata della funzione analizzata nel problema precedente?
- In corrispondenza dei valori di x per cui $f'(x) > 0$ quale comportamento ha il grafico della funzione $f(x)$? E in corrispondenza dei valori di x per cui $f'(x) < 0$? Che cosa si può dire dei punti in cui $f'(x) = 0$?
- In corrispondenza dei valori di x per cui $f''(x) > 0$ quale comportamento ha il grafico della funzione $f(x)$? E in corrispondenza dei valori di x per cui $f''(x) < 0$? Che cosa si può dire dei punti in cui $f''(x) = 0$?

➤ Risposte a fine volume

670

- Alla fine del volume sono presenti 4 tracce per allenarsi al **colloquio d'esame** suddivise in una prima parte di interpretazione grafica e una seconda parte teorica

Solve Maths in English



Rational inequalities. Quadratic inequalities

1 SOLVED EXERCISE

Solve the inequality using the sign diagram and write the answer in interval notation:

$$\frac{x^2 - x - 2}{12x^2 + 3x + 1} < 0$$

Solution

Determine the zeroes of the numerator $x^2 - x - 2 = 0$.

Factor the trinomial into the product of two binomials $(x - 2)(x + 1) = 0$.

Apply the zero product property and solve:

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

Determine the zeroes of the denominator $12x^2 + 3x + 1 = 0$.

The discriminant is negative and there are no x -intercepts; that is, the quadratic equation has no real zeroes. Since $a > 0$, the inequality $12x^2 + 3x + 1 > 0$ is true for all real numbers (the graph of the related parabola is above the x -axis). Let:

$$A = x - 2, B = x + 1, C = 12x^2 + 3x + 1$$

Determine the intervals in which A, B, C are positive:

$$A > 0 \quad x - 2 > 0$$

$$x > 2$$

$$B > 0 \quad x + 1 > 0$$

$$x > -1$$

$$C > 0 \quad 12x^2 + 3x + 1 > 0$$

$$\forall x \in \mathbb{R}$$

Use the sign diagram to determine the sign of the rational expression.

The inequality holds when $\frac{A \cdot B}{C}$ is negative, therefore the solution is $-1 \leq x < 2$.

	-1	2	
A	-	-	+
B	-	+	+
C	+	+	+
$\frac{A \cdot B}{C}$	+	-	+

What does it mean?

$<, >, \geq$ Questi simboli corrispondono rispettivamente alle espressioni less than, less than or equal to, greater than, greater than or equal to

Rational inequality Disuguaglianza frazionaria

Quadratic inequality Disuguaglianza di secondo grado

Zero product property Legge di annullamento del prodotto

x -intercepts Intersezioni di una curva con l'asse delle x

The inequality $12x^2 + 3x + 1 > 0$ is true for all real numbers La disuguaglianza $12x^2 + 3x + 1 > 0$ è verificata per tutti i numeri reali

Let $A = x - 2$ Equivale a sia $A = x - 2$ oppure «si ponga» (o posto) $A = x - 2$

Sign diagram È anche detto sign chart ed è lo schema grafico usato per determinare il segno di un polinomio o di un'espressione frazionaria

The inequality holds (when) È una delle espressioni verbali più usate per dire che «la disuguaglianza è verificata»

Now it's up to you!

Solve the inequalities.

$$\frac{x^2 + 3x - 4}{3 - x} \leq 0 \quad [-4 \leq x \leq 1 \vee x > 3] \quad \frac{2}{x^2 - 4} > \frac{1}{2 - x} \quad [-4 < x < -2 \vee x > 2]$$

$$\frac{x^2 + 10x - 24}{100 - x^2} \geq 0 \quad [-12 \leq x < -10 \vee 2 \leq x < 10] \quad \frac{1}{x^3} > \frac{1}{x^3 - x^2 + x} \quad [0 < x \leq 1]$$

$$\text{For what values of } k \text{ will the equation } kx^2 + (k - 3)x + k = 0 \text{ have no real solutions?} \quad [k < -3 \vee k > 1]$$

$$\text{Write a rational inequality whose solution set is } [-4, 5]. \quad \left[\frac{x + 4}{x - 5} \leq 0 \right]$$

- Le schede poste alla fine di alcune unità forniscono materiali utili per il CLIL

④ Potenziamento degli elementi caratteristici e rinnovamento delle sezioni in preparazione all'Invalsi

Potenziamento degli elementi caratteristici

UNITÀ 3 Rette nel piano cartesiano

ESERCIZIO SVOLTO

Per la produzione di un certo bene, un'azienda ha costi fissi di 8000 euro mensili e costi variabili di 5 euro per ogni unità di bene prodotta. Ogni unità del bene viene venduta a un prezzo di 9 euro.

Determiniamo le funzioni che esprimono il costo totale, il ricavo e l'utile derivanti dalla produzione e vendita di x unità del bene in un mese e rappresentiamole graficamente.

Qual è il punto di pareggio, cioè il punto in cui il ricavo è uguale al costo?

Il costo totale è dato dalla somma dei costi fissi e dei costi variabili sostenuti dall'azienda:

$$C(x) = c_v(x) + c_f = 5x + 8000$$

Il ricavo è il prodotto tra la quantità x venduta e il corrispondente prezzo di vendita:

$$R(x) = x \cdot p = 9x$$

L'utile è dato dalla differenza tra il ricavo e il costo totale:

$$U(x) = R(x) - C(x) = 9x - (5x + 8000) = 4x - 8000$$

Le tre funzioni sono rappresentate dalle tre rette in figura.

Per determinare il punto di pareggio dobbiamo calcolare l'ascissa del punto di intersezione delle rette $R(x)$ e $C(x)$, cioè risolvere l'equazione:

$$R(x) = C(x) \Rightarrow 9x = 5x + 8000 \Rightarrow 4x = 8000 \Rightarrow x = \frac{8000}{4} = 2000$$

Ciò significa che, in un mese, l'azienda deve produrre e vendere 2000 unità per assorbire i costi di produzione.

Un'azienda produce e vende un bene per il quale il costo (in euro) e il ricavo (in euro) sono espressi rispettivamente dalle funzioni $C(x) = 5x + 400$ e $R(x) = 7x$, dove x rappresenta il numero di unità del bene che vengono prodotte (e vendute).

a. Rappresenta le due funzioni $C(x)$ e $R(x)$ in un sistema cartesiano ortogonale, fissando in modo opportuno le unità di misura sugli assi cartesiani. Quali sono i costi fissi per la produzione del bene? A quale prezzo viene venduta un'unità del bene?

b. Determina le coordinate del punto d'intersezione dei grafici delle due funzioni costo e ricavo e spiega il significato nel contesto del problema.

Un'azienda produce e vende un bene per il quale il costo (in euro) è espresso dalla funzione $C(x) = 7x + 300$, dove x rappresenta il numero di unità del bene che vengono prodotte (e vendute). Ogni unità del bene viene venduta al prezzo di 10 euro.

a. Determina l'espressione analitica della funzione ricavo $R(x)$.

b. Rappresenta le due funzioni costo e ricavo in un sistema cartesiano ortogonale, fissando in modo opportuno le unità di misura sugli assi cartesiani. Quali sono i costi fissi per la produzione del bene?

c. Determina le coordinate del punto d'intersezione dei grafici delle due funzioni costo e ricavo e spiega il significato nel contesto del problema.

Un'impresa produce un certo tipo di bene che vende al prezzo unitario di 8 euro.

Per la produzione del bene sostiene costi fissi settimanali di 1170 euro e costi variabili di 3,50 euro per ogni unità di bene prodotto. Determina l'espressione analitica e traccia il grafico delle funzioni: ricavo $R(x)$ e costo totale di produzione $C(x)$, relativamente alla produzione di una settimana.

Determina il punto di pareggio, cioè il punto in cui il ricavo è uguale al costo.

Per la produzione di un certo bene, un'azienda ha costi fissi di 600 euro settimanali e costi variabili di 7 euro per ogni unità di bene prodotta. Ogni unità del bene viene venduta a un prezzo di 12 euro.

a. Determina le espressioni analitiche delle funzioni $C(x)$, $R(x)$ e $U(x)$ che esprimono il costo totale, il ricavo e l'utile derivanti dalla produzione e vendita di x unità del bene in una settimana e rappresentale graficamente.

b. Determina il punto di pareggio.

c. Determina il costo, il ricavo e l'utile corrispondenti alla produzione settimanale di 150 unità.

