



MMOTIVARE,
CCOINVOLGERE,
DDIVERTIRE

CON LA **MATEMATICA**

   11 MARZO 2026

VERONA ISTITUTO SALESIANO SAN ZENO



Con il patrocinio

Consiglio Nazionale delle Ricerche



MaddMaths!
MAtematica Divulgazione Didattica



DEASCUOLA



MOTIVARE,
COINVOLGERE,
DIVERTIRE

CON LA **MATEMATICA**

OLTRE I NUMERI: LA MATEMATICA COME PALESTRA DI CITTADINANZA

ROBERTO NATALINI

Consiglio Nazionale delle Ricerche. Associazione MaddMaths!

Che cos'è la matematica?

Da "Misterius" di Leo Ortolani
Comics&Science 2013

matematica

ma·te·mà·ti·ca/

sostantivo femminile

La scienza che in origine e a livello elementare si occupa di problemi relativi ai numeri (aritmetica) e alle figure (geometria); attualmente è suddivisa in diverse branche (algebra, analisi, topologia, m. applicata, ecc.), tutte caratterizzate da rigorosi metodi di formalizzazione, di calcolo e di deduzione.

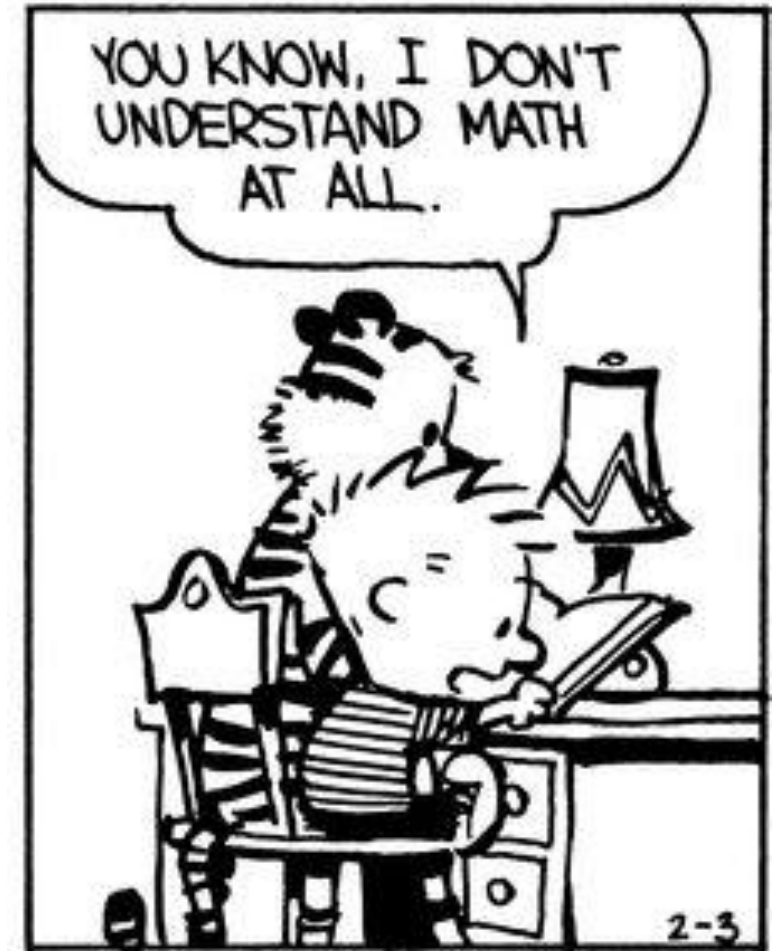


Che cos'è la matematica?

- L'insieme delle scienze che studiano in modo ipotetico-deduttivo entità astratte come i numeri e le misure (Enciclopedia Treccani)
- **La matematica è la continuazione del senso comune con altri mezzi** (Jordan Ellenberg, I numeri non sbagliano mai, 2015)
- Un modo di formulare domande e risolvere i problemi. Un punto di vista sul mondo che usa una riformulazione astratta e semplificata dei problemi e si svolge anche mediante l'utilizzo della logica e del ragionamento razionale

Però molte persone dicono di odiare o non capire la matematica...

