

Attività di esplorazione: costruire concetti attraverso il laboratorio di matematica



Pierangela Accomazzo

Già docente di Matematica al liceo scientifico, formatrice accreditata del GeoGebra Institute di Torino. Per INVALSI e INDIRE ha tenuto corsi di formazione e aggiornamento sulla didattica della Matematica; è co-autrice dei testi *Esplorazioni matematiche con GeoGebra 1e2* (Ledizioni, 2013 e 2014). Co-autrice del corso *"Matematica allo specchio - edizioni blu e verde"*, Ghisetti & Corvi 2020.



Claudio Zanone

Docente di Matematica e Fisica nella scuola secondaria di secondo grado, co-autore con Leonardo Sasso del corso *"Colori della Matematica - edizione blu"* - Petrini e *"Matematica allo specchio - edizioni blu e verde"*, Ghisetti & Corvi 2020.

Laboratorio di matematica : le Indicazioni Nazionali

Tutte le discipline dell'area (scientifica) hanno come **elemento fondamentale il laboratorio**, inteso:

- sia come *luogo fisico*
- sia come *momento in cui l'alunno è attivo*, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati e a confrontarli con le ipotesi formulate, negozia e costruisce significati interindividuali, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive.

In tutte le discipline dell'area, **inclusa la matematica**, avrà cura di ricorrere ad attività pratiche e sperimentali e a osservazioni sul campo, con un carattere non episodico e inserendole in percorsi di conoscenza.

Laboratorio di matematica : le proposte UMI CIIM

Il laboratorio di matematica **non è un luogo fisico diverso dalla classe**, è piuttosto un insieme strutturato di **attività volte alla costruzione di significati** degli oggetti matematici. Il laboratorio, quindi, coinvolge persone (studenti e insegnanti), strutture (aule, strumenti, organizzazione degli spazi e dei tempi), idee (progetti, piani di attività didattiche, sperimentazioni).

L'ambiente del laboratorio di matematica è in qualche modo assimilabile a quello della **bottega rinascimentale**, nella quale gli apprendisti imparavano facendo e vedendo fare, comunicando fra loro e con gli esperti.

Matematica per il cittadino, UMI CIIM



Laboratorio di matematica

In analogia con la bottega artigiana, il laboratorio permette allo studente di costruire significati mettendo in atto una sorta di **apprendistato cognitivo**.

Il laboratorio non è necessariamente uno spazio fisico ma una **metodologia di lavoro** che coinvolge lo studente.

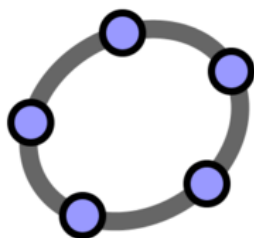
La costruzione di significati, nel laboratorio di matematica, è strettamente legata:

- da una parte, all'uso degli **strumenti** utilizzati nelle varie attività;
- dall'altra, alle **interazioni tra le persone** che si sviluppano durante l'esercizio di tali attività.



Laboratorio di matematica: gli strumenti

- Oggetti, costruiti per scopi specifici o di uso comune, che incorporano una conoscenza matematica, che diventano strumenti di lavoro e di pensiero se usati in determinati contesti.
- Mediatori dell'attività didattica, sia nella relazione tra insegnante e studenti, sia nell'azione che lo studente svolge per comprendere.



Laboratorio di matematica: il rapporto docente - studenti

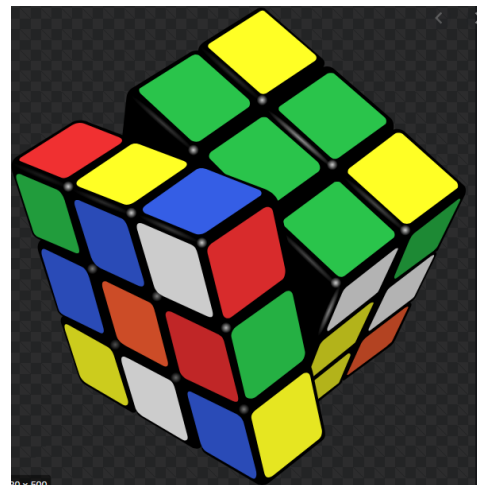
- Cambia il modo di interagire tra docente e studente.
- Lo studente è al centro dell'attività didattica.
- La gestione del tempo non è più interamente in mano al docente.
- Il docente organizza l'attività e guida gli studenti.



Laboratorio di matematica: contenuti, contesti e competenze

La scelta delle attività di laboratorio deve tenere conto di tre aspetti:

- **Contenuti disciplinari**
- **Contesti significativi e problemi aperti**, che richiedano una partecipazione attiva degli allievi;
- **Processi** che l'allievo deve attivare per affrontare i problemi e acquisire competenze.