5. Grafico probabile di una funzione

UNITÀ 11

Completare la seguente tabella.

Grafico della funzione f

Dominio	$\mathbb{R} \setminus \{2\}$	$\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$	$\mathbb{R} \setminus \{1\}$
Simmetrie	Funzione dispari	Nessuna simmetria	Funzione pari
Intersezioni con gli assi	$(0, 0)$	$(1, 3), (0, 1), (0, 0), (0, 1)$	$(0, 0)$
Funzione positiva per...	$2 < x < 8 \vee x > 2$	$2 < x < 3 \vee x < \frac{3}{2}$	$x < -3 \vee x < 3$
Funzione negativa per...	$x < 2 \vee 8 < x < 2$	$x < 3 \vee 3 < x < \frac{3}{2}$	$-3 < x < 3$
Limiti agli estremi del dominio	$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}^-} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}^+} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$
Asintoti	$x = 2$ asintoto orizzontale $x = 2$ asintoto verticale	$x = \frac{3}{2}$ asintoto verticale $x = \frac{3}{2}$ asintoto obliquo	$x = 1$ asintoto verticale

Completare la seguente tabella.

Grafico della funzione f

Dominio	$\mathbb{R} \setminus \{2\}$	$\mathbb{R} \setminus \{1\}$	$x < 2 \vee x > 2$
Simmetrie	Nessuna simmetria	Funzione dispari	Nessuna simmetria
Intersezioni con gli assi	$(0, 0), (2, 0)$	$(0, 0)$	$(0, 0)$
Funzione positiva per...	$2 < x < 8 \vee x > 2$	$1 < x < 8 \vee x > 2$	$x > 2$
Funzione negativa per...	$x < 2 \vee 8 < x < 2$	$x < 1 \vee 8 < x < 1$	$x < 2$
Limiti agli estremi del dominio	$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$
Asintoti	$x = 2$ asintoto orizzontale $x = 2$ asintoto verticale	$x = 1$ asintoto verticale $x = \frac{1}{2}$ asintoto obliquo	$x = 2$ asintoto verticale

In **Tutti i colori della Matematica** sono potenziati gli aspetti specifici del progetto, quali:

- collegamenti con la realtà e le discipline di indirizzo (volume alberghiero)
- interpretazione di grafici
- sviluppo delle competenze
- preparazione alla prova Invalsi

I percorsi delle idee

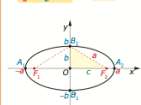
UNITÀ 5 Circonferenza, ellisse e iperbole

Ellisse

Luogo dei punti del piano per cui è costante la **somma** delle distanze da due punti fissi, detti **fuochi**.

Fuochi sull'asse x

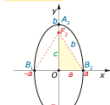
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{con } 0 < b < a < \infty$$



Vertici: $A_1(-a, 0)$; $A_2(a, 0)$
 $B_1(0, -b)$; $B_2(0, b)$
 Semidistanza focale: $c = \sqrt{a^2 - b^2}$
 Fuochi: $F_1(-c, 0)$; $F_2(c, 0)$
 Eccentricità: $e = \frac{c}{a}$

Fuochi sull'asse y

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{con } 0 < a < b < \infty$$



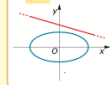
Vertici: $A_1(0, -b)$; $A_2(0, b)$
 $B_1(-a, 0)$; $B_2(a, 0)$
 Semidistanza focale: $c = \sqrt{b^2 - a^2}$
 Fuochi: $F_1(0, -c)$; $F_2(0, c)$
 Eccentricità: $e = \frac{c}{b}$

Posizione reciproca retta-ellisse

Sia Δ il discriminante dell'equazione risolvente il sistema tra l'equazione di una ellisse e quella di una retta. Si hanno tre possibili posizioni reciproche.

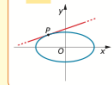
Retta esterna

Se $\Delta < 0$



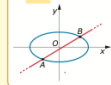
Retta tangente

Se $\Delta = 0$



Retta secante

Se $\Delta > 0$



Tangente in un punto dell'ellisse

Retta tangente in $P(x_0, y_0)$ all'ellisse di equazione $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$:

$$\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1$$

184

Circonferenza, ellisse e iperbole UNITÀ 5

Iperbole

Luogo dei punti del piano per cui è costante la **differenza**, in valore assoluto, da due punti fissi detti **fuochi**.

Fuochi sull'asse x

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$



Vertici: $A_1(-a, 0)$; $A_2(a, 0)$
 Semidistanza focale: $c = \sqrt{a^2 + b^2}$
 Fuochi: $F_1(-c, 0)$; $F_2(c, 0)$
 Asintoti: $y = \pm \frac{b}{a}x$ Eccentricità: $e = \frac{c}{a}$

Fuochi sull'asse y

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$$



Vertici: $A_1(0, -b)$; $A_2(0, b)$
 Semidistanza focale: $c = \sqrt{a^2 + b^2}$
 Fuochi: $F_1(0, -c)$; $F_2(0, c)$
 Asintoti: $y = \pm \frac{b}{a}x$ Eccentricità: $e = \frac{c}{b}$

Iperbole equilatera

Iperbole in cui l'asse maggiore e l'asse minore hanno la stessa misura.

Riferita agli assi

$$x^2 - y^2 = \pm a^2$$

fuochi sull'asse x
fuochi sull'asse y

Riferita agli asintoti

$$xy = k$$

Funzione omografica

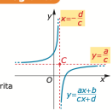
$$y = \frac{ax + b}{cx + d}$$

con:

$$c \neq 0$$

$$ad - bc \neq 0$$

Il grafico è un'iperbole equilatera riferita agli asintoti e traslata.



Posizione reciproca retta-iperbole

Sia Δ il discriminante dell'equazione risolvente il sistema formato dalle equazioni della retta e dell'iperbole. Si hanno tre possibili posizioni reciproche.



Tangente in un punto dell'iperbole

Retta tangente in $P(x_0, y_0)$ all'iperbole di equazione $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \pm 1$:

$$\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = \pm 1$$

185

- La teoria di ciascuna unità si conclude con un **Percorso delle idee** in font ad alta leggibilità

La prova di autoverifica

Prova di autoverifica **UNITÀ 6**

Prova di autoverifica

Complementi di algebra

I Vero o falso?

- l'equazione $2x^2 = 100$ ha un'unica soluzione ☒ V ☐ F
- ogni equazione di quarto grado ha esattamente quattro soluzioni ☐ V ☒ F
- l'equazione $(2x-1)^2 = -1$ è impossibile ☒ V ☐ F
- l'equazione $x^2 + 20x^2 + 10 = 0$ ha esattamente due soluzioni reali negative ☒ V ☐ F
- l'equazione $|x+5| = 10$ ha come unica soluzione $x = 5$ ☐ V ☒ F

Test

1 Quale delle seguenti equazioni è trinomiale?

(A) $3 + x + 2 = x^2$ ☒ (B) $3 + x + x = 1$ ☐ (C) $\frac{1}{\sqrt{x}} + x = 5$ ☐ (D) $\frac{1}{\sqrt{x}} + x = (x+2)^2$ ☐

2 L'insieme delle soluzioni della disequazione $(2x^2 + 3)(2x - 1)^2 > 0$ è:

(A) $x > \frac{1}{2}$ ☐ (B) $x < \frac{1}{2}$ ☐ (C) $\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$ ☒ (D) $\forall x \in \mathbb{R}$ ☐

3 Completa le seguenti frasi in modo che risultino corrette.

- Un'equazione monomia di quinto grado ha **cinque** soluzioni coincidenti uguali a **0**.
- Un'equazione binomia della forma $x^2 = -\frac{b}{a}$, con a pari, è **impossibile**, se $-\frac{b}{a} < 0$.
- Un'equazione nell'incognita x si dice trinomia se è del tipo $ax^2 + bx + c = 0$.
- Un'equazione (trinomia) di grado quattro si dice **biquadratica**.

Risolvi le seguenti equazioni.