- Perché è arida e astratta
- Perché non serve a niente
- Perché non si capisce
- Perché è meglio la poesia
- Perché è meglio la pratica



Spesso ci sono situazioni che ci fanno bloccare completamente

Nicola, terza liceo scientifico, deve risolvere la disequazione:

$$-7x^2 < 3$$

Prima scrive:

$$x^2 > -3/7$$

Quindi:

$$7x^2 + 3 > 0$$

A questo punto si ferma, e rifiuta di continuare nonostante l'incoraggiamento dell'insegnante

I.: Perché invece di ricordarti cosa devi fare, non provi a risolverla da solo?

N.: La matematica è fatta di regole ben precise che vanno seguite, non ci si può inventare nulla.

I problemi si risolvono seguendo quelle regole e io, ora, non mi ricordo come si risolvono le disequazioni.

Rosetta Zan, Difficoltà in matematica: la diagnosi di 'atteggiamento negativo' MaddMaths! 2023

**Ma la matematica è
invece fondamentale
per la nostra cultura**

La matematica dei mercanti



Leonardo Pisano detto il Fibonacci 1170-1242
@Claudia Flandoli 2020
Comics&Science

La matematica dei giochi



Lettere tra Fermat e Pascal nel 1654

TABLE
DONT IL EST FAIT MENTION DANS LA LETTRE
PRÉCÉDENTE.

Si on joue chacun 256, en

	6 Parties.	5 Parties.	4 Parties.	3 Parties.	2 Parties.	1 Partie.
1 ^{re} Partie.	63	70	80	96	128	256
2 ^e Partie.	63	70	80	96	128	
3 ^e Partie.	56	60	64	64		
4 ^e Partie.	42	40	32			
5 ^e Partie.	24	16				
6 ^e Partie.	8					

Il m'appartient sur les 256 pistoles de mon joueur, pour la

Si on joue 256, chacun, en

	6 Parties.	5 Parties.	4 Parties.	3 Parties.	2 Parties.	1 Partie.
La 1 ^{re} Partie.	63	70	80	96	128	256
2 ^{es} Parties.	126	140	160	192	256	
3 ^{es} Parties.	182	200	224	256		
4 ^{es} Parties.	224	240	256			
5 ^{es} Parties.	248	256				
6 ^{es} Parties.	256					

