



RIPARTIAMO CON LA SCUOLA AL CENTRO

Ciclo di webinar
DeA Formazione

Dal 09/09/2021 al 22/10/2021



Webinar

RIPARTIAMO BENE: INSEGNARE MATEMATICA FACENDO DOMANDE

16 Settembre 2021

Rosetta Zan

...quale matematica?

Ripartiamo bene:
insegnare **matematica**
facendo domande



Ci sono modi molto diversi di vedere e affrontare la matematica:

- sia da parte degli studenti
- sia da parte degli insegnanti

Cosa pensano gli studenti ...

Il tema:
Io e la matematica: il mio rapporto con la matematica
(dalle elementari a oggi)

non assegnati
dall'insegnante di
matematica...

... anonimi


più di 1800 temi

Sin dalle elementari non mi era mai piaciuta, fare calcoli era una noia mortale, ma almeno andavo bene in matematica, invece adesso che sono alle medie il mio voto si è abbassato notevolmente. Forse perché alle elementari si eseguivano molti problemi, ed alle medie più espressioni, poi sono cambiate anche le insegnanti. (...) Alle medie ho una brava professoressa che da una buona dose di lezione, e da delle regole da imparare a memoria. Io non ho una memoria di ferro e queste regole sono fondamentali per risolvere gli esercizi. [Marco, 3S1]


Imparare le cose a memoria (a parte qualche formula) non mi è mai piaciuto e questa materia, insieme alla Fisica, mi offrono motivo di ragionamento e di discussione. Essa mi piace perché è una materia dove bisogna ragionare, e se non lo fai diventa difficile e molto faticosa, per non dire impossibile. (...) Questa è una materia dove bisogna prima capire il problema, cosa chiede e dove vuole arrivare. [Danilo, 3S2]

... è la "stessa" matematica?

MATEMATICA PROCEDURALE

- 
- regole
 - ricordare
 - esercizi

MATEMATICA CONCETTUALE

- 
- concetti
 - ragionare
 - problemi

... è la "stessa" matematica?

MATEMATICA
PROCEDURALE



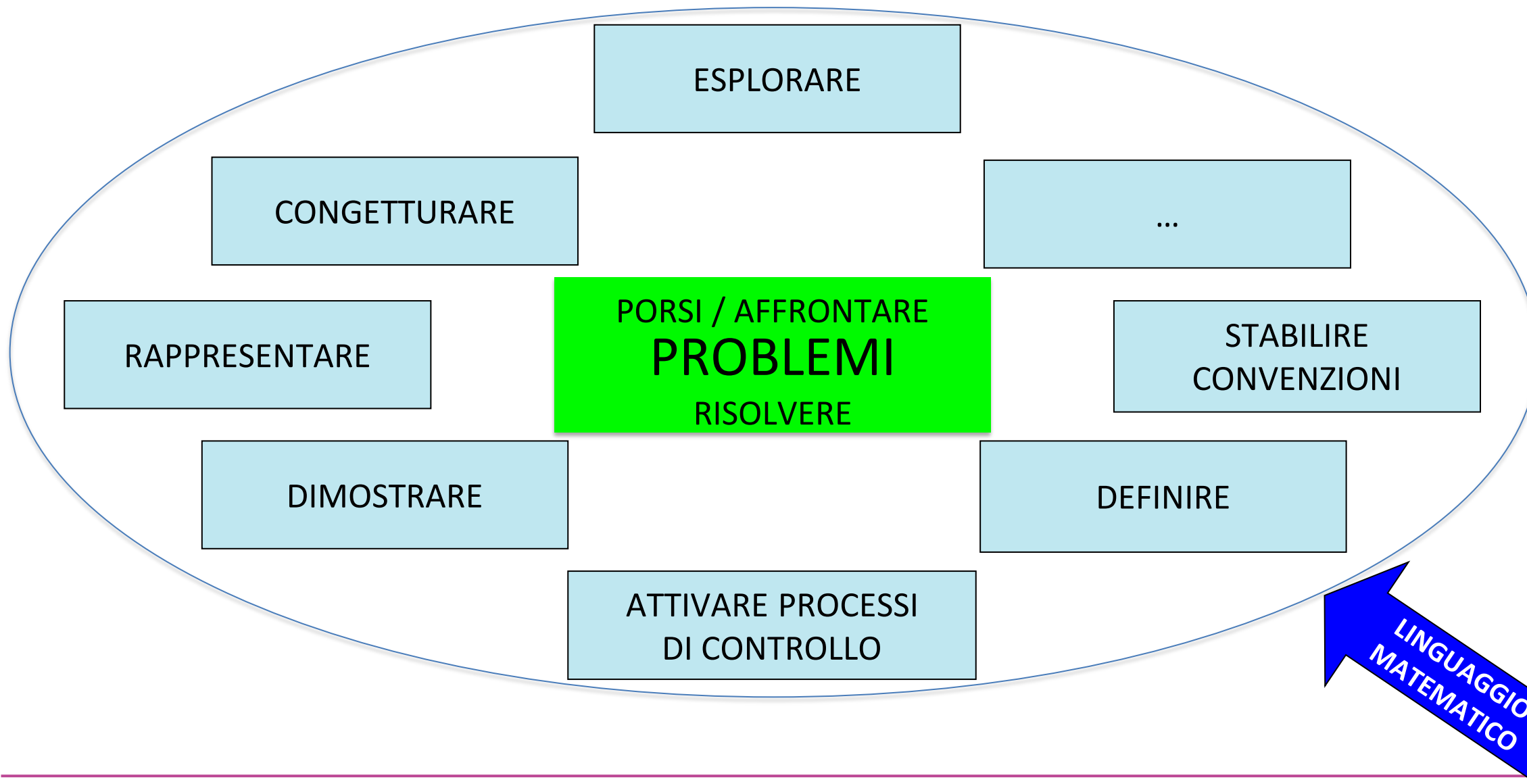
centrata sui
PRODOTTI

MATEMATICA
CONCETTUALE



centrata sui
PROCESSI

condivisa dai matematici



MATEMATICA PROCEDURALE

Dalla Premessa:

Di estrema importanza è lo sviluppo di un'adeguata visione della matematica, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e porsi problemi significativi e per esplorare e percepire relazioni e strutture che si ritrovano e ricorrono in natura e nelle creazioni dell'uomo.

MATEMATICA CONCETTUALE

centrata sui
PROCESSI

condivisa dai matematici
...e dalle Indicazioni Nazionali
per il primo ciclo

MATEMATICA
PROCEDURALE

MATEMATICA
CONCETTUALE

Traguardi per lo sviluppo
delle competenze

centrata sui
PROCESSI

condivisa dai matematici
...e dalle Indicazioni Nazionali
per il primo ciclo

MATEMATICA PROCEDURALE

Al termine del percorso didattico lo studente avrà approfondito i procedimenti caratteristici del pensiero matematico (definizioni, dimostrazioni, generalizzazioni, formalizzazioni) ...

MATEMATICA CONCETTUALE

centrata sui
PROCESSI

condivisa dai matematici
...e dalle Indicazioni Nazionali
per i Licei

MATEMATICA
PROCEDURALE

La matematica
è fatta di *regole*

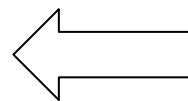
MATEMATICA
CONCETTUALE

centrata sui
PROCESSI

il tipo di insegnamento ha delle responsabilità
è una visione *distorta* della matematica

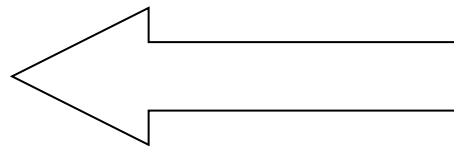
Nell'insegnamento...

MATEMATICA
PROCEDURALE



MATEMATICA
CONCETTUALE

REGOLE



I FATTI

...attraverso un meccanismo linguistico
tanto semplice quanto insidioso

Un numero è divisibile per 3 se e solo se la somma delle sue cifre è divisibile per 3.

“FATTO”
MATEMATICO

diventa

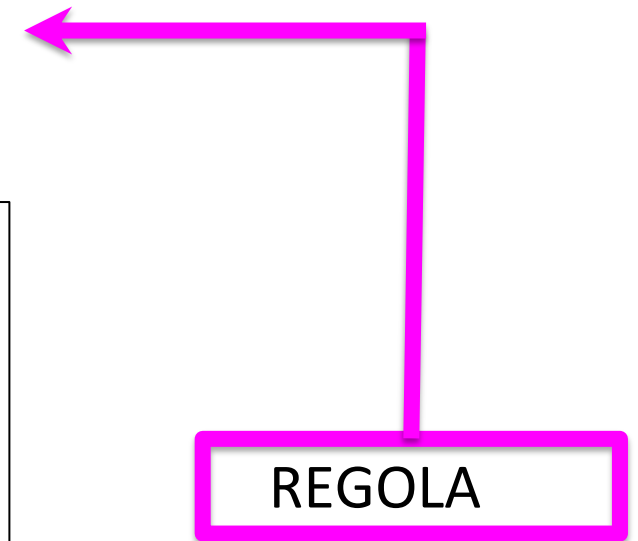
Per vedere se un numero è divisibile per 3 bisogna sommare le sue cifre: se questa somma è divisibile per 3, lo è anche il numero di partenza.

REGOLA

Comportamento che si deve seguire

Regola (dizionario Hoepli)

Norma dell'agire che prescrive il modo in cui comportarsi in determinate circostanze: trasgredire, violare, rispettare la r.; le regole del gioco; le regole della buona educazione

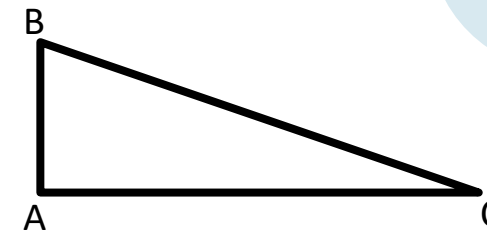


Comportamento che si deve seguire

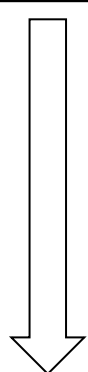
In un triangolo rettangolo la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti AB e AC è uguale all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa BC.

In formula:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

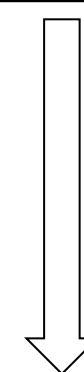


“FATTO”
MATEMATICO



Per trovare l'ipotenusa BC di un triangolo rettangolo conoscendo i cateti AB e AC bisogna...

$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$



REGOLE

Per trovare il cateto AC conoscendo l'ipotenusa BC e l'altro cateto AB bisogna...

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

Per trovare il cateto AB conoscendo l'ipotenusa BC e l'altro cateto AC bisogna...

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

...tante e diverse, a seconda della situazione

MATEMATICA
PROCEDURALE

MATEMATICA
CONCETTUALE

REGOLE

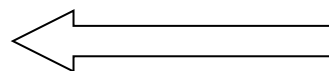
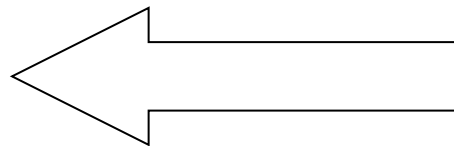
I FATTI

ESERCIZI

PROBLEMI

Conosco una procedura
da applicare per
raggiungere l'obiettivo

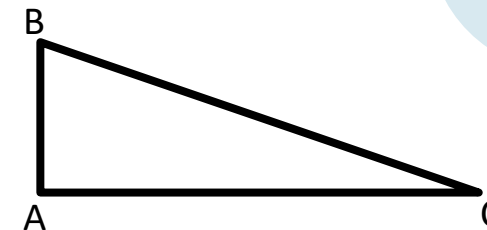
Non conosco una
procedura da applicare
per raggiungere
l'obiettivo



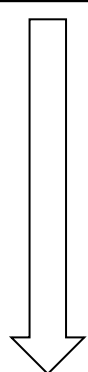
In un triangolo rettangolo la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti AB e AC è uguale all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa BC.

In formula:

$$a^2 = b^2 + c^2$$



“FATTO”
MATEMATICO



Per trovare l'ipotenusa BC di un triangolo rettangolo conoscendo i cateti AB e AC bisogna...

$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$



REGOLA

Per trovare il cateto AC conoscendo l'ipotenusa BC e l'altro cateto AB bisogna...

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

Per trovare il cateto AB conoscendo l'ipotenusa BC e l'altro cateto AC bisogna...

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

...tante e diverse, a seconda della situazione

La visione della matematica che uno studente ha costruito...

➤ ...modella le sue teorie del successo

- cosa vuol dire “andare bene”
in matematica
- cosa bisogna fare per avere
successo...
...ricordare o ragionare?
- o addirittura “come bisogna essere”

La visione della matematica che uno studente ha costruito...

- ...modella le sue teorie del successo
- influenza il suo senso di autoefficacia, cioè la sua convinzione di poter riuscire

Io non sono portato per la matematica perché ci sono troppe cose da ricordare ed io non ho voglia di studiare.
(Matteo, 2^a secondaria di 1° grado)

La visione della matematica che uno studente ha costruito...

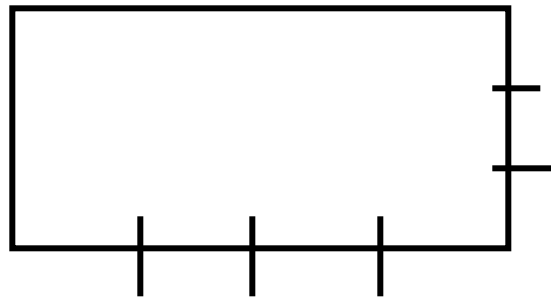
- ...modella le sue teorie del successo
- influenza il suo sensu di autoefficacia,
cioè la sua convinzione di poter riuscire



dirigono i suoi comportamenti

Alessandro

Trovare l'area di un rettangolo, sapendo che il perimetro è 126 cm, e l'altezza è $\frac{3}{4}$ della base.