Laboratorio di matematica: le fasi

- Costruzione
- Esplorazione
- Congettura
- Verifica
- Argomentazione
- Sistematizzazione



Esempio – Interrogare una formula

Esplora il problema

Un oggetto che costa 100 euro subisce prima un aumento di prezzo del 10%; dopo un certo periodo il nuovo prezzo viene ribassato del 10%. Qual è il suo costo al termine delle due operazioni? Ritorna al valore originario?

A prima vista sembrerebbe così: aumento e diminuzione sono operazioni inverse e avvengono nella stessa percentuale. Tuttavia è opportuno fare qualche prova per valutare se sia vero o falso ciò che l'intuito suggerisce.

Come sai, una percentuale si può esprimere anche con un numero decimale: $10\% = 0,1$. L'aumento e la successiva diminuzione di prezzo sono quindi calcolabili con l'espressione $[100 \cdot (1 + 0,1)] \cdot (1 - 0,1)$.

Svolgi le operazioni nell'ordine, così come si susseguono. La parentesi quadra dà come risultato 110.

Questa cifra va successivamente moltiplicata per 0,9 per applicare la riduzione. Quale cifra si ottiene al termine delle due operazioni? 99 euro

Se non è la cifra originaria, si tratta di un valore inferiore o superiore? inferiore

Prova a spiegare perché, nonostante le percentuali di aumento e diminuzione siano le stesse, si ottenga un risultato finale diverso da quello di partenza.

Perché si applica la stessa percentuale a due cifre diverse

Quale sarebbe stata la cifra finale se ai 100 euro si fosse applicata prima una riduzione del 10% e successivamente un aumento del 10%? 99 euro

Esplorazione
Carta e penna



Esempio – Interrogare una formula

Interpreta algebricamente

Si tratta ora di vedere se questo risultato è legato al tipo di percentuale che è stata applicata, o se è sempre valido. Generalizziamo il problema, con una percentuale che corrisponde a un numero decimale p positivo e minore di 1. La procedura di calcolo diventa $100 \cdot (1 + \frac{p}{100}) \cdot (1 - \frac{p}{100})$.

Questa formula non può essere certamente *calcolata numericamente* come hai fatto in precedenza, però può essere trasformata usando le proprietà delle operazioni.

a. Togliamo la parentesi quadra che racchiude il primo prodotto:

$$100 \cdot (1 + p) \cdot (1 - p)$$

b. Consideriamo la prima parentesi tonda $(1 + p)$ come un unico oggetto, che chiamiamo R . Sostituiamo nell'espressione e otteniamo $100 \cdot R \cdot (1 - \frac{p}{100})$.

c. Scriviamo l'espressione come

$$100 \cdot (R - R \cdot p) \text{ per la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione.}$$

Inserendo nuovamente nell'espressione $(1 + p)$ al posto di R otteniamo

$$100 \cdot [(1 + p) - (1 + p) \cdot p] = 100 \cdot (1 + p - p - p^2) =$$

per le proprietà associativa dell'addizione e per la distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione.

$$= 100 \cdot (1 - p^2) \text{ perché la somma di due numeri opposti è uguale a zero.}$$

L'espressione letterale $100 \cdot [(1 + p) \cdot (1 - p)]$ è equivalente a $100 \cdot (1 - p^2)$.

Cosa dice questa seconda espressione? La parentesi tonda rappresenta *un numero minore di 1*.

Rifletti: 100 moltiplicato per un numero minore di 1 dà un risultato maggiore o minore di 100? minore.

La formula che abbiamo ricavato ci dice che:

1. Qualunque sia il valore percentuale p , (con p numero positivo minore di 1) applicato a una certa cifra iniziale, un aumento seguito da una diminuzione nella stessa percentuale p restituisce un risultato inferiore al valore originario.

2. Inoltre, per la proprietà commutativa della moltiplicazione,

$$100 \cdot [(1 + p) \cdot (1 - p)] = 100 \cdot [(1 - p) \cdot (1 + p)] = 100 \cdot (1 - p^2)$$

In altri termini, ha importanza se sia applicato prima l'aumento e poi la diminuzione o viceversa? No: il risultato ottenuto nei due casi è lo stesso.

Sistematizzazione

- Utilizzo dell'algebra per generalizzare
- Proprietà delle operazioni
- Indipendenza cronologica del risultato ottenuto, per la proprietà commutativa

Esempio – Frazioni che aumentano e diminuiscono

Nella gara dei Giochi di Archimede del 2018 è comparso il seguente quesito.

Indicare la più grande tra queste frazioni.

(A) $\frac{2018}{2011}$ (B) $\frac{2016}{2009}$ (C) $\frac{2020}{2013}$ (D) $\frac{2019}{2012}$ (E) $\frac{2025}{2018}$

Rispondiamo al quesito con una riflessione che ci permetterà di dedurre importanti considerazioni sulle funzioni definite tramite frazioni algebriche, cioè la cui espressione analitica è una frazione che si presenta come il rapporto di due polinomi.