1 $x^2 + 6x^2 - 16 = 0$ ☐ [-2, 2]

2 $-x^2 - 4 = -x + 1$ ☒ [impossibile]

3 $|2x - 3| = 5$ ☐ [1, 4]

Risolvi le seguenti disequazioni.

1 $3x^2 + x^2 - 2x < 0$ ☐ $\left\{x < -1 \vee 0 < x \leq \frac{2}{3}\right\}$

2 $|2x - 3| < 8$ ☐ $\left[-\frac{5}{2} < x < \frac{11}{2}\right]$

3 $-2x^2 - 1 < x + 1$ ☐ $[0 < x < 2]$

Valutazione

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Totale
Punteggio massimo	0,25	0,5	1,25	0,75	1	0,75	4	1	1	1	10
Punteggio ottenuto											

Tempo indicativo: 1 ora

Risposte a fine volume

Complementi di algebra

Fila A

Tempo: 1 ora

Cognome _____ Nome _____

Classe _____ Data _____

Prove di verifica

I Vero o falso?

- l'equazione $|x+1| = x$ equivale all'equazione $x-1 = x^2$ ☐ V ☒ F
- la disequazione $x^2 - x + 2 > 0$ è impossibile perché lo è l'equazione $x^2 - x + 2 = 0$ ☒ V ☐ F
- l'equazione $|3x - 4| = 1$ ha due soluzioni distinte ☐ V ☒ F
- $(x^2 - 2x + 4)(x^2 + 1) < 0$ è una disequazione impossibile ☐ V ☒ F

Test

1 Quale delle seguenti sostituzioni è appropriata per risolvere l'equazione $x^4 - 4x^2 + 1 = 0$?

(A) $x^2 = t$ ☐ (B) $x^4 = t$ ☐ (C) $x^8 = t$ ☐ (D) nessuna delle precedenti ☐

2 La disequazione $\frac{x^4(x+1)^2}{x+1} > 0$ è verificata:

A per ogni x reale ☐ B se e solo se $x > -1$ ☐ C se e solo se $x > -1$ ☐ D se e solo se $x \neq -1$ ☐

Risolvi le seguenti equazioni.

1 $x^5 - 4x^3 = 0$ ☐

2 $|x^2 - 6x + 7| = 3$ ☐

3 $-x^2 + 3x = x - 1$ ☐

Risolvi le seguenti disequazioni.

1 $3x^3 + 2x^2 - 5x > 0$ ☐

2 $|4 - x| > 2$ ☐

3 $-x^2 - 16 < x - 2$ ☐

3 Aggiungendo 4 alla radice quadrata di un numero si trova il numero stesso diminuito di 2. Qual è il numero?

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Totale
Punteggio	0,25	4	1	0,75	1	1	1	1	1	1,25	10
Punteggio ottenuto											

240 fotocopabile per uso didattico

Pertini - Tutti i colori della Matematica © D. Scialoja S.p.A.

- La **prova di autoverifica** con autovalutazione è collocata a fine unità
- Le verifiche presenti sulla guida sono state rinnovate prendendo come modello le prove di autoverifica presenti sul volume

Competenze - INVALSI

Verso le competenze - Invalsi

UNITÀ 7

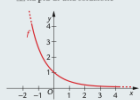
Verso le competenze Invalsi

- 1** Nell'insieme dei numeri reali considera l'equazione $2^x = k$. Completa le frasi sul numero di soluzioni dell'equazione selezionando l'alternativa corretta per ciascun valore di k .
- a. Se $k = 1$, l'equazione:
☐ A non ha soluzione
☒ B ha una sola soluzione
☐ C ha più di una soluzione
- b. Se $k = 0$, l'equazione:
☐ A non ha soluzione
☒ B ha una sola soluzione
☐ C ha più di una soluzione
- c. Se $k = -1$, l'equazione:
☐ A non ha soluzione
☒ B ha una sola soluzione
☐ C ha più di una soluzione

2 Osserva il grafico della funzione f definita nell'insieme dei numeri reali. Quale può essere un'equazione di f ?

- ☐ A $f(x) = 2^x$
☐ B $f(x) = 2^{-x}$
☐ C $f(x) = 2^x + 1$
☐ D $f(x) = 2^{-x} + 1$

(Esempio di domanda Invalsi al termine del secondo ciclo)



- 3** Si dice zero di una funzione f ogni valore di x per cui $f(x) = 0$. La funzione $f(x) = (x-3)(x-5)$ ha come zeri 3 e 5. Considera ora la funzione $g(x) = 2^{f(x)}$. Cos'è possibile affermare riguardo agli zeri della funzione g ?
- ☐ A La funzione g ha come zeri 8 e 32
☐ B La funzione g non ha zeri reali
☐ C La funzione g ha come zeri 3 e 5
☐ D La funzione g ha due zeri coincidenti con 1

(Esempio di domanda Invalsi al termine del secondo ciclo)

- 4** Nell'insieme dei numeri reali, la disequazione $\log_2 x - \log_2 8 > 0$ è verificata per:
- ☐ A $x < 8$
☐ B $x > 8$
☐ C $x < 3$
☐ D $x > 3$

(Esempio di domanda Invalsi al termine del secondo ciclo)

- 5** Considera la funzione $y = \log_2 x$ definita nell'insieme dei numeri reali positivi. Sia c la soluzione dell'equazione $\log_2 x = -x$. Allora:
- ☐ A $-2 < c < -1$
☐ B $-1 < c < 0$
☐ C $0 < c < 1$
☐ D $1 < c < 2$

(Esempio di domanda Invalsi al termine del secondo ciclo)

- 6** Individua, tra le seguenti funzioni, l'unica decrescente su $(0, 1)$.
- ☐ A $y = \log_2 x$
☐ B $y = 2x - 1$
☐ C $y = (x - 1)^2$
☐ D $y = \log_{1/2} x$

(Esempio di domanda Invalsi al termine del secondo ciclo)

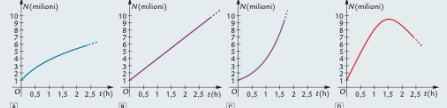
- 7** Il capitale C investito in un regime di interesse composto, produce un montante M uguale a $M = C(1 + i)^t$ con i il tasso di interesse e t il tempo di investimento. Se si conoscono C , M e i , allora t è dato dalla relazione:

☐ A $t = \log_i (M - C)$
☐ B $t = \log_{1+i} \frac{M}{C}$
☐ C $t = \log_{1+i} \frac{M}{C}$
☐ D $t = \log_{1+i} \frac{M}{C}$

- 8** Una popolazione di batteri, inizialmente composta da un milione di individui, viene coltivata in laboratorio. La legge $N(t) = 2^{2t}$ fornisce il numero N di batteri in milioni, in funzione del tempo t , in ore.

- a. Completa la tabella.
- | t | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 |
|-----|---|-----|---|-----|---|-----|
| N | 1 | — | 4 | 8 | — | — |
- b. Dopo quanto tempo la popolazione di batteri sarà composta da 256 milioni di individui?

- c. Quale dei seguenti grafici può rappresentare la popolazione N in funzione del tempo t ?



(Esempio di domanda Invalsi al termine del secondo ciclo)

301

Simulazioni della prova Invalsi

Simulazione 1

- 1** Nell'istituto scolastico di Marcello, il rapporto tra il numero di studenti di sesso maschile e il numero di studentesse è decisamente sfavorevole a queste ultime: precisamente, è $\frac{1}{2}$. Sapendo che il numero complessivo degli studenti (di entrambi i sessi) iscritti alla scuola è 779, quante sono le studentesse?
- Risposta: **82**

- 2** Il numero dei residenti nel comune di Valentina è in lieve ma costante aumento, negli ultimi anni. La tabella riporta i residenti nel 2011 e nel 2026.

Anno	2011	2026
Residenti	12 340	12 610

- a. Assumendo che la popolazione aumenti linearmente (cioè con tasso di crescita costante nel tempo), la legge che esprime il numero y dei residenti nel comune di Valentina in funzione dell'anno x considerato è:
- $y = m(x - 2011) + 12 340$
- con m coefficiente opportuno. Qual è l'esatto valore di m ?
- Risposta: **$m = 18$**

- b. Stando a questo modello, quale sarà il numero dei residenti nell'anno 2036?