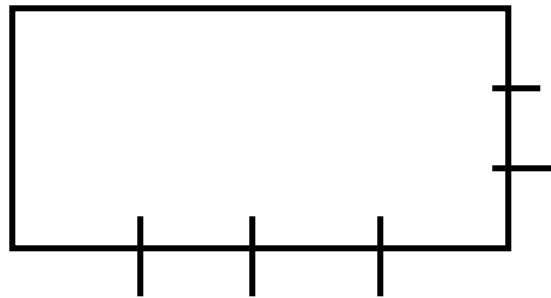


“A questo punto non so...
Non mi ricordo più la
formula.”

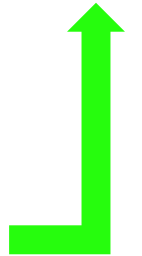
...e non conclude

Alessandro

Alessandro ritiene che per risolvere un problema si debba ricordare, e non ragionare...
...e questa convinzione dirige i suoi comportamenti



“A questo punto non so...
Non mi ricordo più la
formula.”



...e non conclude

bisogna ricordarsi ogni regola

visione
procedurale

La matematica
è incontrollabile

EMOZIONI
NEGATIVE

Rinuncia
a pensare

NON
RISPONDE

se lo studente non ricorda
la regola "giusta"

RISPONDE
A CASO

Azzurra

Trovare il perimetro di un rettangolo che ha la base di 12 cm e l'altezza di 8 cm.

Azzurra: 12×8

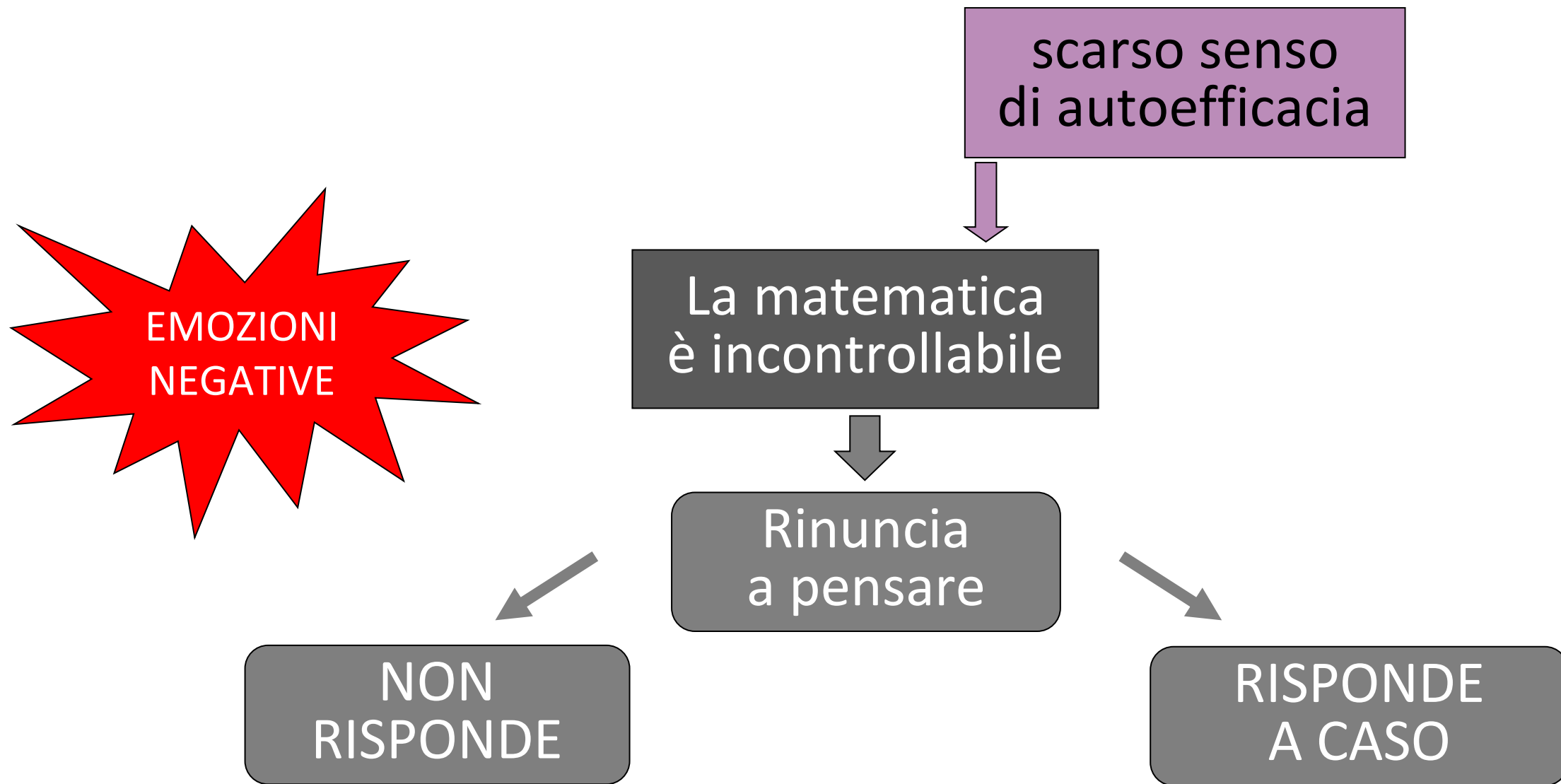
Insegnante: "Perché moltiplichi?"

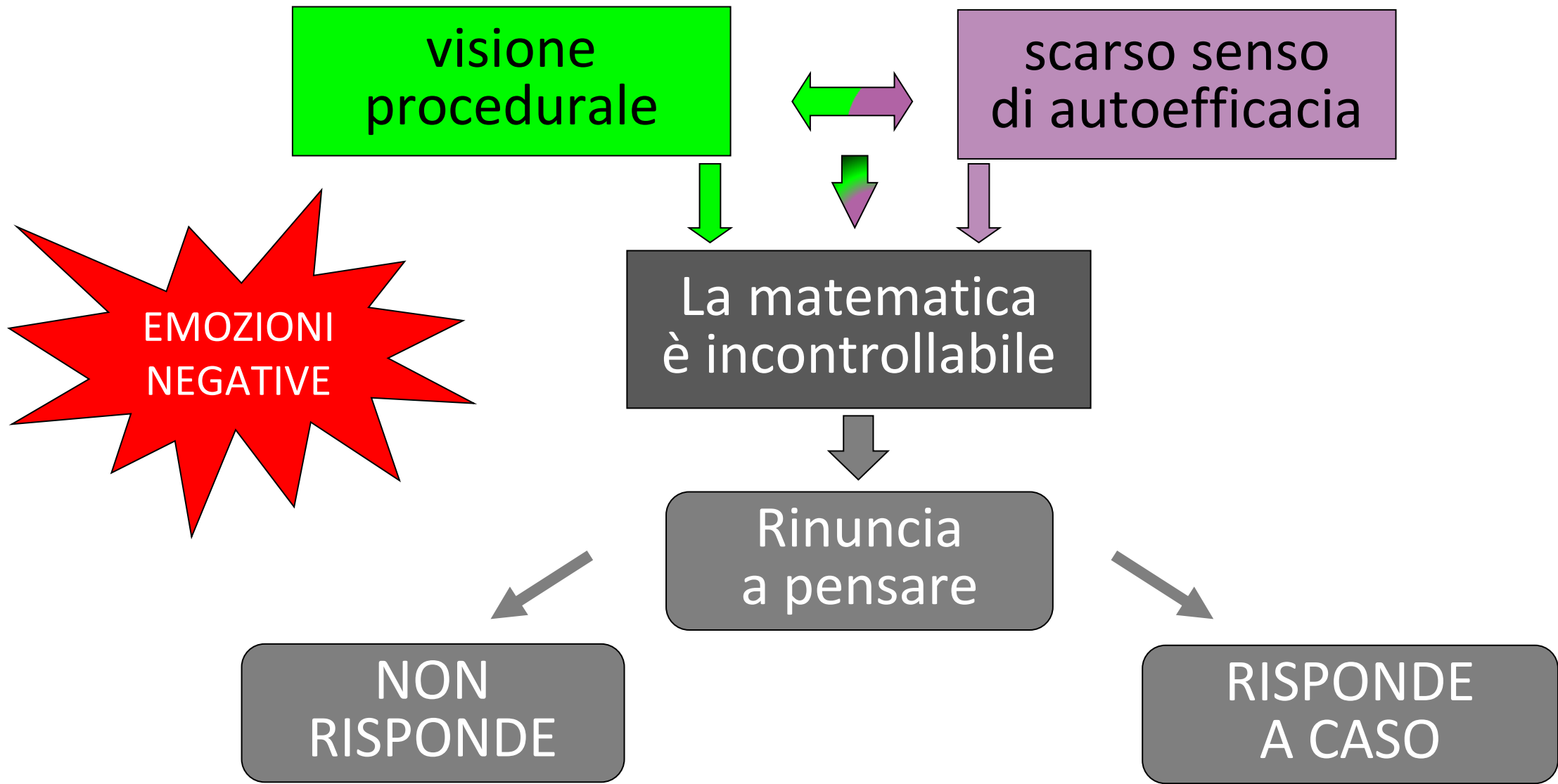
Azzurra: "Divido?"

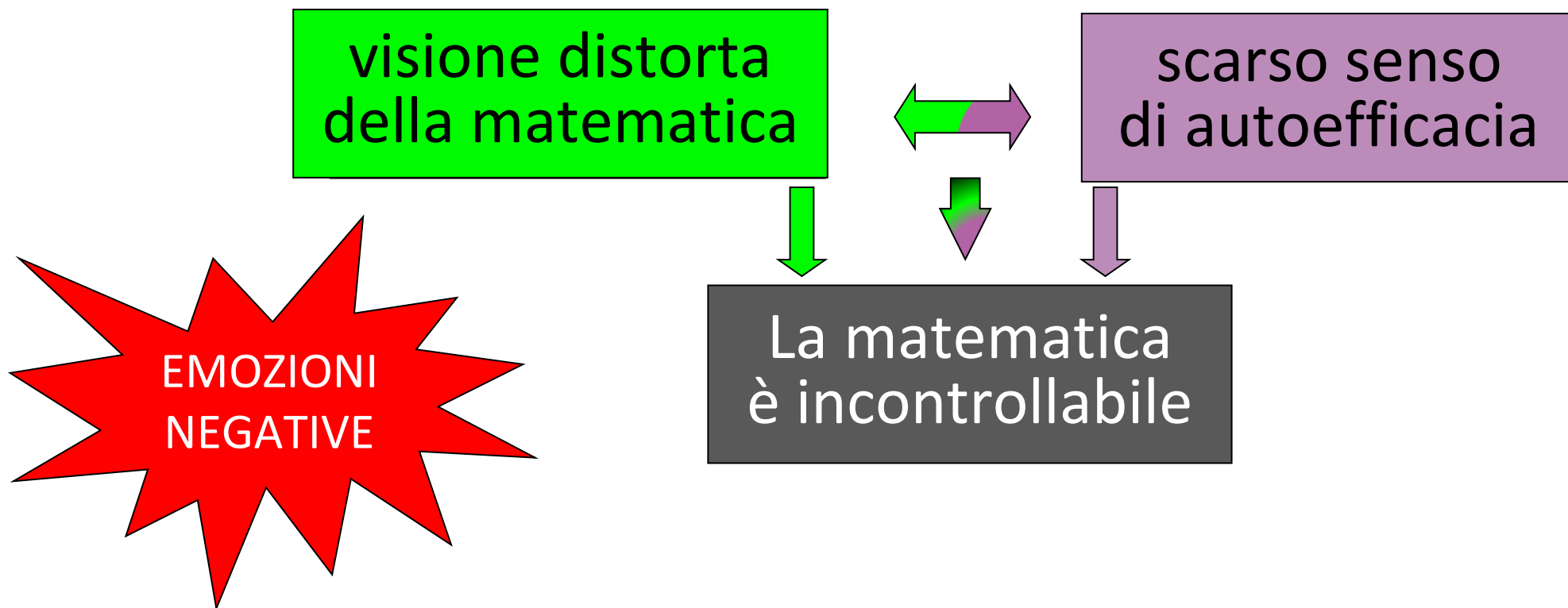
Dal tema *Io e la matematica* di Azzurra:

“Alle elementari non ero una grossa cima in matematica, quindi in 3^a elementare vidi che non ero brava e chiusi così la mia testa, dicendo che questa non faceva per me.”