Costruisci e analizza una funzione

Che relazione c'è tra il numeratore e il denominatore di tutte le frazioni proposte?

Il numeratore si trova aggiungendo 7 unità al denominatore.

Esplorazione

Carta e penna

La struttura delle frazioni è $\frac{n+7}{n}$

Osserviamo che

$$2018 - 2011 = 7$$

$$2016 - 2009 = 7$$

$$2020 - 2013 = 7$$

.....

Esempio – Frazioni che aumentano e diminuiscono

Esplorazione

Foglio elettronico - Grafico

FIGURA 1

	A	B
1	x	f
2	1	8
3	2	4.5
4	3	3.33
5	4	2.75

Ragiona sulla tabella

Apri il foglio di calcolo di GeoGebra.

Inserisci nella prima colonna alcuni valori di x , a partire dalla cella A2 (Fig. 1): considera per ora i numeri natu

Qual è la formula da inserire per calcolare il corrispondente valore della funzione? $= (A2+7)/A2$

Copia la formula in tutte le celle sottostanti, in modo da calcolare automaticamente tutti i valori della funzione che ci servono.

Che cosa succede alla funzione se assegni a x valori naturali sempre più grandi? Perché? La funzione assume valori via via minori e sempre più vicini a 1, perché il secondo termine diminuisce sempre di più.

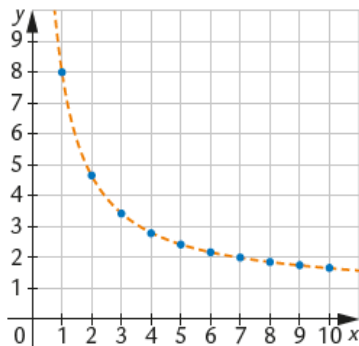
Possiamo arrivare a conclusioni simili anche per via grafica.

Crea una lista di punti, con lo strumento , che abbiano come coordinate i valori di x e i corrispondenti valori di f : dovresti ottenere qualcosa di simile alla Fig. 2.

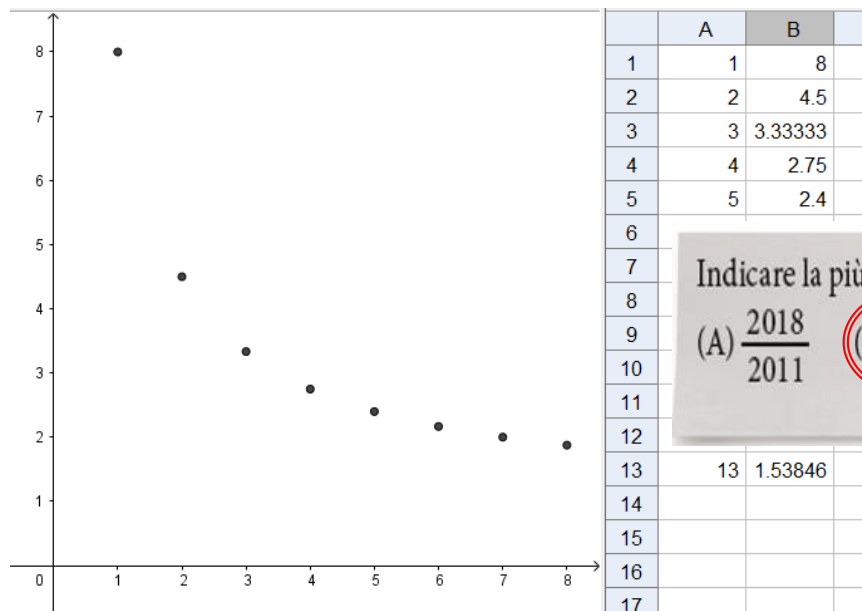
I punti stanno tutti su una curva che si chiama iperbole e che puoi visualizzare disegnando il grafico della funzione.

Dall'analisi fatta, puoi ora rispondere al quesito iniziale. Qual è la risposta corretta? $\frac{2016}{2009}$

FIGURA 2



Esempio – Frazioni che aumentano e diminuiscono



Indicare la più grande tra queste frazioni.

(A) $\frac{2018}{2011}$ (B) $\frac{2016}{2009}$ (C) $\frac{2020}{2013}$ (D) $\frac{2019}{2012}$ (E) $\frac{2025}{2018}$