Risposta: **12 790**

- 3** La finale del singolare di Wimbledon è molto combattuta: i due tennisti A e B hanno infatti la stessa probabilità di vincere un set: 50%. Il tennista B è in vantaggio di 2 set a 0, ma A potrebbe recuperare e vincere l'incontro per 3 set a 2 (gli incontri disputati al torneo di Wimbledon sono al meglio dei 5 set). Qual è la probabilità che il giocatore A vinca la partita?

- ☒ A 12,5%
☐ B 25%
☐ C 50%
☐ D Nessuna delle precedenti risposte è corretta

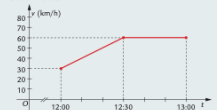
- 4** a. Considera l'equazione $x(x + 4) = -5$. Che cosa puoi affermare circa le sue soluzioni?

- ☐ A Ha due soluzioni intere.
☐ B Ha due soluzioni reali irrazionali.
☒ C Non ammette soluzioni reali.
☐ D Nessuna delle precedenti affermazioni è corretta

- b. Secondo Laura, l'equazione $x(x + 4) = c$, dove c è una costante positiva, ha sempre due soluzioni reali distinte. Ha ragione? Fornisci una breve spiegazione.

- ☒ Sì, Laura ha ragione perché $\Delta > 0$ per ogni $c > 0$.
☐ No, Laura non ha ragione perché

- 5** In figura è tracciato il grafico della velocità v , in km/h, dell'autovettura del prof. Graziani, dalle ore 12:00 alle ore 13:00.



Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

- a. dalle ore 12:00 alle ore 12:10 il prof. Graziani ha percorso 10 km ☒ V ☐ F
 b. dalle ore 12:30 alle ore 13:00 il prof. Graziani ha percorso 30 km ☒ V ☐ F
 c. la velocità di 50 km/h è stata superata dopo le 12:15 ☒ V ☐ F
 d. dopo le 12:30 il prof. Graziani non ha percorso ulteriori chilometri in auto ☒ V ☐ F

- 6** La funzione $y = f(x)$ ha il grafico rappresentato.



Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

- a. la funzione assume valori crescenti nell'intervallo compreso tra 2 e 2,5 ☒ V ☐ F
 b. la funzione è decrescente tra -1 e 1 ☒ V ☐ F
 c. $f(x)$ assume il valore zero in corrispondenza di due distinti valori di x ☒ V ☐ F
 d. $f(x)$ assume solo due valori distinti, uno maggiore di zero e uno minore di zero ☒ V ☐ F

- 7** La pizza «baby» che prepara Raffaele mantiene la stessa forma circolare e lo stesso spessore della normale pizza margherita, ma è preparata utilizzando metà dell'impasto necessario per quest'ultima. Se il raggio della pizza normale è 18 cm, qual è (in centimetri) il diametro della pizza «baby» di Raffaele? Fornisci la soluzione arrotondata a un numero intero.
- Risposta: **25** cm

655

- Alla fine di ogni unità si trovano **esercizi** per allenarsi alla **prova INVALSI**

- Alla fine del volume A sono presenti **2 simulazioni** complete e nella guida è presente una **ulteriore simulazione**

- Per allenarsi ulteriormente è disponibile **Hub Invalsi**

Competenze – Compiti di realtà

UNITÀ 15 Calcolo combinatorio e probabilità

Compito di realtà

Indagine in un fast-food

Una catena di fast-food esegue un'analisi relativa al tempo impiegato da ciascun cliente per passare la propria ordinazione alla cassa. Decide di suddividere i clienti in tre categorie:

- CATEGORIA V (cliente veloce);
- CATEGORIA S (cliente standard);
- CATEGORIA L (cliente lento).

L'indagine ha evidenziato che in media su 100 clienti:

- 10 appartengono alla categoria V
- 75 appartengono alla categoria S
- 15 appartengono alla categoria L.

Tre clienti si presentano, successivamente, alla stessa cassa del fast-food. Supponi che l'appartenenza di ciascuno di essi è una delle tre categorie indicate sia indipendente dagli altri clienti.



1 Qual è la probabilità che un cliente appartenga alla categoria V?

2 La probabilità che tutti e tre i clienti appartengano alla categoria V è uguale a:

3 Determina la probabilità che nessuno dei tre clienti appartenga alla categoria V.

4 Determina la probabilità che almeno uno dei tre clienti appartenga alla categoria S.

5 Determina la probabilità che i tre clienti non appartengano tutti e tre alla stessa categoria.

6 È corretto affermare che la probabilità che il secondo e il terzo cliente appartengano alla categoria V sapendo che il primo appartiene alla categoria S è uguale alla probabilità che il primo e il terzo cliente appartengano alla categoria V sapendo che il secondo appartiene alla categoria S?

Giustifica la tua risposta senza eseguire calcoli.

Usa l'intelligenza artificiale e approfondisci gli argomenti proposti ponendo le seguenti domande al chatbot che preferisci.

- L'indagine sui tempi di ordinazione in un fast-food serve a migliorare l'organizzazione del servizio. Quali altri aspetti, oltre alla velocità, dovrebbe considerare un'azienda per rispettare i diritti dei clienti e dei lavoratori (per esempio qualità, salute, condizioni di lavoro)? E in che modo l'uso dei dati può diventare strumento di responsabilità sociale?

Le risposte possono essere discusse in aula col docente o valutate in autonomia. Ce ne sono alcune che ritieni siano superficiali, errate o banali? Rifletti in maniera critica sulla bontà e utilità dei risultati ottenuti. Riassumi le risposte del chatbot e le tue considerazioni in una presentazione multimediale da condividere.

Usa lo svolgimento di questo compito di realtà come spunto per il tuo Capolavoro.

Risposte a fine volume

Compito di realtà **UNITÀ 4**

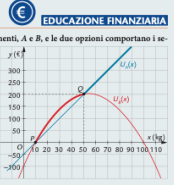
Produzione di una merce

Un'azienda può produrre una data merce presso due diversi stabilimenti, A e B, e le due opzioni comportano i seguenti costi.

- Stabilimento A: costo fisso giornaliero di 50 euro e costo di 10 euro per ogni kilogrammo di merce prodotta.
- Stabilimento B: costo fisso giornaliero di 100 euro e costo di 9 euro per ogni kilogrammo prodotto, più un ulteriore costo uguale (in euro) al 10% del quadrato del numero di kilogrammi prodotti.

Ogni kilogrammo di merce prodotta nello stabilimento A verrà venduto a 15 euro, mentre ogni kilogrammo di merce prodotta nello stabilimento B verrà venduto a 20 euro.

Indica con x la quantità giornaliera di merce prodotta in kilogrammi.



1 Il costo per la produzione giornaliera di merce prodotta nello stabilimento A è dato da:

2 L'utile generato dalla produzione e vendita giornaliera di merce prodotta nello stabilimento A è dato da:

3 Il costo per la produzione giornaliera di merce prodotta nello stabilimento B è dato da:

4 L'utile generato dalla produzione e vendita giornaliera di merce prodotta nello stabilimento B è dato da:

5 Deduci dalla figura le coordinate dei due punti d'intersezione dei grafici di $U_A(x)$ e $U_B(x)$, quindi calcola le coordinate di tali punti anche algebricamente, risolvendo il sistema opportuno.

6 Quale stabilimento sarà preferibile, al fine di conseguire il massimo utile, a seconda del numero x di kilogrammi di merce prodotta (e venduta)?

Supponi ora che lo stabilimento A non sia più disponibile per la produzione di merce e che venga scelto lo stabilimento B.

7 Quanti kilogrammi di merce devono essere prodotti e venduti quotidianamente affinché il profitto sia massimo?

8 A quanto ammonta tale profitto massimo?

Usa l'intelligenza artificiale e approfondisci gli argomenti proposti ponendo le seguenti domande al chatbot che preferisci.

- Nella produzione di beni, oltre ai costi e ai profitti economici, esistono anche dei «costi nascosti» legati all'ambiente e alla società. Quali effetti negativi possono avere un'eccessiva produzione o la ricerca esclusiva del massimo profitto (per esempio consumo di risorse, inquinamento, condizioni di lavoro)?
- Quali strategie può adottare un'azienda per conciliare sostenibilità economica, ambientale e sociale?