Azzurra ritiene di non poter riuscire in matematica...
...e questa convinzione dirige i suoi comportamenti

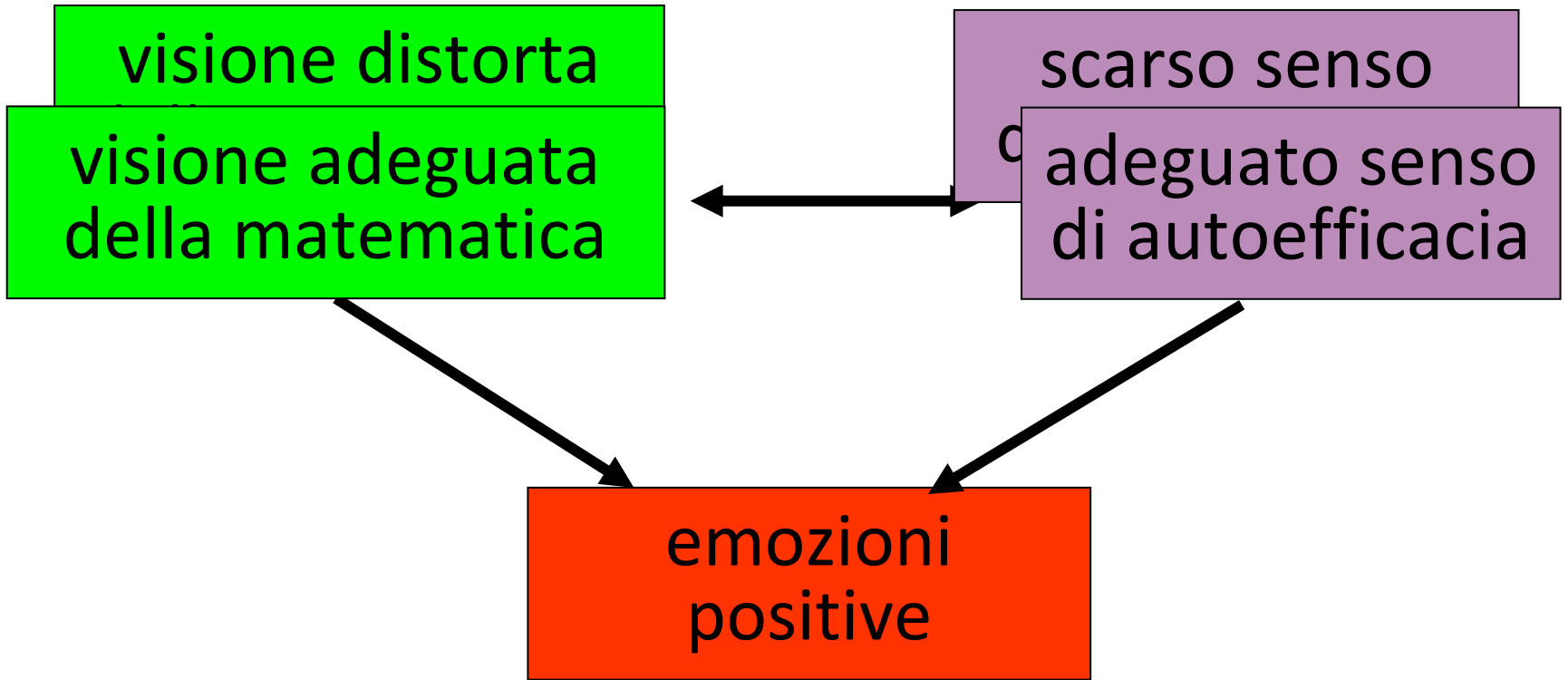




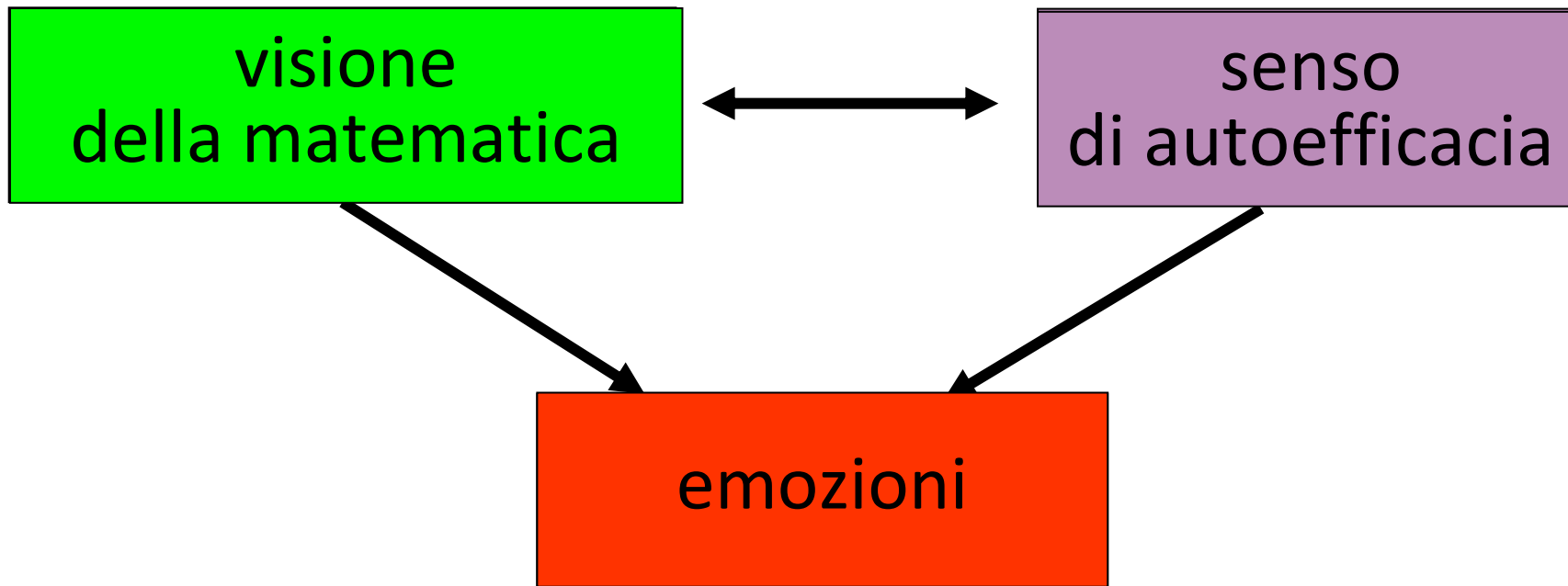


FATALISMO

atteggiamento negativo verso la matematica



atteggiamento **positivo** verso la matematica



ATTEGGIAMENTO VERSO LA MATEMATICA

...quale matematica?

Ripartiamo bene:
insegnare **matematica**
facendo domande

MATEMATICA
PROCEDIMENTALE

MATEMATICA
CONCETTUALE

Ripartiamo bene:
insegnare **matematica**
facendo domande

MATEMATICA
CONCETTUALE

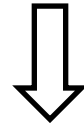
Ripartiamo bene:
insegnare matematica
facendo domande

...quali domande?



Le domande che si fanno in genere in matematica...

- sono domande di cui l'insegnante conosce la risposta
- l'insegnante si aspetta una risposta corretta da parte dello studente
- spesso vogliono proprio verificare se lo studente è in grado di dare tale risposta

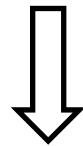


Il lavoro collaborativo viene visto come un ostacolo dall'insegnante.

Lo studente impara a concentrarsi sull'obiettivo di fornire la risposta (ritenuta) corretta.

Le domande che si fanno in genere in matematica...

- sono domande di cui l'insegnante conosce la risposta
- l'insegnante si aspetta una risposta corretta da parte dello studente
- spesso vogliono proprio verificare se lo studente è in grado di dare tale risposta



sono fortemente influenzate dall'obiettivo di dare una
VALUTAZIONE SOMMATIVA

L'insegnante cerca di:

- semplificare la procedura di valutazione
- aumentare la probabilità dello studente di una valutazione "sufficiente"



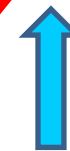
- punta l'attenzione sui prodotti più che sui processi
- riduce la complessità

VALUTAZIONE SOMMATIVA

MATEMATICA
PROCEDURALE



MA...MICA
COM...IALE



- punta l'attenzione sui prodotti più che sui processi
- riduce la complessità

VALUTAZIONE SOMMATIVA

Le domande che si fanno in genere in matematica...

- sono domande di cui l'insegnante conosce la risposta
- l'insegnante si aspetta una risposta corretta da parte dello studente
- spesso vogliono proprio verificare se lo studente è in grado di dare tale risposta



Se vogliamo lavorare sui processi dobbiamo individuare modi diversi di fare le domande, tipologie diverse di domande...

L'obiettivo delle domande

controllare se sa
rispondere



attivare processi
di pensiero

Se vogliamo lavorare sui processi dobbiamo individuare modi diversi di fare le domande, tipologie diverse di domande...

L'obiettivo delle domande

attivare processi
di pensiero

- cognitivi: l'obiettivo è sviluppare le competenze matematiche dello studente
- metacognitivi: l'obiettivo è far prendere consapevolezza allo studente di quello che sa / ha capito / pensa

L'obiettivo delle domande

attivare processi
di pensiero

Le attività proposte devono essere adeguatamente complesse

Il ruolo dell'errore cambia radicalmente:

- non è più un indicatore di fallimento
 - ma un'occasione di apprendimento
- cognitivi: l'obiettivo è sviluppare le competenze matematiche dello studente
 - metacognitivi: l'obiettivo è far prendere consapevolezza allo studente di quello che sa / ha capito / pensa

Un esempio: i precorsi per la Facoltà di Scienze

- 5 incontri di 2 ore
- ognuno dedicato a un “argomento”

1 I numeri

Attività 1: Qui di seguito sono elencati alcuni termini matematici. Conosci il significato di alcuni di questi? Prova a spiegare il significato di quelli che conosci:

- *numeri naturali*
- *numeri interi*
- *numeri razionali*
- *numeri irrazionali*
- *numeri reali*
- *valore assoluto di un numero reale*

**Domande aperte...
...e complesse**

Perché l'obiettivo:

- non è avere risposte corrette...
- ...è invece attivare processi di pensiero

Come?

- costringendo a mettere in relazione fatti matematici
- facendo sorgere dubbi

Nel confronto e nella discussione finali gli studenti si rendono conto del fatto che l'errore di uno di loro è una risorsa per tutti (compreso il docente).

1 I numeri

Attività 1: Qui di seguito sono elencati alcuni termini matematici. Conosci il significato di alcuni di questi? Prova a spiegare il significato di quelli che conosci:

- *numeri naturali*
- *numeri interi*
- *numeri razionali*
- *numeri irrazionali*
- *numeri reali*
- *valore assoluto di un numero reale*

Domande aperte...
...e complesse

Perché l'obiettivo:

- non è avere risposte corrette...
- ...è invece attivare processi di pensiero

Come?

- costringendo a mettere in relazione fatti matematici
- facendo sorgere dubbi

Nel confronto e nella discussione finali gli studenti si rendono conto del fatto che l'errore di uno di loro è una risorsa per tutti (compreso il docente).

Nei questionari finali di valutazione (anonimi) compilati dagli studenti la risposta più frequente alla domanda:

«Cosa ti ha colpito di più dei precorsi in senso positivo?» è:

«Il fatto di poter sbagliare.»

L'obiettivo delle domande

controllare se sa
rispondere



attivare processi
di pensiero

ALCUNE PROPOSTE DI LAVORO

Se vogliamo lavorare sui processi dobbiamo individuare modi diversi di fare le domande, tipologie diverse di domande...

Ripartiamo bene!



I grado

Il grado - I biennio

Il grado - Il biennio e V anno

Secondaria 1°grado

Secondaria 2°grado

ATTEGGIAMENTO VERSO LA MATEMATICA

- visione della matematica (prodotti / processi)
- senso di autoefficacia

Questionario per gli studenti

- Versione classe 1
- Versione altre classi

PENSIERO MATEMATICO

- congetturare
- argomentare / dimostrare

Cosa succede se...?
Classe 1

Una proprietà, tante
dimostrazioni
Classi 1 e 2

Una domanda, tante risposte
Classi 2 e 3

Una dimostrazione
Classe 3

LINGUAGGIO MATEMATICO

- comprendere / utilizzare le definizioni

Zukei puzzle

- Versione classi 1 e 2
- Versione classe 3

Definizione di “altezza”
di un triangolo
Classe 1

Definizione di “valore assoluto”
Classi 2 e 3

LE DOMANDE

- l'insegnante non conosce la risposta
- finalizzate a promuovere la consapevolezza dello studente...
- ...e la conoscenza dello studente da parte dell'insegnante

- sono volutamente complesse
- vogliono richiamare conoscenze
- sollecitare relazioni fra le conoscenze
- ci aspettiamo che lo studente non sappia rispondere
- che facciano nascere dubbi
- che stimolino il confronto con i compagni

Secondaria 1°grado

Secondaria 2°grado

Questionario per gli studenti

- Versione classe 1
- Versione altre classi

Cosa succede se...?
Classe 1

Una proprietà, tante
dimostrazioni
Classi 1 e 2

Una domanda, tante risposte
Classi 2 e 3

Una dimostrazione
Classe 3

Zukei puzzle

- Versione classi 1 e 2
- Versione classe 3

Definizione di "altezza"
di un triangolo
Classe 1

Definizione di "valore assoluto"
Classi 2 e 3

ATTEGGIAMENTO VERSO LA MATEMATICA

- visione della matematica (prodotti / processi)
- senso di autoefficacia

Secondaria 1°grado

Secondaria 2°grado

Questionario per gli studenti

- Versione classe 1
- Versione altre classi

Il tuo rapporto con la matematica

Nome e cognome Classe

In questo questionario troverai alcune domande sul tuo rapporto con la matematica e sulla matematica.

Leggi bene ogni domanda, e poi rispondi senza fretta, prendendoti il tempo necessario.

PARTE 1

1 Qual è stata la tua esperienza scolastica con la matematica?

.....
.....

2 È sempre stata così o ci sono stati alti e bassi?

.....
.....

3 Scegli un aggettivo e un'emozione per descrivere il tuo rapporto con la matematica.

AGGETTIVO:

Perché hai scelto questo aggettivo?

.....
.....

EMOZIONE:

Perché hai scelto questa emozione?

.....
.....

Questionario

4 Ricordi un episodio particolarmente significativo che ha influito sul tuo rapporto con la matematica (nel bene o nel male)? Racconta...