Sistematizzazione

Se la struttura delle frazioni è $\frac{n+7}{n}$

allora $\frac{n+7}{n} = \frac{n}{n} + \frac{7}{n} = 1 + \frac{7}{n}$

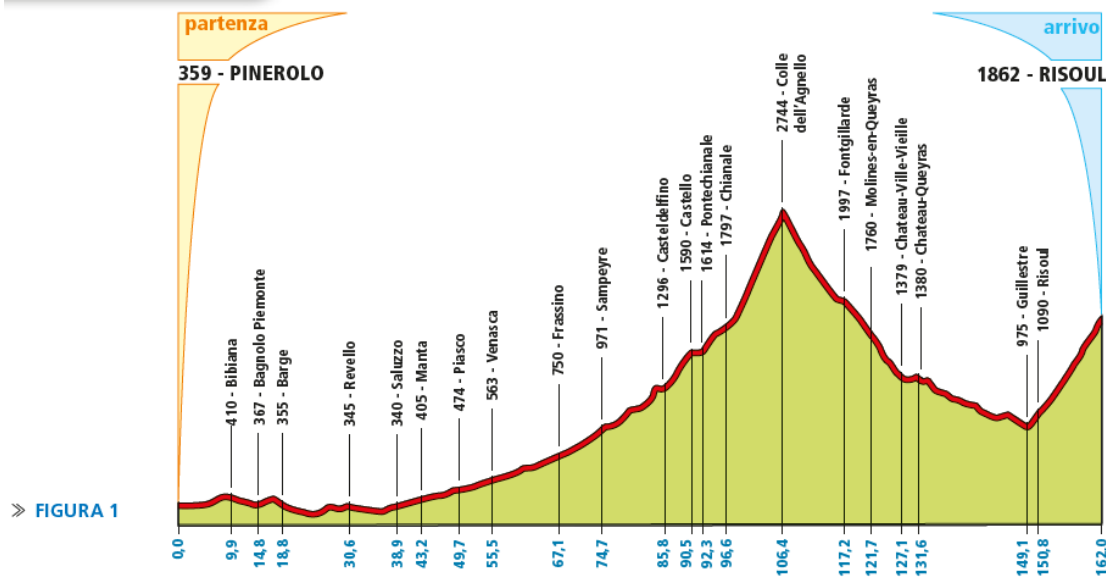
Esempio – Una tappa del giro d'Italia

Per le lezioni:

- 1 Introduzione alle funzioni
- 4 Proporzionalità diretta
- 5 Funzioni lineari

► Osserva la figura

La Fig. 1 riporta il percorso, con relativa altimetria, di una tappa del Giro d'Italia 2016, con partenza da Pinerolo (TO) e arrivo a Risoul, in Francia.



Esempio – Una tappa del giro d'Italia

Esplorazione

Foglio elettronico - Grafico



A	B	C	D	E	F
49700	55500	5800			
55500	67100	11600			
67100	74700	7600			
74700	85800	11100			
474	563	89		5799.31711	1.53466
563	750	187		11598.49262	1.61228
750	971	221		7596.7861	2.90912
971	1296	325		11095.2411	2.92918



Esempio – Una tappa del giro d'Italia

► Ragiona geometricamente

Considera il tratto percorso tra le località di Venasca e Frassino.

Che distanza è stata percorsa?

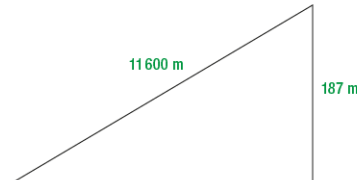
$$67,1 \text{ km} - 55,5 \text{ km} = 11,6 \text{ km}$$

Quale dislivello è stato superato?

$$750 \text{ m} - 563 \text{ m} = 187 \text{ m}$$



Considera il triangolo rettangolo rappresentato in figura: un lato rappresenta la distanza percorsa, un lato il dislivello superato e il terzo lato la distanza orizzontale. Riporta in modo opportuno sulla figura le due misure (in metri) che hai appena calcolato.



Avendo a disposizione la distanza x percorsa in orizzontale e il dislivello y superato in verticale, è possibile calcolare la pendenza media del percorso, come se la strada avesse un andamento rettilineo, mediante il rapporto $\frac{y}{x} = \frac{187 \text{ m}}{11598 \text{ m}} = 0,016$. Normalmente la pendenza di una strada viene espressa in percentuale: esprimi in questa forma il risultato trovato. $0,016 = 1,6\%$