Il m'appartient sur les 256 de mon joueur, pour les

La matematica delle statistiche

Supermarket

KPI Overview

Month to Date | Comparisons vs Previous Month

30-Mar-2019



Total Sales

\$109,456

▲ 12.6%



Sales by Payment Method



Orders

345

▲ 13.9%



Avg Order Value

\$317.3

▼ 1.1%

Avg Basket Size

5.5

▲ 14.3%

Gross Income

\$5,212

▲ 12.6%



COGS

\$104,243

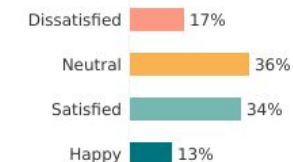
▲ 12.6%



Gross Margin

4.76%

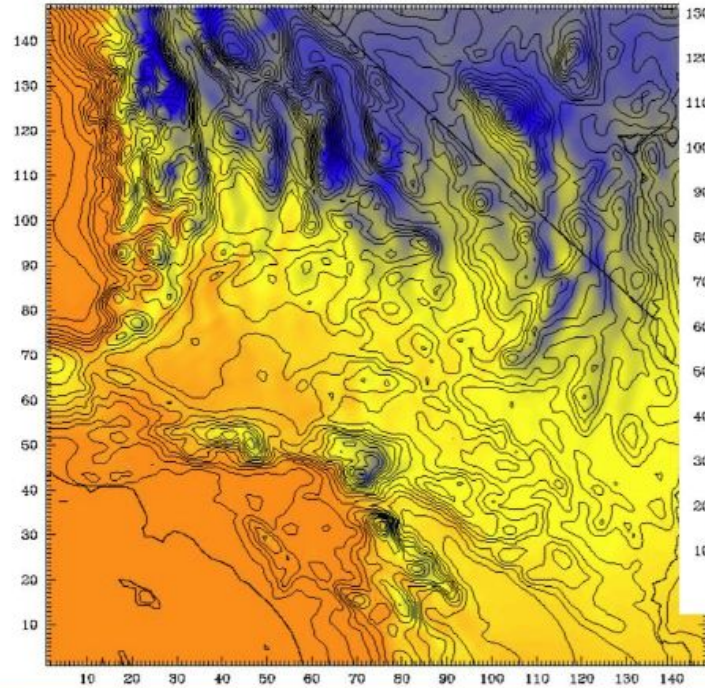
Avg Customer Rating



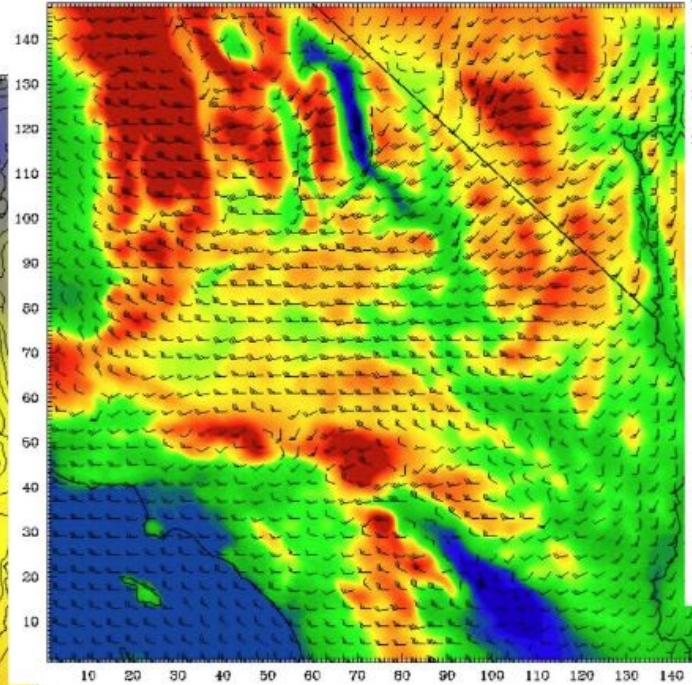
Product Line	Sales		Gross Income		COGS		Orders	
	MTD	% Change	Last 14 Days	% of Total				
Home and lifestyle	\$20,933	▲ 68.3%		19%				
Sports and travel	\$19,646	▲ 42.3%		18%				
Health and beauty	\$18,208	▲ 24.7%		17%				
Electronic accessories	\$18,143	▲ 4.5%		17%				
Food and beverages	\$16,574	▼ 17.1%		15%				
Fashion accessories	\$15,951	▼ 16.1%		15%				