.....
.....

5 In quali momenti, negli anni precedenti, ti sei annoiata/o quando c'era matematica?

.....
.....

6 In quali momenti invece ti sei divertita/o quando facevi matematica?

.....
.....

7 Ti capita a volte di aver paura o ansia quando fai matematica? Se sì, in quali occasioni? Racconta...

.....
.....

PARTE 2

8 Quest'anno hai una/un nuova/o insegnante di matematica. In che cosa vorresti che somigliasse agli insegnanti con cui hai lavorato in passato?

.....

.....

In che cosa vorresti che fosse diversa/o?

9 Completa le frasi seguenti esprimendo la tua opinione.

a. *Secondo me la matematica a scuola si insegna perché*

.....

.....

b. *La matematica mi piacerebbe di più se*

.....

.....

c. *La matematica mi piacerebbe di meno se*

.....

.....

Solo per le classi
in cui c'è
un nuovo
insegnante
di matematica

Questa domanda non è prevista per il triennio...

10 Se ti chiedessero «a che cosa serve la matematica?», che cosa risponderesti?

.....
.....

11 Quale animale ti fa venire in mente la matematica?

Perché?

.....
.....

Il questionario proposto è solo una traccia da cui partire. Si può modificare, ridurre, allargare...

Secondaria 1°grado

Secondaria 2°grado

ATTEGGIAMENTO VERSO LA MATEMATICA

- visione della matematica (prodotti / processi)
- senso di autoefficacia

Questionario per gli studenti

- Versione classe 1
- Versione altre classi

PENSIERO MATEMATICO

- congetturare e argomentare / dimostrare

Cosa succede se...?
Classe 1

Una proprietà, tante
dimostrazioni
Classi 1 e 2

Una domanda, tante risposte
Classi 2 e 3

Una dimostrazione
Classe 3

LINGUAGGIO MATEMATICO

- comprendere / utilizzare le definizioni

Zukei puzzle

- Versione classi 1 e 2
- Versione classe 3

Definizione di “altezza”
di un triangolo
Classe 1

Definizione di “valore assoluto”
Classi 2 e 3

Secondaria 1°grado

Secondaria 2°grado

PENSIERO MATEMATICO

- congetturare e argomentare / dimostrare

Cosa succede se...?
Classe 1

Una proprietà, tante
dimostrazioni
Classi 1 e 2

Una domanda, tante risposte
Classi 2 e 3

Una dimostrazione
Classe 3

LINGUAGGIO MATEMATICO

- comprendere / utilizzare le definizioni

Zukei puzzle

- Versione classi 1 e 2
- Versione classe 3

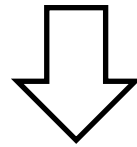
Definizione di “altezza”
di un triangolo
Classe 1

Definizione di “valore assoluto”
Classi 2 e 3

LA METODOLOGIA

Il lavoro collaborativo è cruciale per sviluppare competenze, come:

- argomentare / dimostrare
- comprendere l'importanza del linguaggio matematico per comunicare
- utilizzare il linguaggio matematico



Per ogni attività è prevista:

- una fase preliminare di riflessione individuale
- una fase di confronto e discussione da svolgere in gruppi, poco numerosi (al massimo 4 studenti) e omogenei
- una fase finale di discussione e confronto fra i gruppi, in cui l'insegnante tira le fila.

LA METODOLOGIA

Si lascia agli studenti il tempo necessario e non si interviene immediatamente per correggere eventuali errori o per suggerire strategie risolutive. Al più si può cercare di sbloccare situazioni di stallo attraverso opportune domande.

Le attività proposte sono solamente una traccia, e vanno adattate al contesto della classe: in particolare possono essere rese più complesse o più semplici a seconda delle esperienze che gli studenti hanno già fatto sui temi proposti.

Secondaria 1°grado

Secondaria 2°grado

PENSIERO MATEMATICO

- congetturare
- argomentare / dimostrare

Cosa succede se...?
Classe 1

Una proprietà, tante
dimostrazioni
Classi 1 e 2

Una domanda, tante risposte
Classi 2 e 3

Una dimostrazione
Classe 3

PENSIERO MATEMATICO

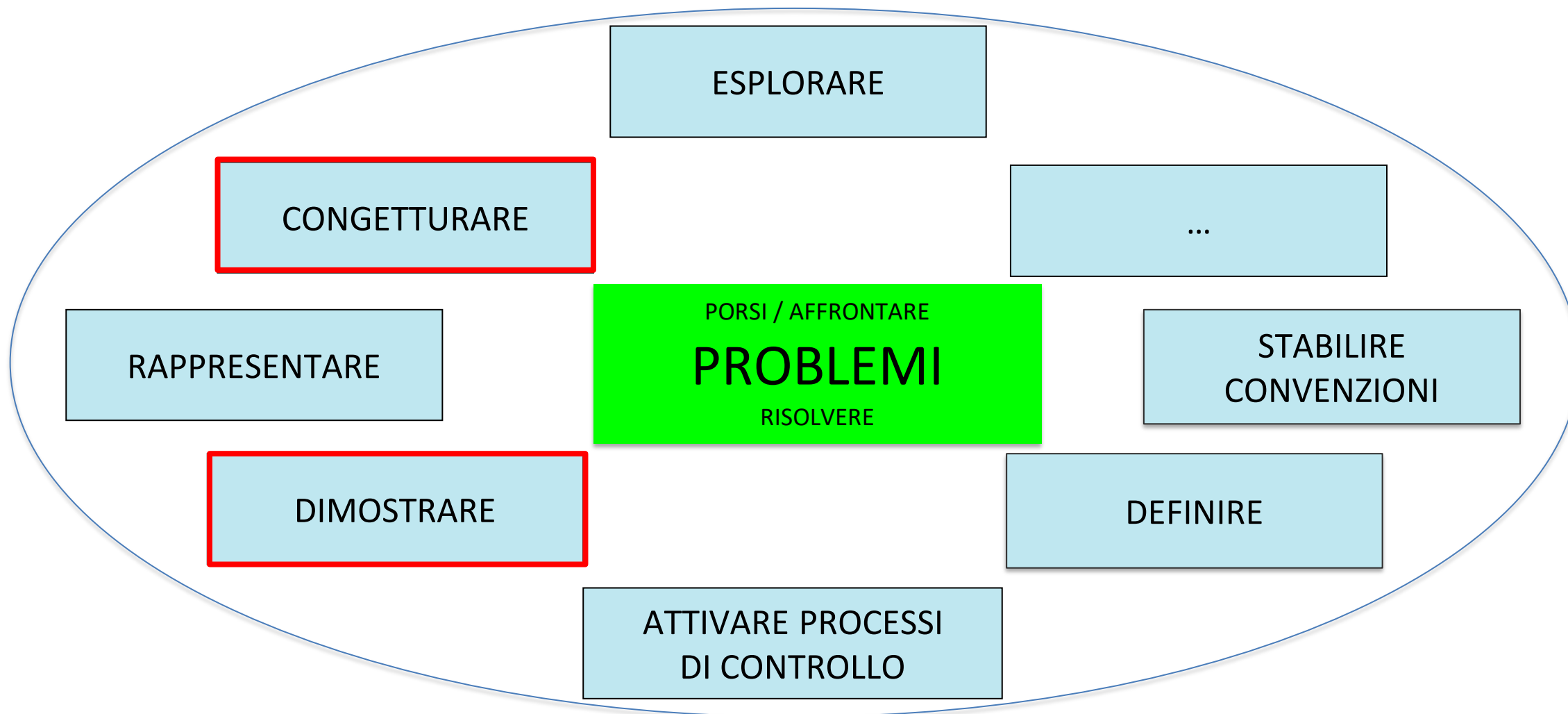
- congetturare
- argomentare / dimostrare

Perché congetturare e argomentare?

MATEMATICA
CONCETTUALE



centrata sui
PROCESSI



Importanza di argomentare / dimostrare

- nell'argomentazione / dimostrazione si devono mettere in gioco conoscenze precedenti...
- ...che se non sono utilizzate rischiano di rimanere inerti
- attraverso le argomentazioni / dimostrazioni è possibile cogliere le relazioni fra i diversi fatti matematici
→ la natura relazionale della matematica
- spesso le dimostrazioni permettono di comprendere meglio ciò che si deve dimostrare
- inoltre è attraverso le argomentazioni degli studenti che l'insegnante può avere accesso ai loro processi di pensiero

Importanza di congetturare

- congetturare è il momento più creativo della risoluzione di un problema
- è un antidoto contro una visione procedurale della matematica
- favorisce il lavoro sui processi di argomentazione o dimostrazione:
 - argomentare / dimostrare una propria congettura in un confronto fra pari...
 - ...è molto più 'naturale' che argomentare / dimostrare un enunciato già formulato che si sa già che è vero

Secondaria 1°grado

Secondaria 2°grado

PENSIERO MATEMATICO

- congetturare
- argomentare / dimostrare

Cosa succede se...?
Classe 1

Una domanda, tante risposte
Classi 2 e 3

Una proprietà, tante
dimostrazioni
Classi 1 e 2

Una dimostrazione
Classe 3

Cosa succede se...?

Nome e cognome Classe

FASE 1 (individuale)

1 Secondo te cosa succede se sommi due numeri pari?

Scegli una delle seguenti risposte.

- Viene sempre un numero pari.
- Può venire anche un numero dispari.
- Non si può dire perché i numeri sono infiniti e non possiamo sapere cosa succede in tutti i casi.
- Non ho idea di come rispondere.

2 Cerca di spiegare *perché* hai risposto così.

FASE 2 (in gruppo)

3 Ora riunitevi in gruppo e confrontate le risposte che avete dato alle domande precedenti; ciascuno spiega ai compagni del gruppo le proprie opinioni.

4 Alla fine di questo confronto, concordate tutti insieme un breve testo scritto con le vostre conclusioni: se avete trovato una posizione condivisa scrivetela, altrimenti scrivete le posizioni diverse che sono rimaste all'interno del gruppo.

Secondaria 1°grado

Secondaria 2°grado

PENSIERO MATEMATICO

- congetturare
- argomentare / dimostrare

Cosa succede se...?
Classe 1

Una domanda, tante risposte
Classi 2 e 3

Una proprietà, tante
dimostrazioni
Classi 1 e 2

Una dimostrazione
Classe 3

L'attenzione dell'insegnante dev'essere su questi due processi, e non sul fatto che la congettura scelta sia quella 'giusta': per questo motivo sono cruciali i momenti di discussione e confronto delle congetture e delle argomentazioni previsti sia all'interno dei gruppi che a livello di classe.

Una domanda, tante risposte

Adattato da:
INVALSI 2010
liv. 8, D17

Nome e cognome Classe

Roberto, Angela, Ilaria e Chiara sono in classe insieme.
L'insegnante di matematica oggi ha proposto questa attività:

FASE 1 (individuale)

«Prendiamo un numero naturale che indichiamo con n .
Cosa si può dire del risultato di $n(n - 1)$?
È sempre pari, oppure sempre dispari, oppure può essere qualche volta pari e qualche volta dispari?
Pensateci bene, poi rispondete, spiegando il vostro ragionamento.»

1 Hai capito la domanda? Sì No

Se hai risposto «No», chiedi chiarimenti all'insegnante.

2 Ecco le risposte di Roberto, Angela, Ilaria e Chiara:

- Roberto: «Il risultato può essere sia pari che dispari, perché n è un numero qualsiasi.»
- Angela: «Il risultato è sempre dispari, perché $n - 1$ indica un numero dispari.»
- Ilaria: «Il risultato è sempre pari, perché $3 \times (3 - 1)$ fa 6, che è pari.»
- Chiara: «Il risultato è sempre pari perché n e $(n - 1)$ sono numeri consecutivi e quindi uno dei due deve essere pari.»

- congettura corretta
- argomentazione adeguata

a. Sei d'accordo con Roberto? Sì No

Perché?

b. Sei d'accordo con Angela? Sì No

Perché?

c. Sei d'accordo con Ilaria? Sì No

Perché?

d. Sei d'accordo con Chiara? Sì No

Perché?

- congettura corretta
- argomentazione inadeguata

FASE 2 (in gruppo)

- 3** Ora riunitevi in gruppo e confrontate le risposte che avete dato nelle attività precedenti; ciascuno spiega ai compagni del gruppo perché ha risposto così e ascolta le spiegazioni dei compagni.
- 4** Alla fine di questo confronto, concordate tutti insieme un breve testo scritto con le vostre conclusioni: se avete trovato una posizione condivisa scrivetela, altrimenti scrivete le posizioni diverse che sono rimaste all'interno del gruppo.

Secondaria 1°grado

Secondaria 2°grado

PENSIERO MATEMATICO

- congetturare
- argomentare / dimostrare

Cosa succede se...?
Classe 1

Una domanda, tante risposte
Classi 2 e 3

Una proprietà, tante
dimostrazioni
Classi 1 e 2

Una dimostrazione
Classe 3

Una proprietà, tante dimostrazioni

Nome e cognome Classe

L'attività è ispirata a una ricerca di Healy e Hoyles (2000) condotta su 2459 studenti di 14-15 anni...

...in cui si riportano le risposte diverse di sei studenti alla domanda:

È vero che:

Quando sommi due numeri pari, il risultato è sempre pari?