Le risposte possono essere discusse in aula col docente o valutate in autonomia. Ce ne sono alcune che ritieni siano superficiali, errate o banali? Rifletti in maniera critica sulla bontà e utilità dei risultati ottenuti. Riassumi le risposte del chatbot e le tue considerazioni in una presentazione multimediale da condividere.

Usa lo svolgimento di questo compito di realtà come spunto per il tuo Capolavoro.

Risposte a fine volume

- Alla fine di ogni unità sono presenti **Compiti di realtà**, spesso collegati ai temi di educazione civica e a spunti per attività da svolgere con l'uso dell'intelligenza artificiale

⑤ Oltre ai volumi

I quaderni di inclusione e recupero

I Quaderni di inclusione e recupero sono:

- organizzati in **lezioni** visuali, seguite da **esercizi guidati** e da svolgere per raggiungere le competenze di base
- **interattivi** e contengono lezioni digitali e video aggiuntivi

Lezione 13

A

Limiti di funzioni reali di variabile reale

SINTESI VISUALE

Limite di una funzione

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$

Si legge: «il limite della funzione $f(x)$ per x che tende a a è l ».

Intuitivamente significa che i valori di $f(x)$ sono vicini quanto si vuole al par di prendere valori di x sufficientemente vicini a a .

L'algebra dei limiti

Regole di calcolo nel caso in cui i due limiti siano finiti

ESEMPLI

$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + x^3) = \lim_{x \rightarrow 2} x^2 + \lim_{x \rightarrow 2} x^3 = 4 + 13$

$\lim_{x \rightarrow 2} 3x^4 = 3 \lim_{x \rightarrow 2} x^4 = 3 \cdot 16 = 48$

$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 \cdot x^3 = (\lim_{x \rightarrow 2} x^2) \cdot (\lim_{x \rightarrow 2} x^3) = 4 \cdot 8 = 32$

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{3x^2 + 1} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} x}{\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 + 1)} = \frac{2}{13}$

METODO

Se due funzioni $f(x)$ e $g(x)$ hanno limiti finiti l_1 , l_2 per $x \rightarrow a$:

$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = l_1 + l_2$

$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = l_1 - l_2$

$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = l_1 \cdot l_2$

$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot c] = l_1 \cdot c$

$\lim_{x \rightarrow a} [c \cdot f(x)] = c \cdot l_1$

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{l_1}{l_2}$ se $l_2 \neq 0$

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{l_1}{l_2}$ se $l_2 = 0$ e $l_1 \neq 0$

Lezione 15

B

Esercizi guidati

1

Completa la seguente tabella in cui ti guidiamo a calcolare la derivata di una funzione in un punto, in base alla definizione.

Passi del procedimento

Determina il rapporto incrementale della funzione f nel punto x_0 , ossia:
$$\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Calcola il limite per $h \rightarrow 0$ del rapporto incrementale, cioè:
$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Se tale limite esiste finito, allora è il suo valore che è la derivata di f in x_0 .

Determinare la derivata della funzione $f(x) = x^3 - 1$ nel punto di ascissa $x_0 = 2$, in base alla definizione.

Il rapporto incrementale di f nel punto $x_0 = 2$ è:
$$\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{(2+h)^3 - 1 - (2^3 - 1)}{h} = \frac{8 + 6h + 3h^2 + h^3 - 1 - 7}{h} = \frac{6h + 3h^2 + h^3}{h} = 6 + 3h + h^2$$

Calcola il limite per $h \rightarrow 0$ del rapporto incrementale, cioè:
$$\lim_{h \rightarrow 0} (6 + 3h + h^2) = 6$$

La funzione è quindi derivabile in $x_0 = 2$ e $f'(2) = 6$.

2

Completa la seguente tabella in cui ti guidiamo a calcolare la derivata di una funzione, in base alla definizione.

Passi del procedimento

Determina il rapporto incrementale della funzione f nel generico punto x , ossia:
$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Calcola il limite per $h \rightarrow 0$ del rapporto incrementale, cioè:
$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

La funzione è quindi derivabile in x e la derivata di f è:

Determinare la derivata della funzione $f(x) = 3x^2 - 2$, in base alla definizione.

Il rapporto incrementale di f nel generico punto x è:
$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{3(x+h)^2 - 2 - (3x^2 - 2)}{h} = \frac{3x^2 + 6xh + 3h^2 - 2 - 3x^2 + 2}{h} = \frac{6xh + 3h^2}{h} = 6x + 3h$$

Calcola il limite per $h \rightarrow 0$ del rapporto incrementale, cioè:
$$\lim_{h \rightarrow 0} (6x + 3h) = 6x$$

La derivata della funzione è quindi $f'(x) = 6x$.

3

Completa le seguenti tabelle in cui ti guidiamo a calcolare la derivata di alcune funzioni utilizzando le derivate delle funzioni elementari e le regole di derivazione.

Passi del procedimento

Ricorda le seguenti derivate delle funzioni elementari:
 $D(x^n) = nx^{n-1}$ con $n \in \mathbb{R}$ [1]
 $D(\log_a x) = \frac{1}{x \ln a}$ con $a > 0, a \neq 1$ [2]
 $D(x^n) = n x^{n-1} \ln a$ con $a > 0, a \neq 1$ [3]

Determinare la derivata delle seguenti funzioni:
a. $f(x) = \frac{1}{x}$ b. $f(x) = \log_2 x$ c. $f(x) = 4^x$

a. $f'(x) = D\left(\frac{1}{x}\right) = D(x^{-1}) = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$ per la [1]
b. $f'(x) = D(\log_2 x) = \frac{1}{x \ln 2}$ per la [2]
c. $f'(x) = D(4^x) = 4^x \ln 4$ per la [3]

Lezione 17

C

Esercizi da svolgere

Analizza i seguenti grafici e completa.

1

Domini
Segno
Intersezione con gli assi
Limiti agli estremi del dominio
Asintoti
Intervalli dove la funzione è crescente
Massimi e minimi
Flessi

2

Domini
Segno
Intersezione con gli assi
Limiti agli estremi del dominio
Asintoti
Intervalli dove la funzione è crescente
Massimi e minimi
Flessi

3

Fai riferimento al grafico della funzione $y = f(x)$ in figura e completa.

a. Eventuali asintoti
b. Il numero dei punti di intersezione del grafico con l'asse x è
c. Gli intervalli dove la funzione è crescente sono
d. Gli intervalli dove la funzione è decrescente sono
e. La funzione presenta minimi relativi per $x = \dots$ e per $x = \dots$
f. La funzione presenta massimi relativi per $x = \dots$ e per $x = \dots$
g. Nell'intervallo $(-1, 1)$, qual è il punto di minimo assoluto?
Nello stesso intervallo, qual è il punto di massimo assoluto?
h. Quanti punti di flesso presenta la funzione?

4

Fai riferimento al grafico della funzione $y = f(x)$ in figura e completa.

a. Il dominio della funzione è
b. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \dots$ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \dots$ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \dots$
c. La funzione ha come asintota verticale la retta di equazione e come asintota orizzontale la retta di equazione
d. Gli intervalli dove la funzione è crescente sono
e. l'intervallo dove la funzione è decrescente è
f. Qual è il punto di minimo assoluto della funzione?
g. Il punto in cui la funzione è continua ma non derivabile è
h. Gli intervalli dove la funzione è convessa sono
Intervalli dove la funzione è concava è
i. Esistono punti di flesso?
l. Qual è l'insieme immagine della funzione?

INSEGNARE MATEMATICA E FISICA

DEASCUOLA

La Guida per l'insegnante

Educazione civica

Educare cittadine e cittadini

1. PERCHÉ L'EDUCAZIONE CIVICA OGGI

Introdotta nella scuola italiana nel 1998 da Aldo Moro, l'Educazione civica torna prepotentemente alla ribalta per rispondere in maniera adeguata, a livello nazionale ed europeo, alla tutela del bene comune e della cultura della democrazia. L'agenda di "rimettere al centro i capitali del vivere in comunità, di insegnare ai ragazzi a essere e sentirsi cittadini", manifestata soprattutto dall'Ani (Associazione Nazionale Comuni Italiani), ha fatto sì che l'Educazione civica sia stata ufficialmente dichiarata "una materia autonoma e con voto indipendente, perché bisogna recuperare il senso di comunità e insegnare il rispetto del bene comune".