Sistematizzazione

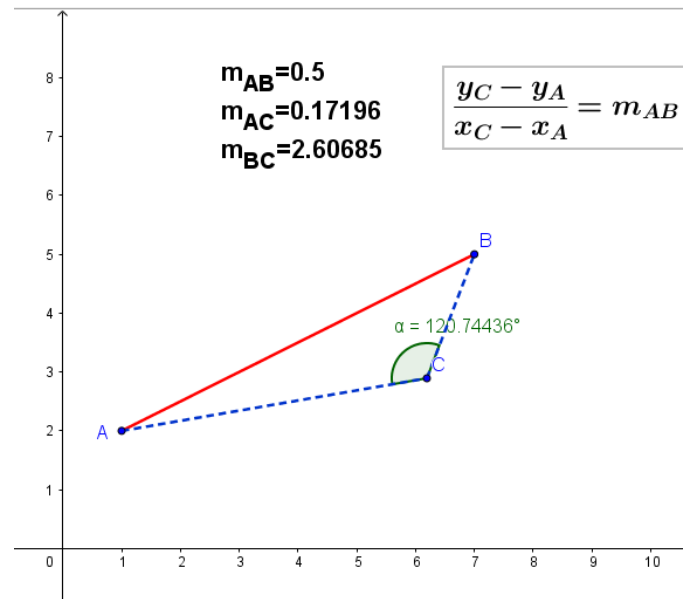
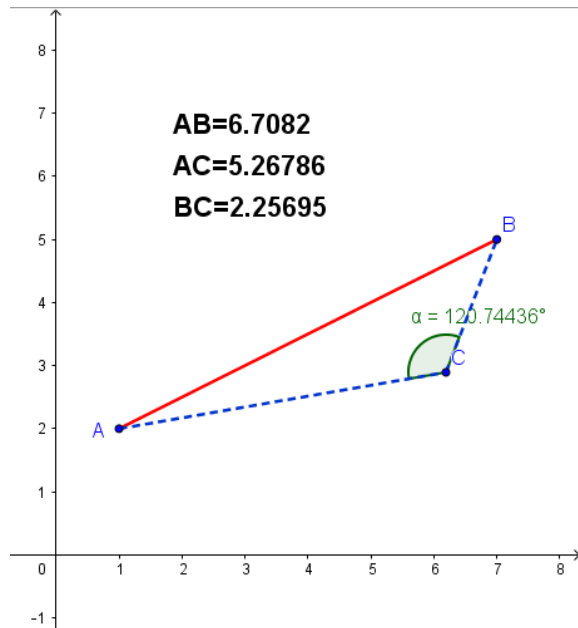
Mettere a fuoco il concetto di pendenza come rapporto

Il concetto di pendenza e l'allineamento di tre punti

Sintetico

Analitico

Verificare l'allineamento di tre punti: due punti di vista



Esempio – Non sempre è come sembra

Per le lezioni:

1 Le basi della geometria euclidea



▲ FIGURA 1

Se qualcuno ti chiedesse quale dei due bicchieri in Fig. 1 contiene più birra, non avresti dubbi: il bicchiere di sinistra. Ti basta un'occhiata per fare una valutazione: i bicchieri sono uguali, sono appoggiati sullo stesso piano e il livello di liquido nel primo bicchiere supera il livello del secondo. A volte però bisogna esaminare più a fondo gli oggetti e non farsi ingannare dalle apparenze. Ne è un esempio il cosiddetto *paradosso di Curry* che ti invitiamo a esplorare: si tratta di comporre due figure con gli stessi poligoni e confrontarne le superfici.

Osserva la Fig. 2a; è stata scomposta in

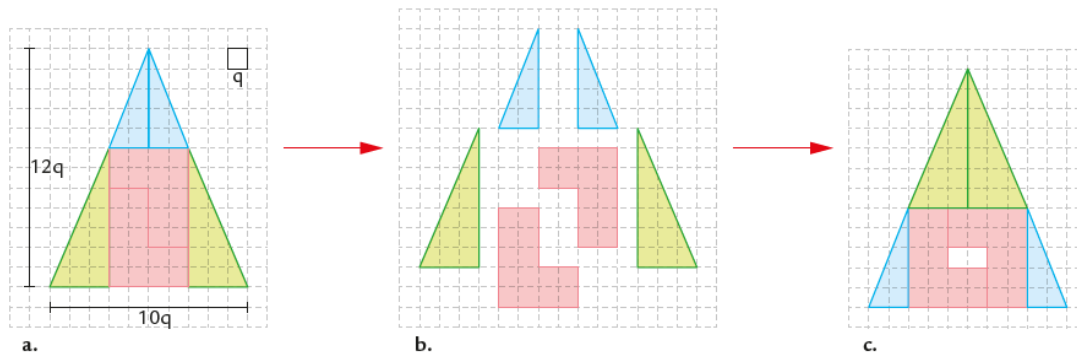
- due triangoli rettangoli (verdi) con i cateti di 3 e di 7 quadretti
- due triangoli rettangoli (azzurri) con i cateti di 2 e di 5 quadretti
- due poligoni (rosa) a forma di L

Che tipo di poligono è rappresentato in Fig. 2a?

Lo studente probabilmente risponderà: "Un triangolo".