E si chiede:

Fra le risposte scritte sopra scegli:

1. quella più vicina a quello che tu faresti per rispondere alla domanda: ____
2. quella a cui il tuo insegnante darebbe il voto più alto: ____

Arthur, Bonnie, Ceri, Duncan e Yvonne stanno cercando di dimostrare se il seguente enunciato è vero o falso: *Quando sommi due numeri pari, il risultato è sempre pari*

<p>Arthur, Bonnie, Ceri, Duncan e Yvonne stanno cercando di dimostrare se il seguente enunciato è vero o falso: <i>Quando sommi due numeri pari, il risultato è sempre pari</i></p>	
<p>Risposta di Arthur: a è un numero intero b è un numero intero 2a e 2b sono due numeri pari $2a + 2b = 2(a+b)$ Quindi Arthur dice che è vero.</p>	<p>Risposta di Bonnie: $2+2=4$ $2+4=6$ $2+6=8$ $2+8=10$ $4+4=8$ $4+6=10$ Quindi Bonnie dice che è vero.</p>
<p>Risposta di Ceri: I numeri pari sono numeri divisibili per 2. Quando sommi numeri che hanno un fattore comune, in questo caso 2, il risultato avrà ancora tale fattore in comune. Quindi Ceri dice che è vero.</p>	<p>Risposta di Duncan: I numeri pari finiscono per 0, 2, 4, 6, o 8. Quando sommi due di questi numeri, il risultato finirà ancora per 0, 2, 4, 6 o 8. Quindi Duncan dice che è vero.</p>
<p>Risposta di Eric: Sia x= un numero intero y= un numero intero $x+y=z$ $z-x=y$ $z-y=x$ $z+z-(x+y)=x+y=2z$ Quindi Eric dice che è vero.</p>	<p>Risposta di Yvonne:</p> <pre> □ □ □ □ + □ □ □ □ □ □ □ □ + □ □ □ □ = □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ </pre>

ALGEBRICO

EMPIRICO

NARRATIVO

VISUALE

Fra le risposte scritte sopra scegli:

1. quella più vicina a **quello che tu faresti** per rispondere alla domanda: ____

2. quella a **cui il tuo insegnante darebbe il voto più alto**: ____

Duncan (narrativo)	29%	7%
Bonnie (empirico)	24%	3%
Ceri (narrativo)	17%	17%
Yvonne (visuale)	16%	9%
Arthur (algebrico)	12%	22%
Eric (algebrico)	2%	42%

Risposta di Eric:

Sia x = un numero intero

y = un numero intero

$$x+y=z$$

$$z-x=y$$

$$z-y=x$$

$$z+z-(x+y)=x+y=2z$$

Quindi Eric dice che è vero.

Il linguaggio matematico è percepito:

- come una 'forma' da dare alla soluzione per soddisfare le richieste dell'insegnante

...e non:

- come uno strumento per affrontare e risolvere problemi

2. quella a cui il tuo insegnante darebbe il voto più alto: ____

Duncan (narrativo)	29%	7%
Bonnie (empirico)	24%	3%
Ceri (narrativo)	17%	17%
Yvonne (visuale)	16%	9%
Arthur (algebrico)	12%	22%
Eric (algebrico)	2%	42%

Risposta di Eric:

Sia x = un numero intero

y = un numero intero

$$x + y = z$$

$$z - x = y$$

$$z - y = x$$

$$z + z - (x + y) = x + y = 2z$$

Quindi Eric dice che è vero.

Una proprietà, tante dimostrazioni

Nell'originale: È vero che quando sommi due numeri pari, il risultato è sempre pari?

Nome e cognome

- 1** Un'insegnante ha chiesto ai suoi studenti di dimostrare che la somma di due numeri pari è sempre un numero pari.

Ecco le risposte di Anna, Eric, Yvonne, Diego, Elisa e Francesco.

FASE 1 (individuale)

Risposta di Anna

Un numero intero pari lo posso scrivere come prodotto di 2 per un certo numero. Quindi due numeri pari li posso scrivere come $2a$ e $2b$, dove a e b sono numeri interi.

$$2a + 2b = 2(a + b)$$

Quindi anche la somma è pari perché è uguale a un numero intero moltiplicato per 2.

Risposta di Eric

$$2 + 2 = 4$$

$$2 + 4 = 6$$

$$2 + 6 = 8$$

$$4 + 2 = 6$$

$$4 + 4 = 8$$

$$4 + 6 = 10$$

Quindi è vero che la somma di due numeri pari è sempre un numero pari.

Risposta di Yvonne

I numeri pari sono numeri divisibili per 2. Quando sommi numeri che hanno un fattore comune, in questo caso 2, il risultato avrà ancora tale fattore in comune.

Quindi è vero che la somma di due numeri pari è sempre un numero pari.

Risposta di Diego

I numeri pari finiscono per 0, 2, 4, 6, o 8. Quando sommi due di questi numeri, il risultato finirà ancora per 0, 2, 4, 6 o 8. Quindi è vero che la somma di due numeri pari è sempre un numero pari.

Risposta di Elisa

Sia x = un numero intero

y = un numero intero

$$x + y = z$$

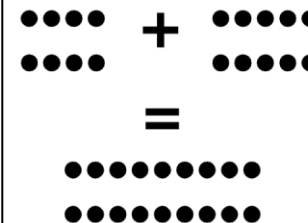
$$z - x = y$$

$$z - y = x$$

$$z + z - (x + y) = x + y = 2z$$

Quindi è vero che la somma di due numeri pari è sempre un numero pari.

Risposta di Francesco



The diagram illustrates the addition of two groups of four dots. The first group has four dots in a horizontal line, followed by a plus sign, and another group of four dots. Below this, an equals sign is shown, followed by a single horizontal line of eight dots, representing the sum of the two groups.

a. Fra le risposte scritte sopra, scegli quella più vicina alla risposta che avresti dato tu per dimostrare che la somma di due numeri pari è un numero pari.

.....

b. Fra le risposte scritte sopra, scegli quella che secondo te l'insegnante di matematica considererebbe migliore.

FASE 2 (in gruppo)

2 Adesso riunitevi in gruppo e confrontate le vostre risposte, motivandole.

3 Cercate poi di concordare tutti insieme il testo di una dimostrazione del fatto che la somma di due numeri pari è sempre un numero pari: potete scegliere (eventualmente modificandola) una delle risposte proposte da Anna, Eric, Yvonne, Diego, Elisa e Francesco, oppure potete scriverne una diversa.

Se non riuscite a trovare un accordo scrivete *tutte* le proposte diverse che emergono nel gruppo.

Secondaria 1°grado

Secondaria 2°grado

PENSIERO MATEMATICO

- congetturare
- argomentare / dimostrare

 Cosa succede se...?
Classe 1

 Una proprietà, tante
dimostrazioni
Classi 1 e 2

 Una domanda, tante risposte
Classi 2 e 3

 Una dimostrazione
Classe 3

Sulle dimostrazioni nella secondaria di 2° grado

- Presentare una dimostrazione in classe richiede molto tempo
- Quanti studenti sono in grado di seguirla, o comunque la seguono?
- Se poi non si chiede, è come se non si fosse fatta.
- E se si chiede? Cosa si chiede? Che senso ha chiedere che venga imparata a memoria?



Le dimostrazioni sono sempre più rare, anche a livello universitario.

...ci sono alternative rispetto alla presentazione standard alla lavagna:

- proporre una dimostrazione come attività da svolgere in gruppo
vedi PROPOSTE DI ATTIVITÀ
- confrontare e discutere le conclusioni dei vari gruppi
- è importante scegliere dimostrazioni che per qualche motivo siano significative (per le conoscenze che mettono in gioco, per il linguaggio, perché evidenziano processi o concetti particolarmente significativi...)

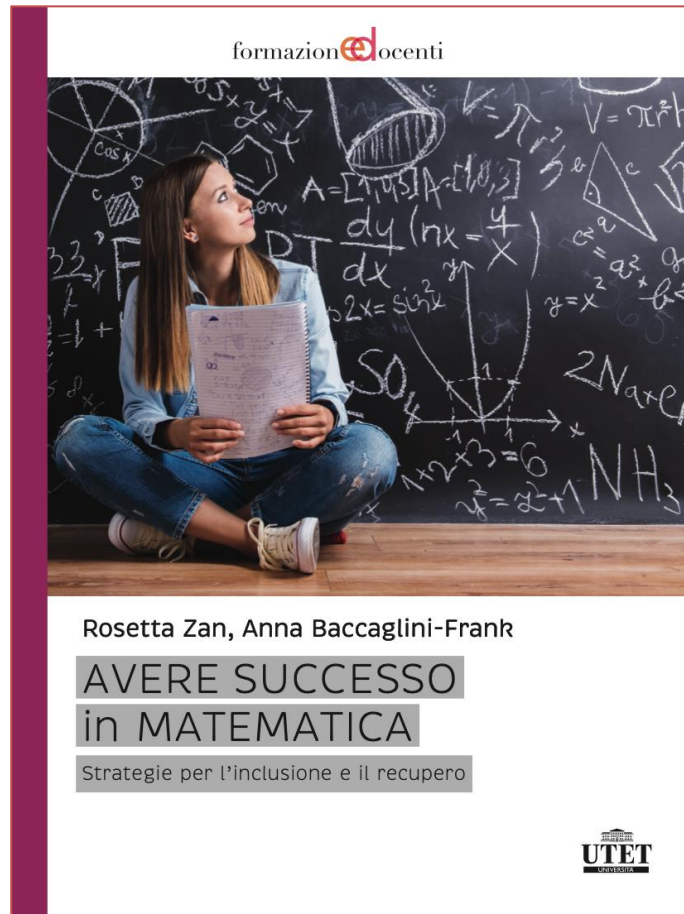
↑
però...

Le dimostrazioni sono sempre più rare, anche a livello universitario.

Una dimostrazione

Nome e cognome Classe

Tratto da:



<https://formazione.deascuola.it/manuali/avere-successo-in-matematica/>

Una dimostrazione

Nome e cognome Classe

Qui di seguito è riportato l'enunciato di un teorema.
Leggilo molto attentamente.

FASE 1 (individuale)

Teorema

La somma di due numeri dispari consecutivi è un multiplo di 4.

1 Qual è l'**enunciato** del teorema?

Ti sembra di averlo capito? Sì No

Se non l'hai capito:

- Ci sono parole che non conosci? Quali?
- Ci sono espressioni che non capisci? Quali?

Rileggi l'enunciato e scrivi qui sotto quello che non ti è chiaro.

2 Qui di seguito è riportata passo per passo la **dimostrazione** del teorema.

Dimostrazione:

1. Siano n e m due numeri dispari consecutivi.
2. Possiamo supporre $n < m$
3. e quindi $m = n + 2$.
4. Possiamo inoltre scrivere $n = 2k + 1$
5. quindi $m = 2k + 3$.
6. Allora $m + n = (2k + 3) + (2k + 1) = 4(k + 1)$.
7. Quindi $m + n$ è divisibile per 4 e il teorema è dimostrato.

a. Pensi di aver capito la **dimostrazione**?

b. Ci sono passi che non sono chiari? Quali?

.....

c. Scrivi qui sotto i passaggi che non hai capito.

FASE 2 (in gruppo)

3 Ora riunitevi in gruppo e provate insieme a chiarire i dubbi eventualmente emersi nella fase precedente riguardo all'enunciato del teorema.

Se avete difficoltà chiedete aiuto all'insegnante.

4 Adesso riprendete la dimostrazione del teorema passo per passo, cercando di rispondere alle seguenti domande.

Dimostrazione:

1. Siano n e m due numeri dispari consecutivi. **a.** Cosa vuol dire che due numeri dispari sono consecutivi?
2. Possiamo supporre $n < m$ **b.** Perché al punto 2 della dimostrazione si dice che si può supporre $n < m$?
3. e quindi $m = n + 2$. **c.** Perché al punto 3 della dimostrazione si scrive $m = n + 2$?
4. Possiamo inoltre scrivere $n = 2k + 1$
- d.** Perché al punto 4 della dimostrazione si scrive $n = 2k + 1$? **e.** Perché al punto 5 della dimostrazione si scrive $m = 2k + 3$?
6. Allora $m + n = (2k + 3) + (2k + 1) = 4(k + 1)$.
7. **f.** Perché al punto 6 della dimostrazione si scrive $m + n = (2k + 3) + (2k + 1) = 4(k + 1)$?
- g.** Perché al punto 7 della dimostrazione si dice che $m + n$ è divisibile per 4?

Per ogni domanda confrontatevi e discutete fra di voi.

5 Scrivete per ogni domanda la risposta che avete concordato come gruppo: se per qualche domanda non avete trovato una posizione condivisa scrivete tutte le posizioni diverse che sono rimaste all'interno del gruppo.

Se in qualche caso non siete in grado di rispondere provate a scrivere i vostri dubbi e i motivi delle vostre difficoltà.

Prendetevi tutto il tempo che vi serve per ragionare e per confrontare le vostre opinioni.

6 Ecco alcuni commenti al teorema dato; leggeteli attentamente e rispondete (sempre per iscritto) alla domanda finale.

Prima di rispondere confrontate le vostre opinioni all'interno del gruppo: se siete tutti d'accordo scrivete un'unica risposta, altrimenti scrivete tutte le posizioni diverse che sono emerse.

Teorema: La somma di due numeri dispari consecutivi è un multiplo di 4.

a. Federico dice: «Secondo me il teorema è falso, perché due numeri non possono essere dispari e consecutivi nello stesso tempo: infatti se sono consecutivi uno è pari e l'altro è dispari.»

Cosa pensate del commento di Federico?

b. Giorgia dice: «Secondo me la dimostrazione non dimostra l'enunciato, ma dimostra che: *se m e n sono dispari consecutivi allora $m + n$ è multiplo di 4.*»

Cosa pensate del commento di Giorgia?

.....

c. Anna dice: «Secondo me il teorema è falso. Infatti, 27 e 29 sono due dispari consecutivi ma la loro somma è 56 che è divisibile per 8.»