La scuola - insieme alla famiglia, unita in un percorso comune - ha il dovere di formare i nuovi cittadini responsabili.

La scuola e la classe possono essere giustamente indicate come un contesto che introduce alla vita da adulti nella società. Nella scuola e nella classe lo studente apprende le responsabilità verso gli altri e le cose, la coerenza nell'impegno, il rispetto degli altri e delle diversità, i limiti della propria libertà individuale, l'autocritica delle sue impulsività, come del suo pensiero, il pensiero critico e riflessivo che dovranno essere espressi a un livello diverso quando agirà da adulto nella società. C'è continuità tra scuola e società.

(dalla prefazione di Mario Comoglio a "R. Hoer, Una scuola che educa. 5 atteggiamenti per riuscire a scuola e nella vita, UTET Università, 2019)

2. QUALE EDUCAZIONE CIVICA

La Legge 30 agosto 2019, n. 92 prevede che all'Educazione civica vadano destinate 33 ore curricolari annuali, da ricavare all'interno dei quadri orari ordinamentali vigenti per ciascun percorso di studio. Per raggiungere tale monte ore è possibile avvalersi della quota di autonomia utile per poter modificare il curricolo. Tale insegnamento è soggetto a valutazione periodica e finale.

L'articolo 3 della legge elenca le tematiche che dovranno far parte dell'Educazione civica.

1. Costituzione, istituzioni dello Stato italiano, dell'Unione europea e degli organi più internazionali, storia della bandiera e dell'Inno nazionale.
2. Agenda 2030 per lo sviluppo sostenibile, adottata dall'Assemblea generale delle Nazioni Unite il 25 settembre 2015.
3. Educazione alla cittadinanza digitale.
4. Elementi fondamentali di diritto, con particolare riguardo al diritto del lavoro.
5. Educazione ambientale, sviluppo ecosostenibile e tutela del patrimonio ambientale, delle identità, delle produzioni e delle eccellenze territoriali e agroalimentari.
6. Educazione alla legalità e al contrasto delle mafie.
7. Educazione al rispetto e alla valorizzazione del patrimonio culturale e dei beni pubblici comuni.
8. Formazione di base in materia di protezione civile.
9. Nell'ambito dell'insegnamento trasversale dell'Educazione civica sono altresì promosse l'educazione stradale, l'educazione alla salute e al benessere, l'educazione al volontariato e alla cittadinanza attiva. Tutte le azioni sono finalizzate ad alimentare e rafforzare il rispetto nei confronti delle persone, degli animali e della natura.

L'articolo 2 stabilisce che nelle scuole del primo ciclo l'insegnamento trasversale dell'Educazione civica è affidato, in continuità, ai docenti sulla base dei curri-

129 fotocopabile per uso didattico

Perini - Tutti i colori della Matematica © T3 Scuola S.p.A.

Intelligenza Artificiale

di Marco D'Isanto, Stefano Di Foggia e Paolo Graziano



1. Introduzione all'Intelligenza Artificiale

L'Intelligenza Artificiale (IA) è oggi uno dei settori più innovativi dell'informatica, comprende tecnologie capaci di far svolgere ai dispositivi digitali compiti che, fino a poco tempo fa, sembravano esclusivi dell'intelligenza umana. Non si tratta solo di calcolo veloce o gestione di grandi quantità di dati, ma anche di attività come il riconoscimento di immagini, suoni o testi, la capacità di stabilire connessioni tra informazioni diverse e persino l'elaborazione di risposte nuove a partire da modelli preesistenti.

In questo senso, l'IA non replica un unico tipo di intelligenza, ma mette in gioco competenze che ricordano da vicino le intelligenze multiple descritte da Howard Gardner: oltre a quelle linguistiche e logico-matematiche, anche quelle spaziali, sociali, musicali e cinestetiche trovano eco in alcune applicazioni. Le tecnologie di IA - dai sistemi generativi ai chatbot, dai processori vocali agli strumenti di analisi automatica - si presentano dunque come strumenti versatili, che possono arricchire la didattica e favorire l'inclusione, purché usate come supporto al lavoro del docente e mai in sua sostituzione.

2. Storia e sviluppi dell'Intelligenza Artificiale

Da dove viene l'Intelligenza Artificiale? Il tema, in realtà, si era proposto a tecnici e scienziati fin dal 1943 con il rivoluzionario studio sul "neurone artificiale" degli scienziati Warren McCulloch e Walter Pitts, che teorizzavano la possibilità di creare un sistema neurale artificiale, capace di eseguire operazioni logiche basate non su meccanismi di programmazione diretta, ma su procedure di addestramento/apprendimento.

Il termine «Intelligenza Artificiale» tuttavia, appare per la prima volta solo nel 1956, ad opera dell'informatico e scienziato cognitivo americano John McCarthy.

In un importante convegno dell'epoca, fu proprio il padre dell'informatica, Alan Turing, a porre concretamente la questione dell'Intelligenza Artificiale, domandandosi in quale senso un calcolatore poteva attingere a specifiche capacità di pensiero ed elaborazione umane, e approntando il modello teorico noto come Test di Turing, secondo cui una macchina poteva definirsi intelligente solo se il suo comportamento risultava indistinguibile agli occhi di un interlocutore da quello di una persona reale.



144 fotocopabile per uso didattico

Perini - Tutti i colori della Matematica © T3 Scuola S.p.A.

La Guida per l'insegnante contiene:

- indicazioni didattiche
- percorsi con GeoGebra
- attività di Educazione civica
- intelligenza artificiale
- verifiche (fila A, fila B, didattica inclusiva)
- compiti di realtà
- simulazioni di prove INVALSI

Le soluzioni DOC sul libro digitale

UNITÀ 9

Esercizi

In HUB Test altri esercizi per le tue attività in classe

1. L'insieme $\mathbb{R}$: richiami e complementi

Teoria p. 362

Intervalli

1. Completa la seguente tabella. La seconda riga ti avvia come esempio.

Notazione algebrica	Notazione con le parentesi	Tipo di intervallo	Rappresentazione grafica
$-1 < x < 3$	$(-1, 3)$	Intervallo limitato chiuso a sinistra e aperto a destra	
$x \geq 3$	$[3, +\infty)$	Intervallo chiuso limitato a destra	
$0 \leq x < 2$	$[0, 2)$	Intervallo limitato chiuso a sinistra e aperto a destra	
$x \leq 5$	$(-\infty, 5]$	Intervallo chiuso limitato a sinistra	
$2 < x < 4$	$(2, 4)$	Intervallo limitato aperto	
$x > 2$	$(2, +\infty)$	Intervallo aperto limitato a sinistra	
$x \in \mathbb{R}$	$(-\infty, +\infty)$	Intervallo aperto illimitato	

Rappresenta con le notazioni degli intervalli i seguenti insiemi.

- 170** $A = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ $\mathbb{R} \setminus \{0\} \cup (0, +\infty)$ **171** $A = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ $(0, 2) \cup (2, +\infty)$
172 $A = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ **173** $A = \{x \in \mathbb{R} : x - 2 \geq 0\}$ $[2, +\infty)$
174 $A = \mathbb{R} \setminus [2, 3]$ $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$ **175** $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 3x > 0\}$ $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$
176 $A = \mathbb{R} \setminus [-3, 4]$ $(-\infty, -3) \cup (4, +\infty)$ **177** $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 6x + 8 \geq 0\}$ $(-\infty, 2] \cup [4, +\infty)$

Estremo inferiore ed estremo superiore, massimi e minimi

178 Associazione. Associa a ogni intervallo l'affermazione pertinente.

- a.** $A = [1, 4]$ **B.** A ha minimo, ma non ha massimo
b. $A = [1, 4]$ **C.** A ha massimo, ma non ha minimo
c. $A = [1, 4]$ **D.** A ha sia minimo sia massimo
d. $A = [1, 4]$ **A.** Non possiede né massimo né minimo

179 Inventa tu. Fornisci l'esempio di un insieme superiormente limitato che non ammette massimo.

[Per es., $A = (-\infty, 0)$]

180 Inventa tu. Fornisci l'esempio di un insieme limitato che ammette massimo ma non ammette minimo.

[Per es., $A = (0, 1]$]

Determina l'estremo superiore e l'estremo inferiore dei seguenti insiemi e, se esistono, il massimo e il minimo in $\mathbb{R}$.