Se il lato del quadretto misura q , quanto misurano la base e l'altezza? $10q$ e $12q$

Quanto misura l'area? $60q^2$

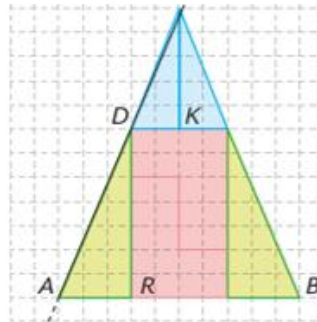


Esempio – Non sempre è come sembra

Una valutazione numerica conferma quanto osservato graficamente. Osserviamo i segmenti AD e DC nella Fig. 3: immaginando di *salire* da A a D ci si può muovere in orizzontale di un segmento AR di 3 quadretti e di lì in verticale di un segmento DR di 7 quadretti, *salendo* da D a C lo spostamento orizzontale è di 2 quadretti (DK) e lo spostamento in verticale è di 5 quadretti (CK). I rapporti fra lo spostamento in verticale e lo spostamento in orizzontale forniscono la **pendenza**, o rapidità di salita, e vediamo che la pendenza è diversa nei due casi: il rapporto $\frac{DR}{AR} = \frac{7}{3}$ è **minore** del rapporto $\frac{CK}{DK} = \frac{5}{2}$.

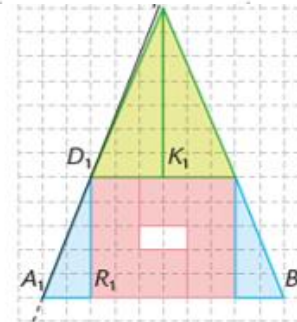
Puoi ripetere osservazioni analoghe sulla Fig. 4, confrontando le pendenze $\frac{D_1R_1}{A_1R_1}$ e $\frac{C_1K_1}{D_1K_1}$.

Collegare concetti
Pendenza e segmenti
consecutivi



⌞ FIGURA 3

b.



⌞ FIGURA 4

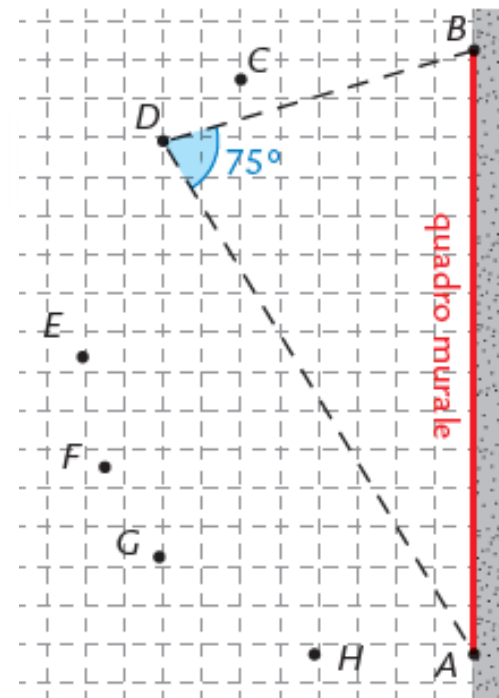
c.

Esempio – Fotografare un quadro murale



Luca vuole fotografare un quadro murale con il suo smartphone. Ha constatato che ponendosi a una certa distanza dal murale riesce a inquadrarlo tutto, a pieno schermo. Inoltre sa che il suo smartphone realizza foto con un angolo visuale massimo di 75° . Muovendosi ha verificato che ci sono molte altre posizioni da cui il murale può essere fotografato sempre

sotto un angolo di 75° . Incuriosito, ha disegnato uno schizzo delle diverse posizioni da cui ha scattato le foto (Fig. 3), ed è arrivato alla conclusione che i punti da cui ha fotografato il murale sono disposti su un arco di circonferenza. Luca ha ragione?



Esempio – Fotografare un quadro murale

Esplora geometricamente la situazione

Cerca, se esiste, una circonferenza che passi per tutti i punti segnati nella Fig. 3. Devi trovare un punto che abbia la stessa distanza da tutti i punti segnati sul disegno.

Parti da tre dei punti segnati, ad esempio A , B e C .

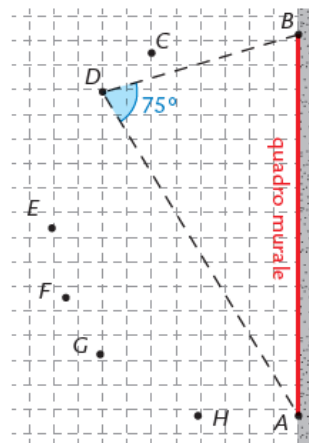
Il punto che cerchi deve stare sull'asse del segmento AB : perché?

Per lo stesso motivo, il punto deve stare sull'asse del segmento BC . Traccia i due assi e segna con O la loro intersezione; in che relazione è il punto O rispetto ai punti A , B e C ?

Con un compasso disegna la circonferenza di centro O e raggio OA : essa passa per tutti gli altri punti segnati sul disegno?

Prendi altri quattro punti sulla circonferenza e misura gli angoli dai quali questi punti vedono il quadro murale; quanto misurano questi angoli?

In base alle osservazioni risulta verificata l'ipotesi che i punti stiano su un arco di circonferenza?