Cosa pensate del commento di Anna?

Secondaria 1°grado

Secondaria 2°grado

ATTEGGIAMENTO VERSO LA MATEMATICA

- visione della matematica (prodotti / processi)
- senso di autoefficacia

Questionario per gli studenti

- Versione classe 1
- Versione altre classi

PENSIERO MATEMATICO

- congetturare e argomentare / dimostrare

Cosa succede se...?
Classe 1

Una proprietà, tante
dimostrazioni
Classi 1 e 2

Una domanda, tante risposte
Classi 2 e 3

Una dimostrazione
Classe 3

LINGUAGGIO MATEMATICO

- comprendere / utilizzare le definizioni

Zukei puzzle

- Versione classi 1 e 2
- Versione classe 3

Definizione di "altezza"
di un triangolo
Classe 1

Definizione di "valore assoluto"
Classi 2 e 3

Secondaria 1°grado

Secondaria 2°grado

LINGUAGGIO MATEMATICO

- comprendere / utilizzare le definizioni

Zukei puzzle

- Versione classi 1 e 2
- Versione classe 3

Definizione di “altezza”
di un triangolo
Classe 1

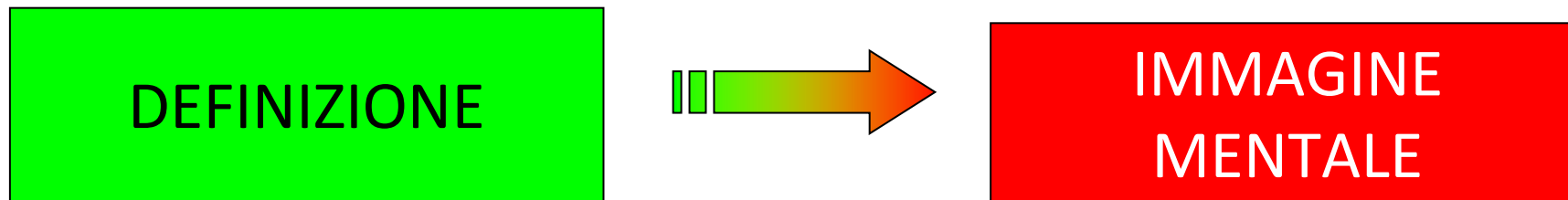
Definizione di “valore assoluto”
Classi 2 e 3

Perché le definizioni?

- In matematica si introducono e si usano continuamente definizioni
- Coinvolgono processi importanti e significativi dal punto di vista matematico:
 - definire
 - richiamare e utilizzare definizioni
 - attivare processi di controllo
- Sono fonte di difficoltà per molti studenti...

...come ha evidenziato la ricerca in didattica della matematica

Quando l'insegnante introduce una definizione corredata da esempi...



...l'allievo si costruisce una

immagine mentale

di tale definizione



DEFINIZIONE

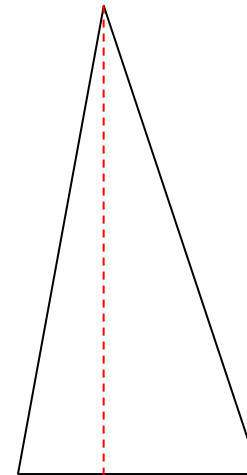
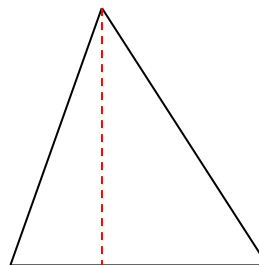
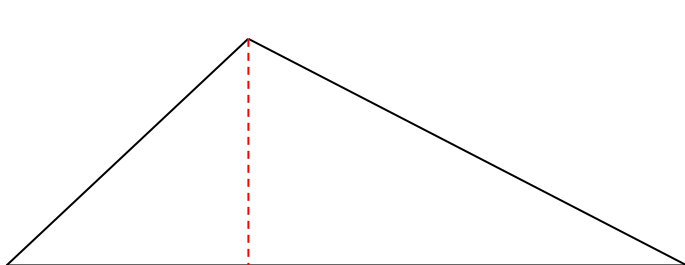


IMMAGINE
MENTALE

Tale immagine in generale non corrisponde alla definizione data.

DEFINIZIONE

Altezza di un triangolo è il segmento di perpendicolare condotto da un vertice al lato opposto (o al suo prolungamento).

IMMAGINE
MENTALE

..è verticale

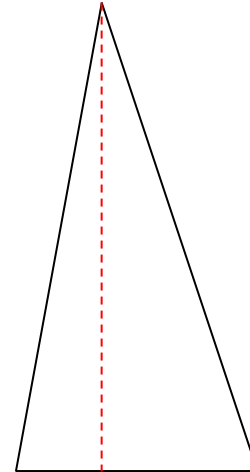
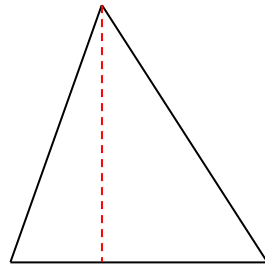
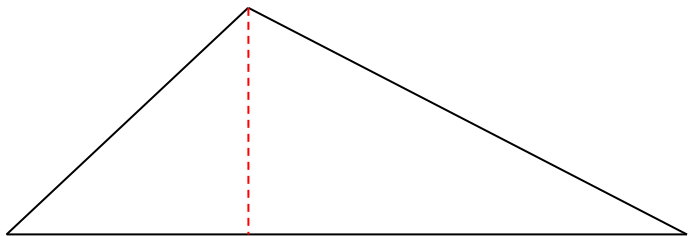
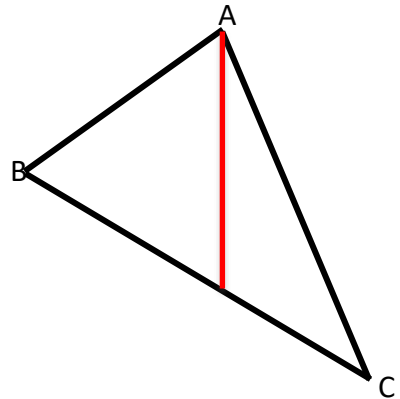
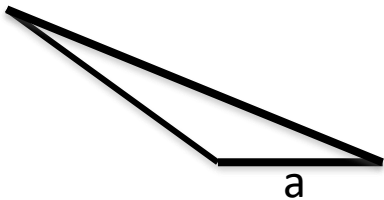
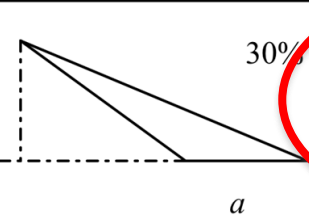
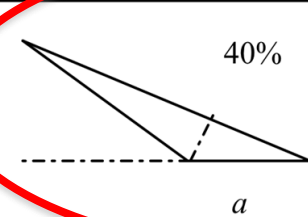
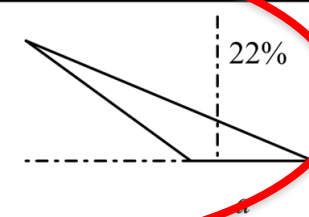


IMMAGINE
MENTALE

..è verticale



Disegnare l'altezza relativa al lato a

Risposta corretta:	Risposte scorrette:		Non risponde:
 <p>30%</p>	 <p>40%</p>	 <p>22%</p>	8%

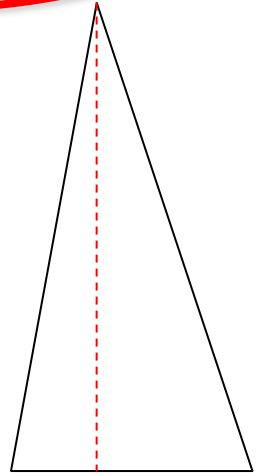
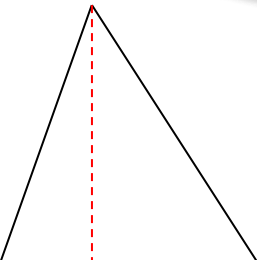
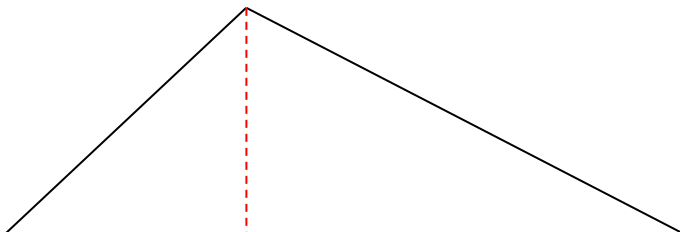
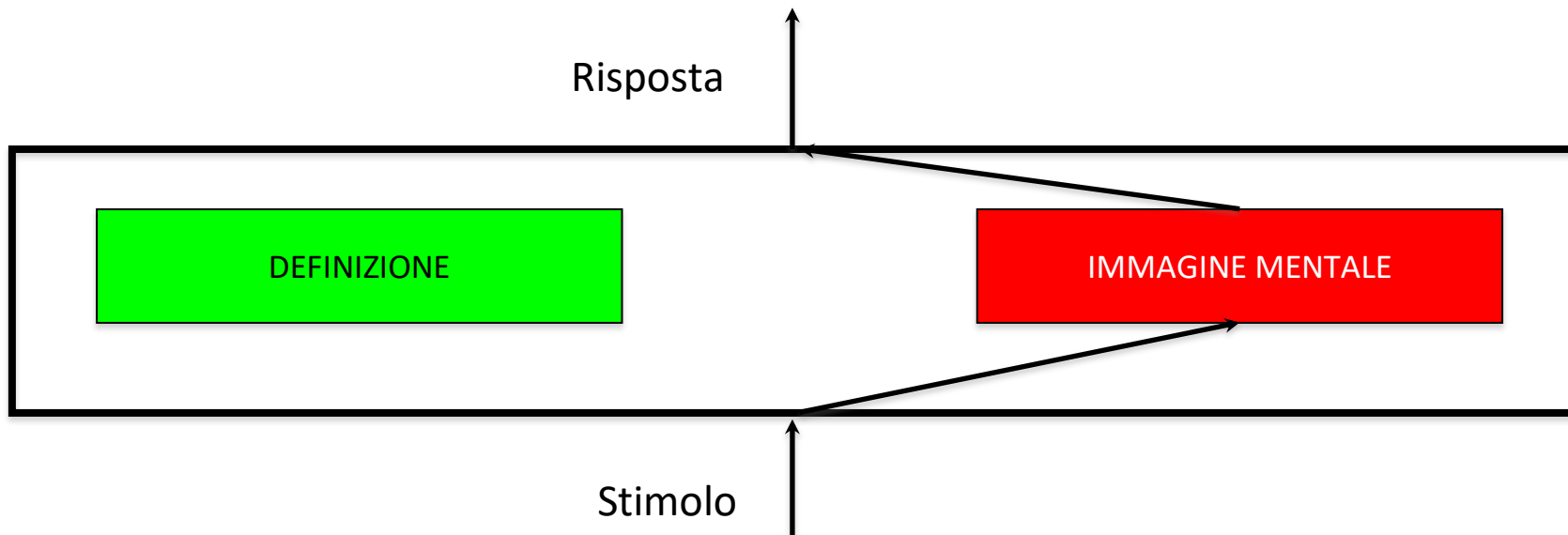


IMMAGINE MENTALE

...è interna al triangolo



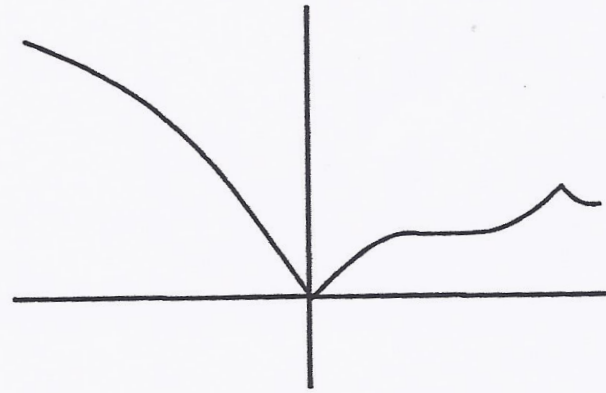
Risposta intuitiva

- ...emerge soprattutto in situazioni non standard, un po' diverse dall'usuale

Un esempio: il concetto di funzione

1. Esiste una funzione in cui ogni numero diverso da 0 è associato al suo quadrato, e allo 0 è associato 1?
2. Esiste una funzione in cui ogni numero positivo è associato a 1, ogni numero negativo è associato a -1, e 0 è associato a 0?
3. Esiste una funzione il cui grafico è il seguente?