- 181** $A = [-1, 2] \cup [2, +\infty)$ $\inf A = -1, \sup A = +\infty$ **182** $A = \{x \in \mathbb{Q} : x^2 < 4\}$ $\inf A = -2, \sup A = 2$
183 $A = [-2, 3] \cup (-7] \cup [5, +\infty)$ $\inf A = -7, \sup A = +\infty$ **184** $A = \{x^2 \in \mathbb{Z}\}$ $\min A = 0, \sup A = +\infty$
185 $A = (-\infty, -1) \cup [5, 7]$ $\inf A = -\infty, \max A = 7$ **186** $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + x \leq 0\}$ $\min A = -1, \max A = 0$
187 $A = (-\infty, -1) \cup (4, 8] \cup [10]$ $\inf A = -\infty, \max A = 10$ **188** $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 3x > 0\}$ $\inf A = -\infty, \sup A = +\infty$
189 $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 < 4\}$ $\inf A = -2, \max A = 2$ **190** $A = \{x \in \mathbb{R} : (x-1)^2 > 0\}$ $\inf A = -\infty, \sup A = +\infty$

Soluzioni e svolgimenti di esercizi - Unità 5

Unità 5

- 45.** $a, x^2 + y^2 - 9 = 0; b, x^2 - y^2 - 4x - 2y + \frac{11}{4} = 0; c, x^2 - y^2 - 6x + 8y - 21 = 0$
55. $a, x^2 + y^2 - 4x - 1 = 0; b, x^2 + y^2 - 4x - 2y - 3 = 0; c, x^2 + y^2 + 4y - 3 = 0$
67. $a, x^2 + y^2 - x - 5y - 2 = 0; b, x^2 + y^2 + 3x - 4y = 0; c, x^2 + y^2 - 2y - 17 = 0$
79. $a, x^2 + y^2 - x - 5y - 2 = 0; b, x^2 + y^2 - 2x + 2y - 8 = 0; c, x^2 + y^2 - 2x - \frac{1}{2}y - 3 = 0$

127. Per determinare i valori di k corrispondenti alle equazioni delle due rette tangenti, risolviamo il sistema:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 - 4x + 2 = 0 \end{cases}$$

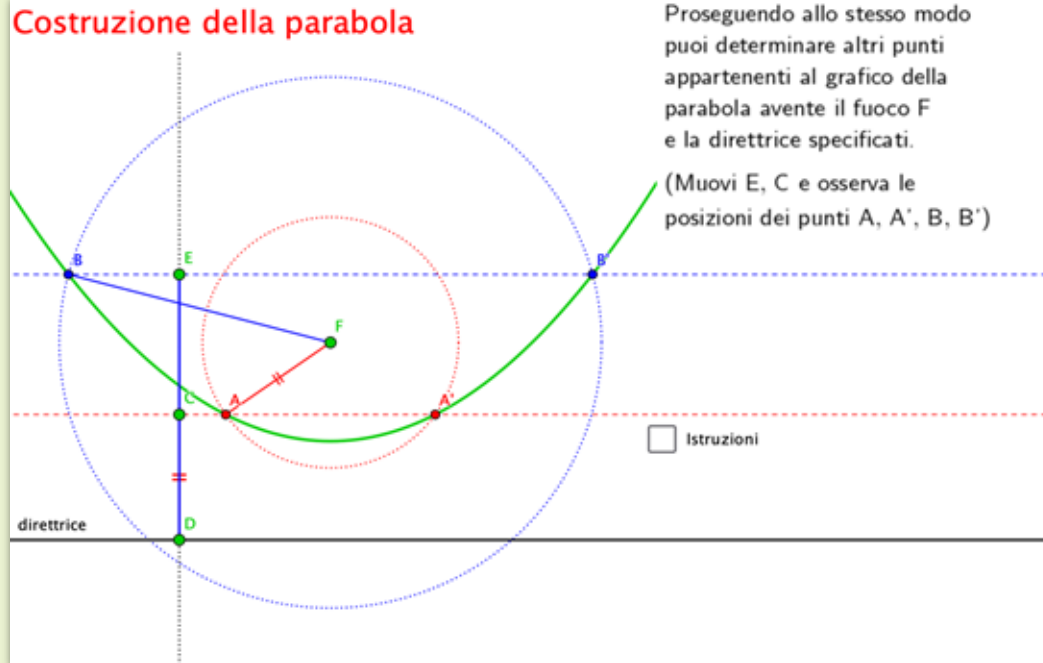
Ricavando dalla prima equazione e sostituendo nella seconda otteniamo: $x^2 + (-x + k)^2 - 4x + 2 = 0$ da cui, svolgendo i calcoli, si ha $x^2 - (k - 2)x + 1 + \frac{k^2}{4} = 0$. Imponendo la condizione di tangenza, ossia $\Delta = 0$, si ricava l'equazione risolutrice $-k^2 + 4k = 0$ che ha soluzioni $k = 0$ o $k = 4$.

- 161.** Vertice $(+4, 0)$ e $(0, -7)$; fuochi $(+7, 3, 0)$; eccentricità $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$
162. Vertice $(+\frac{3}{2}, 0)$ e $(0, +\frac{3}{2})$; fuochi $(+\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, 0)$; eccentricità $e = \frac{\sqrt{3}}{3}$
163. Vertice $(+3, 0)$ e $(0, -7)$; fuochi $(+7, 3, 0)$; eccentricità $e = \frac{\sqrt{3}}{3}$
164. Vertice $(+1, 0)$ e $(0, -3)$; fuochi $(+2, 2, 0)$; eccentricità $e = \frac{2\sqrt{2}}{3}$
165. Vertice $(+1, 0)$ e $(0, +\frac{3}{2})$; fuochi $(+\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 0)$; eccentricità $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$
166. Vertice $(+4, 0)$ e $(0, -7)$; fuochi $(+7, 3, 0)$; eccentricità $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$
167. Vertice $(+\frac{1}{2}, 0)$ e $(0, +\frac{3}{2})$; fuochi $(+\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 0)$; eccentricità $e = \frac{\sqrt{3}}{3}$
168. Vertice $(+\frac{3}{2}, 0)$ e $(0, +\frac{3}{2})$; fuochi $(+\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, 0)$; eccentricità $e = \frac{\sqrt{3}}{3}$
169. Vertice $(+2, 0)$ e $(0, -5)$; fuochi $(+7, 3, 0)$; eccentricità $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$
170. Vertice $(+3, 0)$ e $(0, -6)$; fuochi $(+7, 3, 0)$; eccentricità $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$
171. Vertice $(+\frac{1}{2}, 0)$ e $(0, -1)$; fuochi $(+\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 0)$; eccentricità $e = \frac{\sqrt{3}}{3}$
172. Vertice $(+4, 0)$ e $(0, -3)$; fuochi $(+7, 3, 0)$; eccentricità $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$
173. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1, F_{1,2}(0, \pm 2, 3)$; $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$
174. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1, F_{1,2}(\pm 3, 5, 0)$; $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$
175. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1, F_{1,2}(\pm 7, 0)$; $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$
180. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1, F_{1,2}(\pm \frac{\sqrt{2}}{2}, 0)$; $e = \frac{\sqrt{2}}{4}$
181. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1, F_{1,2}(0, \pm 2)$; $e = \frac{2}{3}$
182. $\frac{4x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1, F_{1,2}(0, \pm \frac{11}{2})$; $e = \frac{11}{9}$
220. Vertice $(+2, 0)$ e $(0, -1)$; fuochi $(+3, 3, 0)$; eccentricità $e = \frac{3}{2}$
221. Vertice $(+1, 0)$ e $(0, +1)$; fuochi $(+2, 2, 0)$; eccentricità $e = \frac{2}{3}$
222. Vertice $(+2, 0)$ e $(0, -\frac{3}{2})$; fuochi $(+\frac{13}{2}, 0)$; eccentricità $e = \frac{3\sqrt{5}}{4}$

Per tutti i volumi, nel libro digitale il docente può visualizzare le **SOLUZIONI DOC**, ossia le soluzioni in pagina non presenti nei volumi per lo studente.