▲ FIGURA 3

Cerca relazioni fra angoli

Approfondisci l'indagine con GeoGebra. Costruisci una circonferenza di centro O . Prendi due punti A e V su di essa e costruisci un angolo $\widehat{AVB}$ di 75° , con B punto della circonferenza. Traccia la corda AB . Prendi poi un punto qualsiasi P dell'arco di circonferenza $\widehat{AB}$ a cui appartiene V e costruisci l'angolo $\widehat{APB}$; quanto misura questo angolo? Muovi il punto P , mantenendolo sull'arco cui appartiene V : la misura si mantiene o cambia?

Esplorazione

Riga e compasso - GeoGebra

Esempio – Il metodo di addizione e sottrazione

Un sistema lineare in due equazioni in due incognite è determinato se esiste una coppia di numeri che soddisfa entrambe le equazioni. Come sai, per trovare tale soluzione si possono disegnare sul piano cartesiano le rette corrispondenti alle due equazioni e individuare le coordinate del loro punto di intersezione.

Considera il sistema $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases}$ e risolvi graficamente, disegnando i grafici delle rette r e s associate rispettivamente alla prima e alla seconda equazione. Quali sono le coordinate del punto di intersezione A ?

Costruisci un sistema equivalente al precedente

Moltiplica tutti i coefficienti della retta r per 3 e i coefficienti della retta s per 2. Costruisci l'equazione di una terza retta t sommando membro a membro i risultati:

$$\begin{array}{l} -3 \cdot \begin{cases} 2x - y = 4 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -6x + 3y = -12 \\ 10x + 4y = 2 \end{cases} \\ +2 \cdot \begin{cases} 2x - y = 4 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 8 \\ 10x + 4y = 2 \end{cases} \end{array}$$

$$\dots x + \dots y = \dots \quad \leftarrow \text{equazione della retta } t$$

Disegna la retta t : in che relazione è con le rette r e s ?

Si può costruire un **sistema equivalente** al precedente, cioè che ha la stessa soluzione, sostituendo a una delle due equazioni di partenza l'equazione appena ricavata: perché?

Scrivi un possibile sistema equivalente a quello di partenza.

Esplorazione
Carta e penna

Esempio – Il metodo di addizione e sottrazione

FIGURA 1

	A	B	C	D	E	F	G
1		$ax+by=c$					
2		r	s	$k \cdot r$	$h \cdot s$	$k \cdot r + h \cdot s$	
3	1° coeff	2	5				
4	2° coeff	-1	2				
5	3° coeff	4	1				
6							

Esplora con coefficienti moltiplicativi diversi

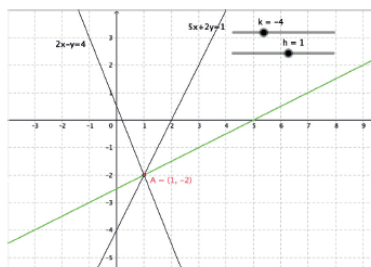
Utilizzando GeoGebra possiamo ripetere più volte l'esperimento, moltiplicando le equazioni del sistema per due numeri interi qualsiasi e disegnando la retta dell'equazione che si ricava sommandole.

- Nella vista *Grafici* inserisci due slider k e h a valori interi, variabili da -10 a $+10$. Apri il Foglio di calcolo e intestalo come in Fig. 1; riporta i coefficienti delle rette r e s nelle colonne B e C. Nella Barra di inserimento scrivi le equazioni delle rette r e s riprendendo i coefficienti inseriti: $B3 \cdot x + B4 \cdot y = B5$ e $C3 \cdot x + C4 \cdot y = C5$. Sul grafico, segna il punto di intersezione A e visualizzane le coordinate.
- Ritorna al Foglio di calcolo; compila la colonna D moltiplicando i coefficienti della prima equazione per k e la colonna E moltiplicando i coefficienti della seconda equazione per h . Nella colonna F costruisci la somma dei risultati ottenuti nelle colonne E ed F.



Attività con
GeoGebra
Sistemi equivalenti

FIGURA 2



- Nella Barra di inserimento scrivi l'equazione della retta t : $F3 \cdot x + F4 \cdot y = F5$; colora in verde la retta corrispondente. Osserva il grafico e muovi gli slider k e h per modificare i fattori moltiplicativi delle equazioni di r e s : che cosa osservi?
- Per quali valori di h e k la retta t è **orizzontale**? Qual è, in questo caso, l'equazione di t ?
- Per quali valori di h e k la retta t è **verticale**? Qual è, in questo caso, l'equazione di t ?

Scrivi il sistema composto dalle equazioni delle rette, orizzontale e verticale, del fascio e osserva come tale sistema evidenzia la soluzione del sistema.

Hai risolto il sistema di partenza con il **metodo di addizione e sottrazione**; ne approfondirai l'uso in questa Unità, insieme allo studio di altri metodi di risoluzione.