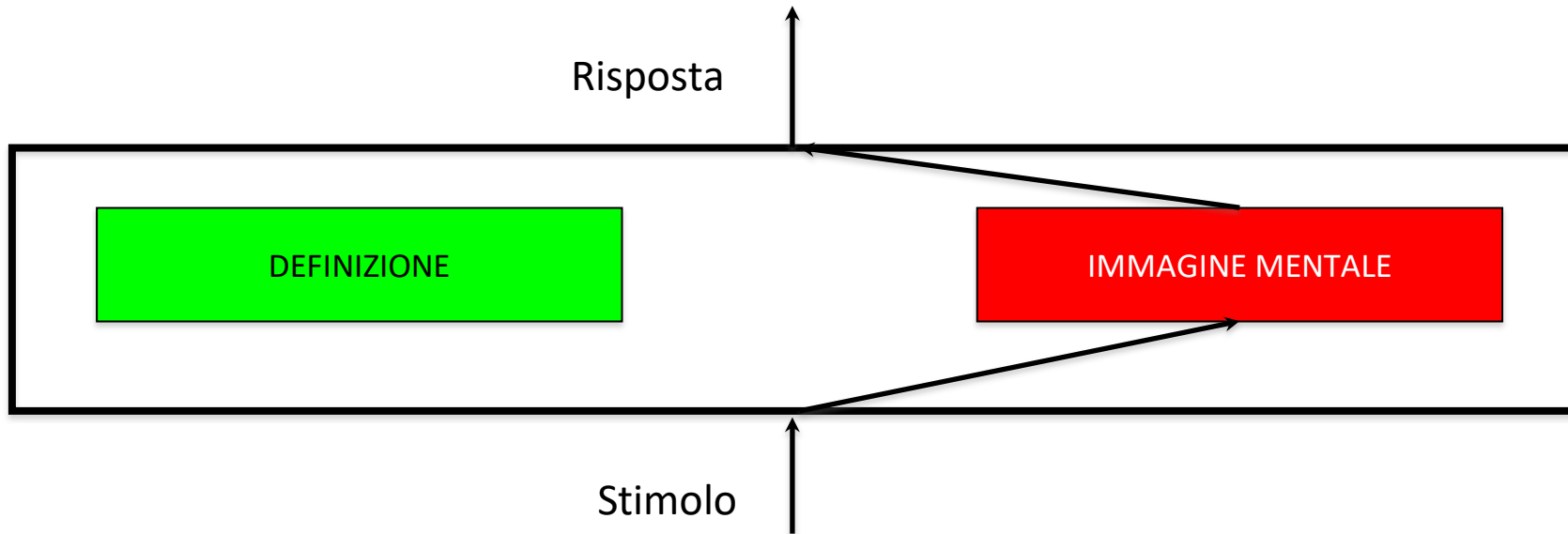
IMMAGINE MENTALE



4. Secondo te cos'è una funzione?

DEFINIZIONE

Molti studenti che alla domanda 4 danno una definizione corretta di funzione non la utilizzano per rispondere alle domande 1-3.



Risposta intuitiva

- ...emerge soprattutto in situazioni non standard, un po' diverse dall'usuale



è necessario attivare processi di controllo

Secondaria 1° grado

Secondaria 2° grado

Utile anche per la
secondaria di 2° grado

LINGUAGGIO MATEMATICO

- comprendere / utilizzare le definizioni

Zukei puzzle

- Versione classi 1 e 2
- Versione classe 3

Definizione di “altezza”
di un triangolo
Classe 1

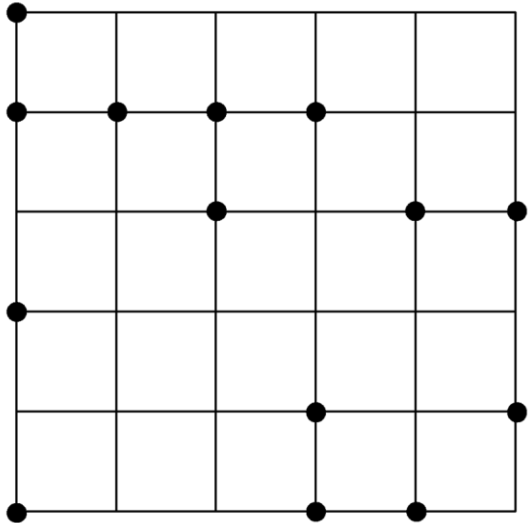
Definizione di “valore assoluto”
Classi 2 e 3

Zukei puzzle

Nome e cognome Classe

FASE 1 (individuale)

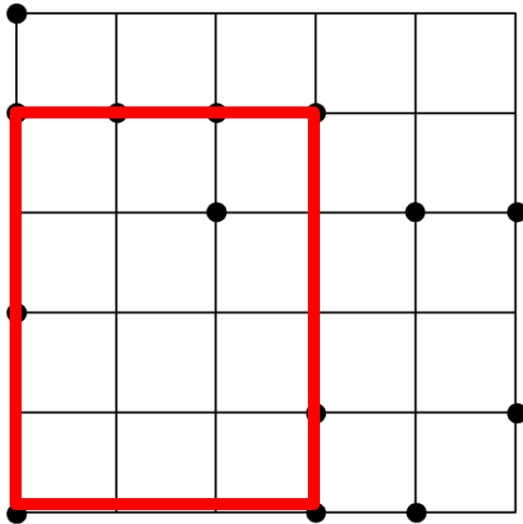
Questa attività è stata chiamata *Zukei puzzle* dal suo ideatore Naoki Inaba. Viene data una griglia quadrata in cui sono evidenziati alcuni punti, per esempio:



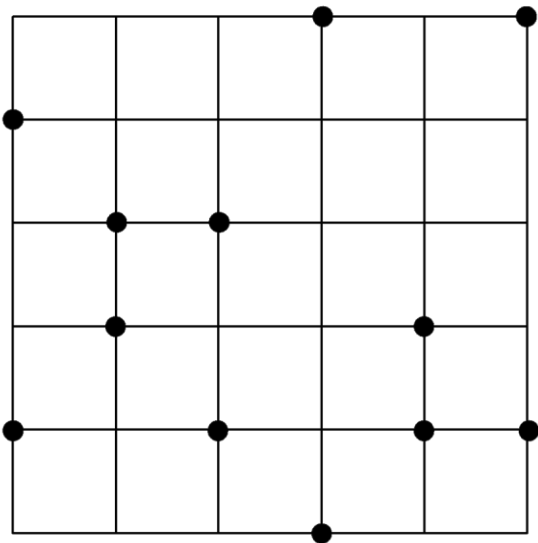
Si chiede quindi di individuare alcuni di questi punti in modo che siano i vertici di una certa figura geometrica.

Per esempio, sulla griglia sopra si può chiedere di individuare 4 punti (fra quelli disegnati) in modo che siano i vertici di un rettangolo.

Una soluzione è la seguente:

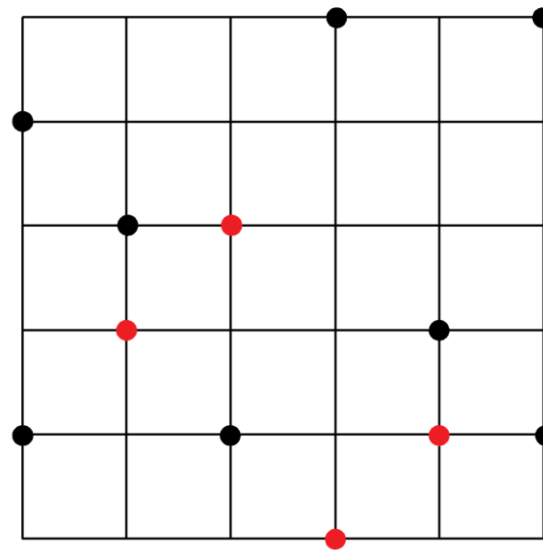
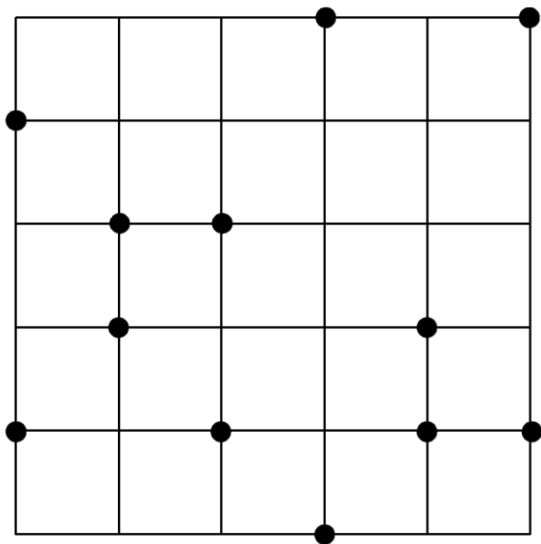


- 1 Controlla se hai capito: sulla stessa griglia individua 3 punti in modo che siano i vertici di un triangolo isoscele.
- 2 L'insegnante di Sara e Matteo ha chiesto di individuare 4 punti sulla griglia seguente in modo che siano i vertici di un rettangolo:



Questo esercizio si può omettere nella classe terza

Sara ha individuato questi punti:

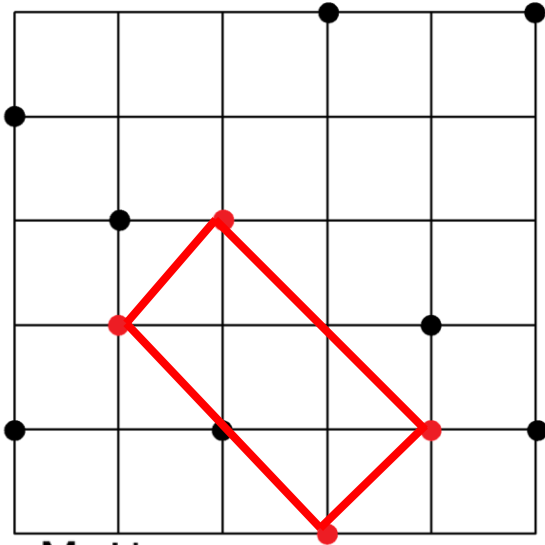


Il suo compagno Matteo però dice: «Con quei punti non può venire un rettangolo, perché sono messi storti».

Unisci i 4 punti e poi rispondi:

Secondo te chi dei due ha ragione? Sara, la quale dice che unendo quei punti viene un rettangolo, oppure Matteo, il quale invece dice che unendo quei punti non può venire un rettangolo?

Per riconoscere che è un rettangolo si deve far riferimento alla definizione di rettangolo, e non all'immagine mentale che si ha.

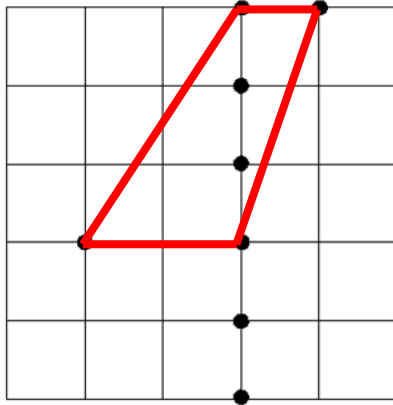


Ha ragione Sara

Ha ragione Matteo

Perché hai risposto così?

3 Ora trova 4 punti sulla griglia qui sotto in modo che siano i vertici di un trapezio.



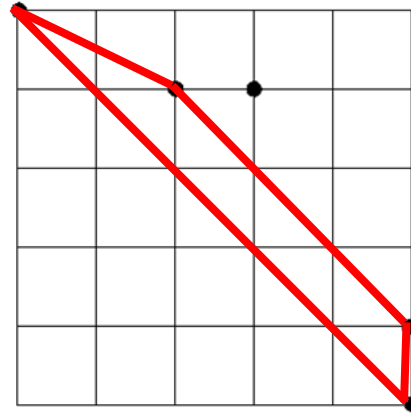
Ci sei riuscita/o? Sì No

Se sì, sei sicura/o che quello che hai ottenuto unendo quei 4 punti sia davvero un trapezio? Perché?

È necessario fare riferimento alla definizione di TRAPEZIO

Definizione: Si dice trapezio un quadrilatero che ha due lati opposti paralleli.

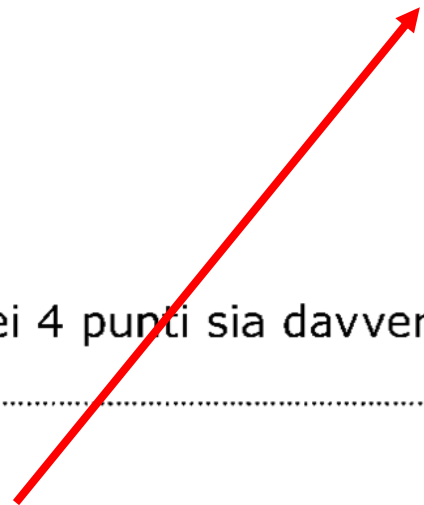
4 Anche su questa griglia trova 4 punti in modo che siano i vertici di un trapezio.



...ma anche di rette parallele

Ci sei riuscita/o? Sì No

Se sì, sei sicura/o che quello che hai ottenuto unendo quei 4 punti sia davvero un trapezio? Perché?



È necessario fare riferimento alla definizione di TRAPEZIO

Definizione: Si dice trapezio un quadrilatero che ha due lati opposti paralleli.

FASE 2 (in gruppo)

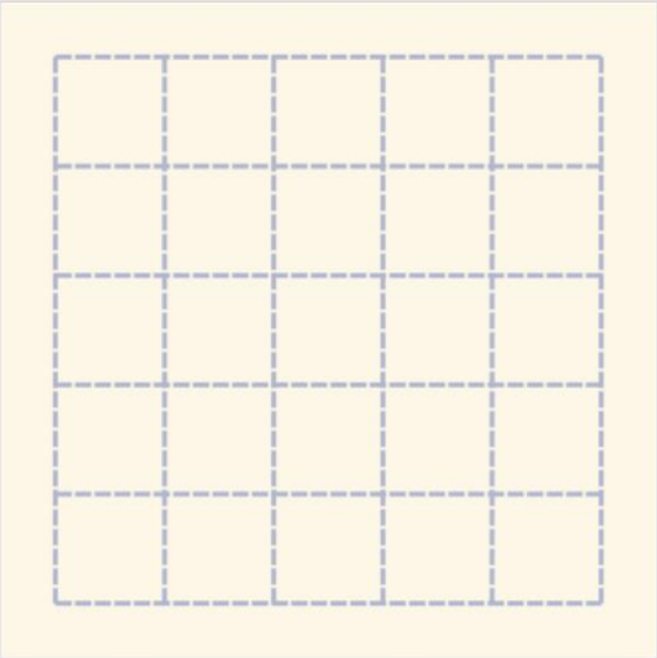
- 5 Ora riunitevi in gruppo e confrontate le risposte che avete dato nella fase precedente; ciascuno spiega ai compagni del gruppo perché ha risposto così e ascolta le spiegazioni dei compagni.
- 6 Alla fine di questo confronto, concordate tutti insieme un breve testo scritto con le vostre conclusioni: se avete trovato una posizione condivisa scrivetela, altrimenti scrivete le posizioni diverse che sono rimaste all'interno del gruppo.