La matematica delle previsioni meteo

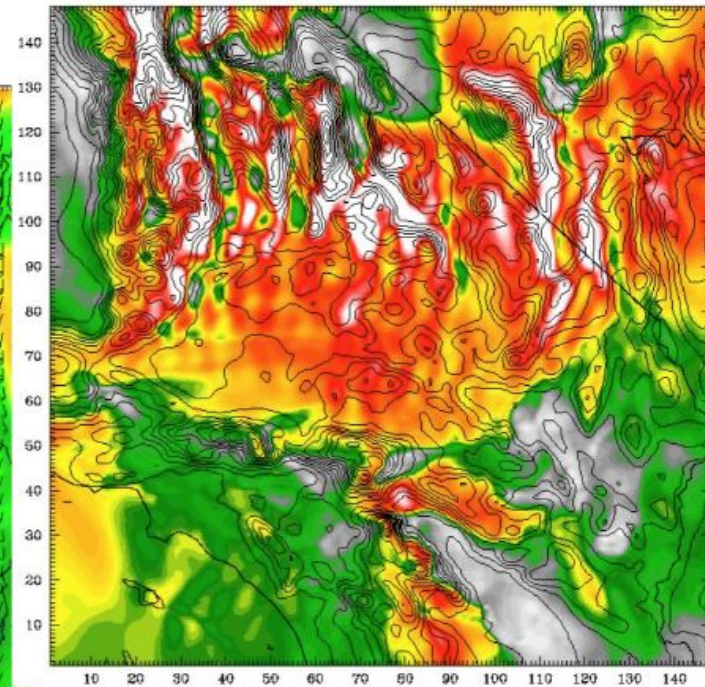
Surface Pressure



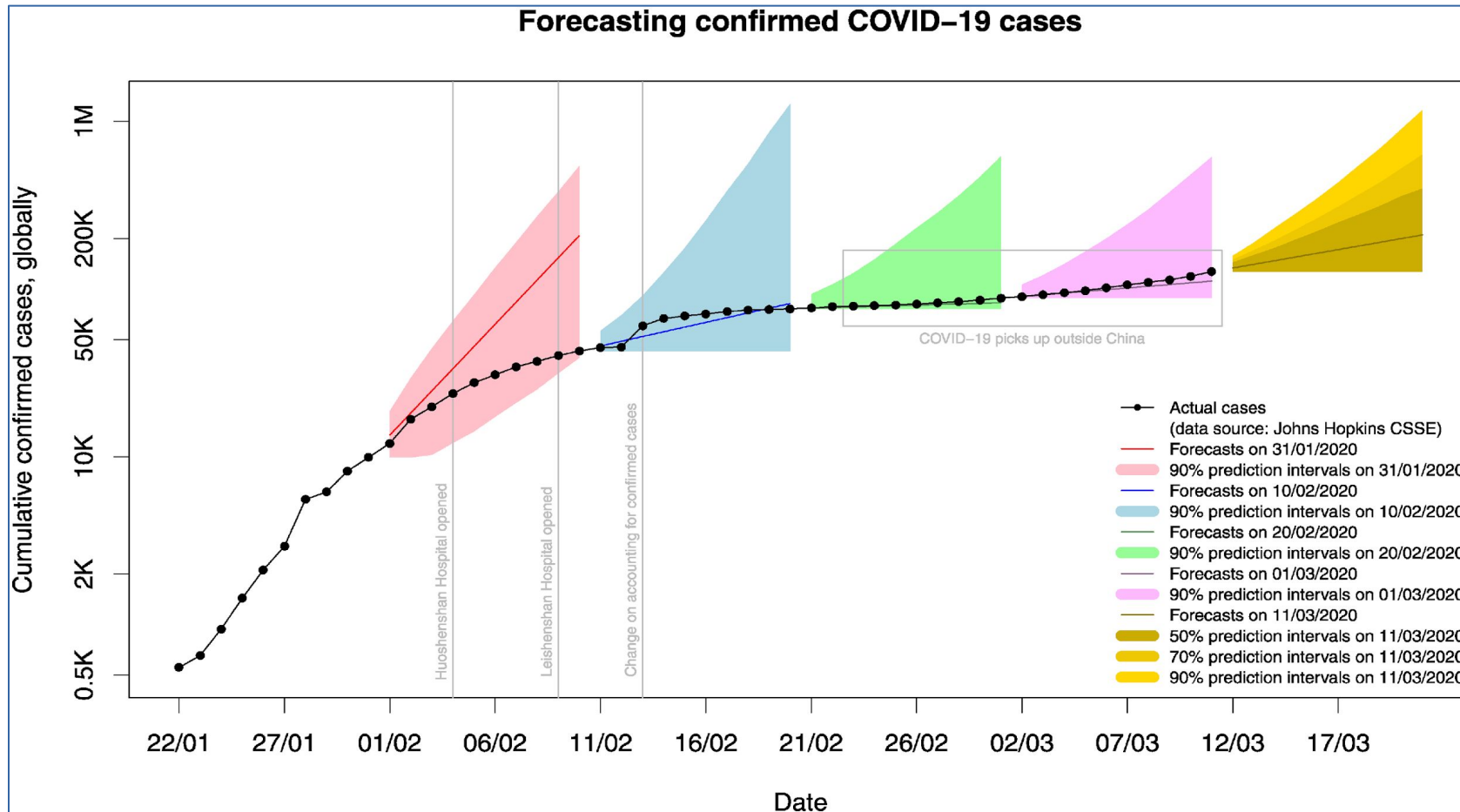
Wind Direction



Wind Speed

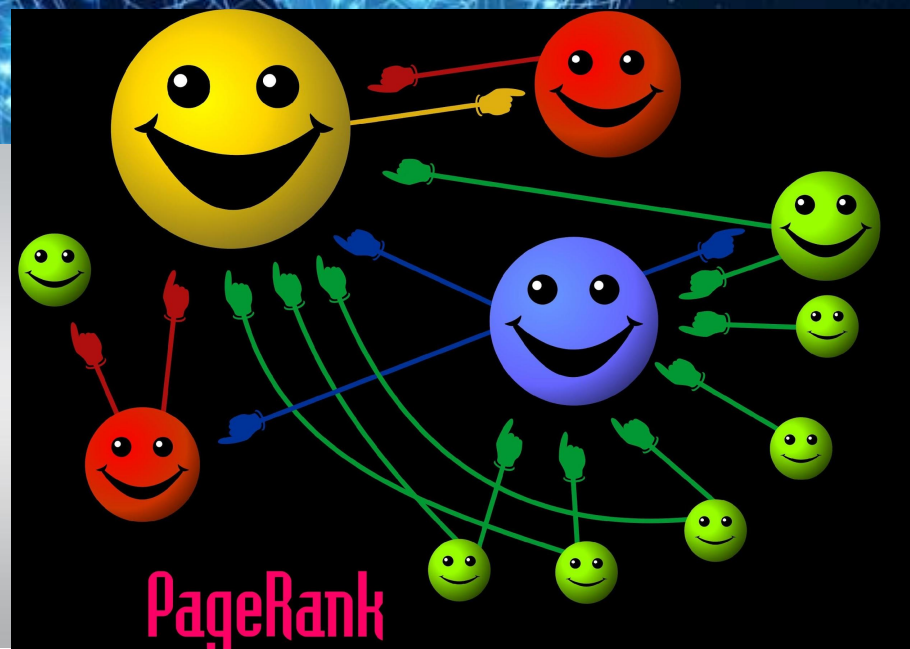


La matematica delle epidemie





W: 1285
L: 626
Z: 1.00
+0.0 cm
+0.0 cm



La matematica per il cittadino

La legge 92/2019 ha istituito «l'insegnamento trasversale dell'educazione civica» al primo e secondo ciclo di istruzione, per sviluppare negli studenti «la capacità di agire da cittadini responsabili e di partecipare pienamente e consapevolmente alla vita civica, culturale e sociale della comunità».

Nel progetto curricolare «La matematica per il cittadino» – sviluppato vent'anni fa dall'Unione Matematica Italiana e MIUR si può leggere: «L'educazione matematica deve contribuire a una formazione culturale del cittadino, in modo da consentirgli di partecipare alla vita sociale con consapevolezza e capacità critica».

Si leggeva nelle Indicazioni Nazionali per il primo ciclo 2012: «In particolare, la matematica dà strumenti per la descrizione scientifica del mondo e per affrontare problemi utili nella vita quotidiana; contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri».

Capacità fondamentali per l'educazione alla cittadinanza attiva.



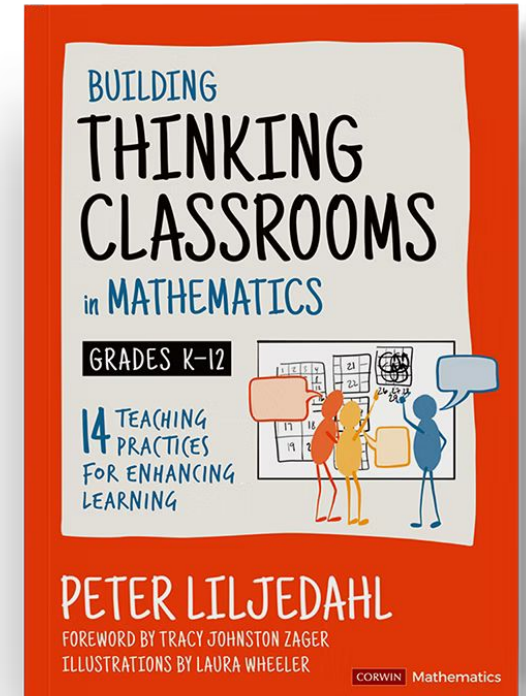
Una classe pensante

La Mathematical Thinking Classroom nasce dall'esperienza di osservazione diretta, condotta da Peter Liljedahl per più di 15 anni, delle realtà di classe nelle scuole canadesi.