Esplorazione
GeoGebra

Esempio – Eventi indipendenti

Ti proponiamo un'attività da svolgere in coppia, con un compagno o una compagna, per simulare un doppio lancio di dadi, utilizzando un dado a sei facce e un dado tetraedrico. Quest'ultimo ha le facce contraddistinte come in fotografia: quando si arresta, dopo essere stato lanciato, il numero che esce è determinato dalla faccia che appoggia sul tavolo (nella foto è uscito il numero 4)



Considera il seguente esperimento casuale:

- si lancia un dado regolare a sei facce, numerate da 1 a 6;
- se esce 6, si lancia una seconda volta lo stesso dado;
- se non esce 6, si lancia un dado tetraedrico, con le facce numerate da 1 a 4.

Vogliamo valutare la probabilità che, al secondo lancio, esca il numero 4.

È intuitivo che l'esito del secondo lancio **dipenda** dall'esito del primo lancio: la probabilità che, al secondo lancio, si ottenga il numero 4 è infatti diversa a seconda che si usi il dado a 6 facce o quello a 4 facce.

Utilizziamo il foglio di calcolo per effettuare una stima della probabilità, in base alla definizione frequentista di probabilità, calcolando la frequenza dell'evento «esce il numero 4».

Esempio

Eventi indipendenti

Simula il lancio

- a. Apri il foglio di calcolo di GeoGebra e intesta le prime quattro colonne come indicato in Fig. 3.

	A	B	C	D
1	1° lancio	2° lancio	è uscito 4?	conta quante volte è uscito 4
2	4	1	0	227
3	1	4	1	
4	1	2	0	
5	5	3	0	

FIGURA 3

- b. Nella cella A2 inserisci la formula per simulare il lancio del primo dado a sei facce: = *CasualeTra* (1, 6).
- c. Nella cella B2 inserisci la formula per simulare il secondo lancio: = *Se* ($A2 \stackrel{?}{=} 6$, *CasualeTra* (1, 6), *CasualeTra* (1, 4)). (Il simbolo $\stackrel{?}{=}$ si ottiene digitando == nella barra di inserimento).
- d. Nella cella C2 inserisci un comando che faccia scrivere 0 se non è uscito 4 al secondo lancio e 1 se invece è uscito: = *Se* ($B2 \stackrel{?}{=} 4$, 1, 0).
- e. Per effettuare 1000 simulazioni dell'esperimento casuale, copia e incolla le tre formule nelle righe sottostanti, fino alla riga 1001. Per far apparire nel foglio di calcolo tutte le righe desiderate, digita A1001 nella barra di inserimento e poi premi *Invio*.
- f. Nella cella D2 conta quante volte è uscito il numero 4, eseguendo la somma della colonna C:
= *Somma* (C2:C1001).

Valuta la probabilità

Le 1000 simulazioni possono essere ripetute con il comando *Ricalcola tutti gli oggetti*, presente nel menù *Visualizza*.

Uno di voi due ricalcola per 50 volte le simulazioni e ogni volta comunica il numero di volte in cui è uscito il numero 4: questo numero sta scritto nella cella D2.

L'altro annota questi valori in un nuovo foglio di calcolo di GeoGebra, nella colonna A, uno sotto all'altro: alla fine può inserire nella cella B2 la formula per il calcolo della media dei 50 valori, che assumiamo come stima della probabilità che esca il numero 4 al secondo lancio. Quale valore avete trovato?

Esempio

Eventi indipendenti

Calcola la probabilità

Analizzate ora la situazione da un punto di vista teorico. L'esperimento può seguire due strade possibili, a seconda che al primo lancio sia uscito il numero 6 oppure no. Si può schematizzare l'esperimento con il diagramma ad albero in Fig. 4, dove è indicato con S l'evento «al primo lancio è uscito 6» e con Q l'evento «al secondo lancio è uscito 4».

Completa il diagramma seguente, inserendo le probabilità sui vari rami.

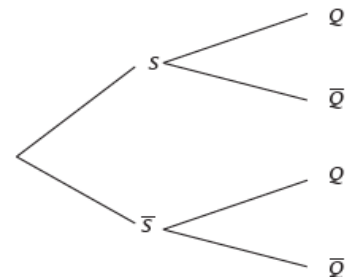


FIGURA 4

Come vedremo nel corso dell'Unità, la probabilità che si verifichi un evento che si trova alla fine di un ramo è data dal prodotto delle probabilità dei tratti che lo compongono.

Calcola la probabilità che si verifichino l'evento S e l'evento Q :

$$p_1 = \dots = \dots = \dots$$

Calcola la probabilità che non si verifichi S e si verifichi Q :

$$p_2 = \dots = \dots = \dots$$

Per ottenere la probabilità che si verifichi Q , occorre sommare questi due valori, visto che si tratta di due eventi incompatibili:

$$p(Q) = \dots + \dots = \dots$$

Confronta il valore teorico ottenuto con quello stimato in precedenza.

SPAZIO ALLE DOMANDE



Scrivi le tue domande al relatore nella chat