'Giocare' on line...

<http://www.henkreuling.nl/applets/Zukei.html>

Zukei Puzzle

www.wageningse-methode.nl
© Henk Reuling, 2019
http://henkreuling.nl



Choose a shape to find

- Rectangle
- Trapezoid
- Parallelogram
- Rhombus
- Square
- Kite (convex)

- Right Triangle
- Isosceles Triangle
- Right Isosceles Triangle

Clear Show Solution New Puzzle

Secondaria 1° grado

Secondaria 2° grado

Utile anche per la
secondaria di 2° grado

LINGUAGGIO MATEMATICO

- comprendere / utilizzare le definizioni

Zukei puzzle

- Versione classi 1 e 2
- Versione classe 3

 Definizione di “altezza”
di un triangolo
Classe 1

 Definizione di “valore assoluto”
Classi 2 e 3

Attività sulla definizione di altezza

Nome e cognome Classe

FASE 1 (individuale)

Leggi con attenzione la seguente definizione di altezza di un triangolo tratta da un libro di testo.

Definizione

In un triangolo si chiama *altezza relativa a un lato* il segmento che ha un estremo nel vertice opposto a quel lato e l'altro estremo sul lato stesso (o sul suo prolungamento) e che forma con quest'ultimo due angoli retti.

Ti sembra di aver capito la definizione? Sì No

Se non l'hai capita:

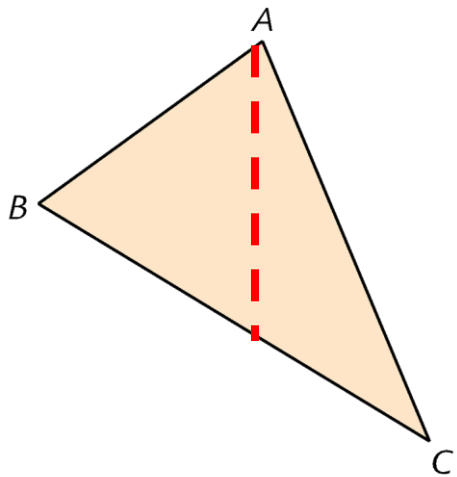
- Ci sono parole che non conosci? Quali?
- Ci sono espressioni che non capisci? Quali?

Rileggi la definizione e se non hai ancora capito chiedi chiarimenti all'insegnante.
Prima però scrivi qui di seguito quali sono i tuoi dubbi.

.....

Attività 1

a. Nel triangolo ABC disegna l'altezza relativa al lato BC .



b. Controlla!

Rileggi con attenzione la definizione di altezza.

Definizione

In un triangolo si chiama *altezza relativa a un lato* il segmento che ha un estremo nel vertice opposto a quel lato e l'altro estremo sul lato stesso (o sul suo prolungamento) e che forma con quest'ultimo due angoli retti.

Quello che hai disegnato ha effettivamente tutte le proprietà descritte nella definizione?

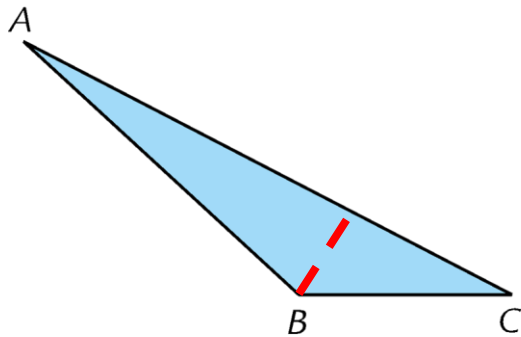
- È un segmento? Sì No
- Uno dei suoi estremi è il vertice opposto al lato BC ? Sì No
- L'altro estremo sta sul lato BC (o sul suo prolungamento)? Sì No
- Forma due angoli retti con il lato BC (o con il suo prolungamento)? Sì No

Come puoi fare per controllare?.....

- c. Se hai risposto «No» a qualcuna di queste domande, vuol dire che quella che hai disegnato non è l'altezza richiesta.
Prova a ricominciare da capo.
- d. Come puoi esprimere in un altro modo la proprietà che l'altezza relativa al lato BC forma due angoli retti con il lato BC ?

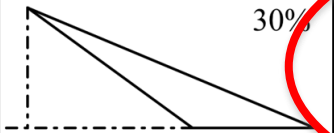
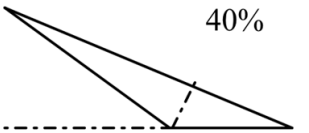
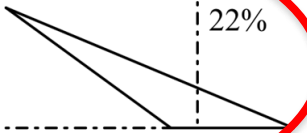
Attività 2

a. Nel triangolo ABC disegna l'altezza relativa al lato BC .



b. Controlla!

Rileggi con attenzione la definizione di altezza.

Risposta corretta:	Risposte scorrette:		Non risponde:
 30%	 40%	 22%	8%
a	a	a	

Definizione

In un triangolo si chiama *altezza relativa a un lato* il segmento che ha un estremo nel vertice opposto a quel lato e l'altro estremo sul lato stesso (o sul suo prolungamento) e che forma con quest'ultimo due angoli retti.

Quello che hai disegnato ha effettivamente tutte le proprietà descritte nella definizione?

- È un segmento? Sì No
- Uno dei suoi estremi è il vertice opposto al lato BC ? Sì No
- L'altro estremo sta sul lato BC (o sul suo prolungamento)? Sì No
- Forma due angoli retti con il lato BC (o con il suo prolungamento)? Sì No

c. Se hai risposto «No» a qualcuna di queste domande, vuol dire che quella che hai disegnato non è l'altezza richiesta.

Prova a ricominciare da capo.

FASE 2 (in gruppo)

Adesso riunitevi in gruppo e confrontate le vostre risposte, motivandole.
Cercate poi di concordare tutti insieme un disegno dell'altezza richiesta nell'**Attività 1** e nell'**Attività 2**.
Se non riuscite a trovare un accordo fate tutti i disegni diversi che emergono all'interno del gruppo.

Secondaria 1°grado

Secondaria 2°grado

LINGUAGGIO MATEMATICO

- comprendere / utilizzare le definizioni

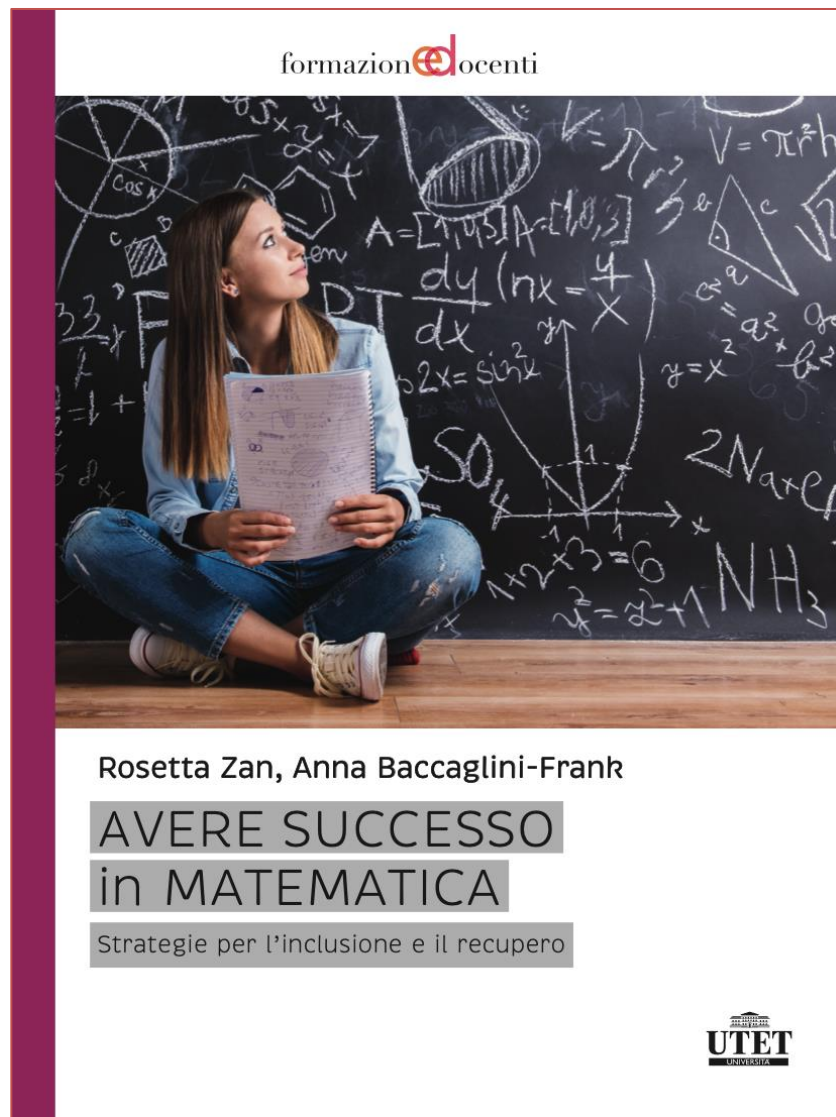
Zukei puzzle

- Versione classi 1 e 2
- Versione classe 3

Definizione di “altezza”
di un triangolo
Classe 1

Definizione di “valore assoluto”
Classi 2 e 3

Tratta da:



<https://formazione.deascuola.it/manuali/avere-successo-in-matematica/>

Attività sulla definizione di valore assoluto

Nome e cognome Classe

FASE 1 (individuale)

1 Leggi con attenzione la seguente definizione.

Definizione

Si dice *valore assoluto* di un numero reale a , e si indica con $|a|$:

- il numero a , se $a \geq 0$
- il numero $-a$, se $a < 0$

Se non l'hai capita:

- Ci sono simboli che non conosci? Quali?
- Ci sono espressioni che non capisci? Quali?

Rileggi la definizione e scrivi qui di seguito tutto quello che non ti è chiaro.

.....

.....

2 Se pensi di aver capito la definizione data, rispondi alle seguenti domande.

- Qual è il valore assoluto di 7,4?
- Qual è il valore assoluto di -5?
- $\left| -3 + \frac{1}{2} \right|$
- $|\pi - 5| =$

FASE 2 (in gruppo)

- 3 Ora riunitevi in gruppo e provate insieme a chiarire i dubbi eventualmente emersi nella fase precedente riguardo alla definizione di valore assoluto.
- 4 Confrontate poi le risposte che avete dato alla domanda **2** della **FASE 1**: in caso di risposte diverse, cercate di capire qual è la risposta corretta e perché.

5 Ecco alcuni commenti alla definizione data all'inizio: leggeteli attentamente e rispondete (sempre per iscritto) alla domanda finale.

Prima di rispondere confrontate le vostre opinioni all'interno del gruppo: se siete tutti d'accordo scrivete un'unica risposta, altrimenti scrivete tutte le posizioni diverse che sono emerse.

- Anna dice: «Il valore assoluto di un numero è il numero stesso senza il segno». Siete d'accordo con Anna? Spiegate perché.
- Marco dice: «Il valore assoluto di un numero può essere negativo, perché dalla definizione si vede che in alcuni casi $|a| = -a$ ». Siete d'accordo con Marco? Spiegate perché.

6 Adesso provate a scrivere qui sotto la definizione di **valore assoluto di un numero reale**, senza guardare la definizione scritta all'inizio.

CONCLUSIONI

MATEMATICA
PROCEDURALE

MATEMATICA
CONCETTUALE

...quale matematica?

Ripartiamo bene:
insegnare **matematica**
facendo domande

...quali domande?

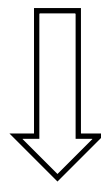
L'obiettivo delle domande

controllare se sa
rispondere

nella pratica didattica...

Questo obiettivo condiziona il tipo di domande...
...centrate sui prodotti più che sui processi

**MATEMATICA
PROCEDURALE**



Per affrontare / superare le difficoltà in matematica di uno studente in genere l'insegnante abbassa il livello delle domande.

L'obiettivo delle domande

controllare se sa
rispondere



attivare processi
di pensiero

...lo studente e l'insegnante prendono consapevolezza di eventuali difficoltà, e le possono affrontare.

**MATEMATICA
CONCETTUALE**

Se vogliamo lavorare sui processi dobbiamo individuare modi diversi di fare le domande, tipologie diverse di domande...

...le proposte fatte vogliono essere un esempio.

L'obiettivo delle domande

controllare se sa
rispondere



attivare processi
di pensiero

- dobbiamo prevedere e accettare l'errore
- utilizzarlo come risorsa



- domande complesse
- che suscitano dubbi
- spesso domande aperte, che costringono ad articolare un discorso

Se vogliamo lavorare sui processi dobbiamo individuare modi diversi di fare le domande, tipologie diverse di domande...



L'obiettivo delle domande

controllare se sa
rispondere



attivare processi
di pensiero

Le difficoltà in matematica di uno studente non si superano abbassando il livello delle domande che gli facciamo...

... ma cambiando l'obiettivo per cui gliele facciamo:

- attivare processi di pensiero
- invece di controllare se sa rispondere.

Grazie

Rosetta Zan