Sono disponibili inoltre le **risoluzioni degli esercizi di livello 3** (in apposite «pagine DOC»).

Le risorse digitali

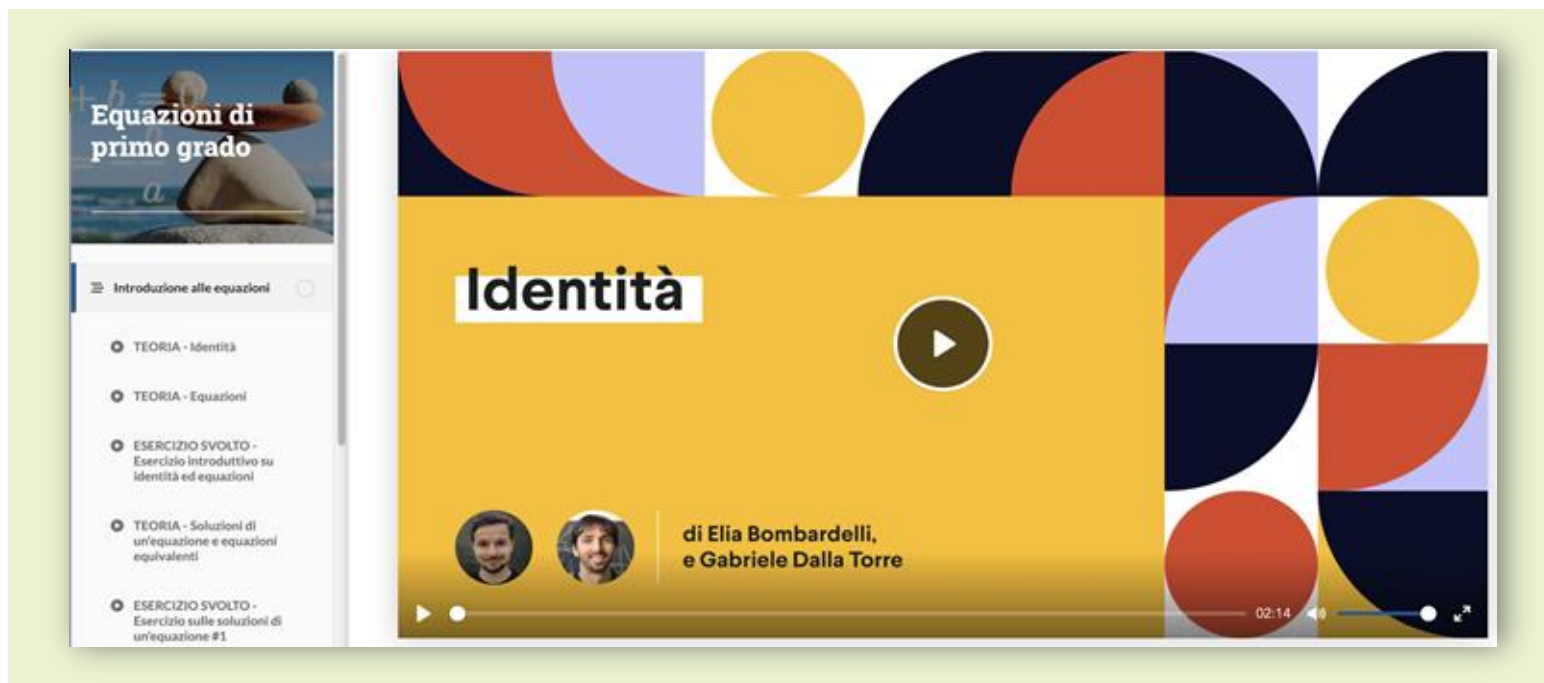


Tutti i colori della matematica
offre risorse digitali accessibili
dall'HUB Kit del Sito libro e del
libro digitale.

- Costruzioni e attività in GeoGebra
- Approfondimenti
- Schede di matematica nella realtà
- Esercizi interattivi
- Lezioni digitali
- DEAFLEX

La nuova risorsa DEAFLIX

- **32 playlist** d'autore che affrontano gli argomenti fondamentali della matematica della Scuola Secondaria di Secondo Grado.



Area matematica



- **Area Matematica** con Tutor AI è lo spazio dedicato ai docenti con centinaia di risorse digitali utili all'insegnamento della disciplina: video, attività in GeoGebra, lezioni pronte, materiali per la didattica inclusiva e molto altro

HUB test – per docenti



Strumento per creare

- **test interattivi** e assegnarli alla classe in modalità **allenamento o verifica**, monitorandone l'andamento nel tempo
- **verifiche stampabili** per i compiti in classe

In più: disponibili **prove pronte**, sia interattive che stampabili

HUB test – per studentesse e studenti



Strumento che permette di **allenarsi in autonomia**

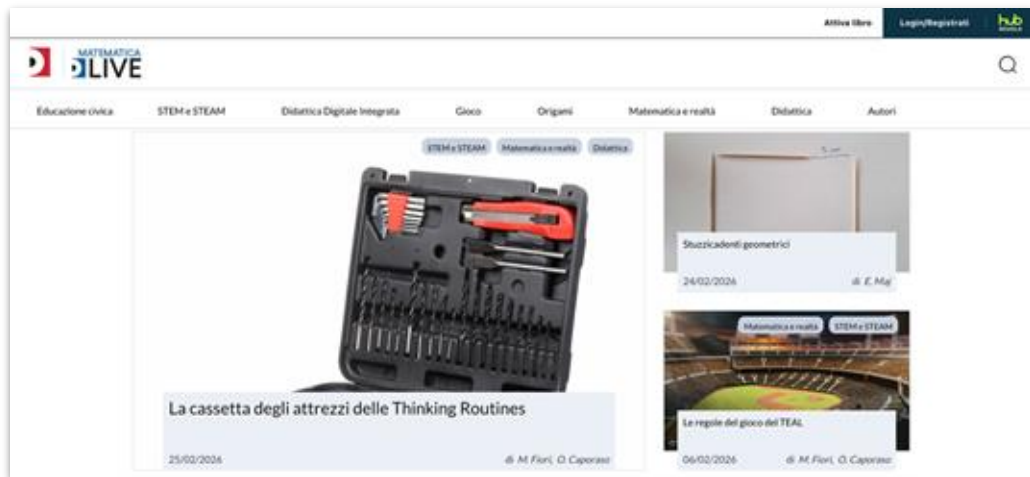
- al termine della prova: **riepilogo** con il **tempo impiegato** e il **punteggio** ottenuto
- possibilità di **salvare** in HUB Scuola i **test** svolti e **monitorare i progressi**



Strumento dedicato alla preparazione della prova INVALSI

- studentesse e studenti possono **esercitarsi in autonomia**
- Il docente può **assegnare** le simulazioni in Google Classroom, Microsoft Teams o tramite link
- simulazioni nello **stesso format delle prove vere**





Blog dedicato alla Matematica con articoli su

- educazione civica
- STEM e STEAM
- didattica digitale integrata
- gioco
- origami
- matematica e realtà
- didattica

Spazio alle domande!



DEASCUOLA

I prossimi appuntamenti

Iscriviti subito: <https://formazione.deascuola.it/insegnare-matematica-e-fisica/>

Webinar	Webinar	Webinar
INSEGNARE MATEMATICA E FISICA Insegnare con... Matematica in chiaro	INSEGNARE MATEMATICA E FISICA Insegnare con... Fisica.eco	INSEGNARE MATEMATICA E FISICA Insegnare con... Tutti i colori della Matematica Edizione Rossa
17 Marzo 2026, 15:00 con: Paola Morando	18 Marzo 2026, 15:00 con: Silvia De Stefano	25 Marzo 2026, 15:00 con: Leonardo Sasso
		

Scopri Tutti i colori della matematica - Edizione Bianca

Consulta la [scheda sul sito](#)

Richiedi copia digitale:

<https://deascuola.it/work/evaluate/tutti-i-colori-della-matematica-edizione-bianca-secondo-biennio-e-quinto-anno-23372/>