Gli studenti non attivano un pensiero autonomo per più del 20% del tempo della lezione, e come l'80% degli studenti non riesce nemmeno ad attivarsi nonostante gli stimoli ricevuti (Liljedahl, 2020).

Che cos'è dunque una Mathematical Thinking Classroom?: È uno spazio popolato da individui che pensano individualmente e collettivamente, che imparano insieme e costruiscono conoscenza e comprensione attraverso attività di problem-solving e discussione matematica.

Problemi coinvolgenti, stimolanti, con contenuto matematico ricco e collaborativo per far parlare gli studenti tra loro. Formando gruppi di lavoro per rimuovere le barriere sociali, aumentare la mobilità della conoscenza e l'entusiasmo per la matematica.



Qualche direzione di lavoro

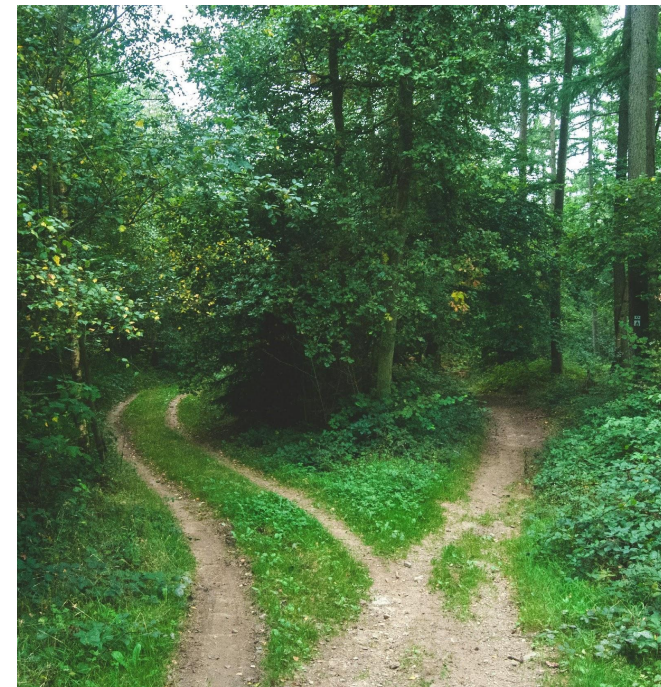
1. Capire una statistica



2. Fare una classifica



3. Giocare per decidere



1 - Capire una statistica: Biscotti al cioccolato

A casa ci sono due scatole di biscotti, una mia e una tua. Nella mia ce ne sono **17 al cioccolato e 3 al pistacchio**, mentre nella tua ce ne sono **8 al pistacchio e 12 al cioccolato**.

Ti vedo girare per casa con **un biscotto al cioccolato**. Con che probabilità sarà uno dei miei?



INFERENZA STATISTICA: come dedurre da un esperimento una nuova conoscenza

Facciamo i conti a mano

Su **40** biscotti, **20** sono miei (il 50%)

Tra i miei **20** biscotti, **17** sono al cioccolato e **3** no

Tra i tuoi **20** biscotti **8** non sono al cioccolato, mentre **12** lo sono

Ci sono quindi $12+17=29$ biscotti al cioccolato

Tra tutti i biscotti al cioccolato, solo **17** sono miei, ossia il **58,62%**

$$17/29=(17/20)*(20/40)/29/40=0,5862$$

Capire una statistica: un risultato astratto

P=probabilità iniziale (a priori) di essere un **mio biscotto**

M=probabilità per il **mio biscotto** di essere al **cioccolato**

N=probabilità per un **mio biscotto** non mio di essere al **cioccolato**

PP=probabilità finale (a posteriori) di essere un **mio biscotto** essendo al **cioccolato**

$P \times M + (1 - P) \times N =$
Probabilità totale di essere al cioccolato

Formula di Bayes

$$PP = \frac{P \times M}{P \times M + (1 - P) \times N}$$

Il teorema di Bayes

Thomas Bayes (Hertfordshire, 1702 – Royal Tunbridge Wells, 17 aprile 1761) matematico e ministro presbiteriano britannico. Deve la sua fama ai suoi studi nel campo della matematica e della filosofia; è noto soprattutto per il teorema che porta il suo nome (Teorema di Bayes) pubblicato postumo nel 1763 che poi è la nostra **Formula!**

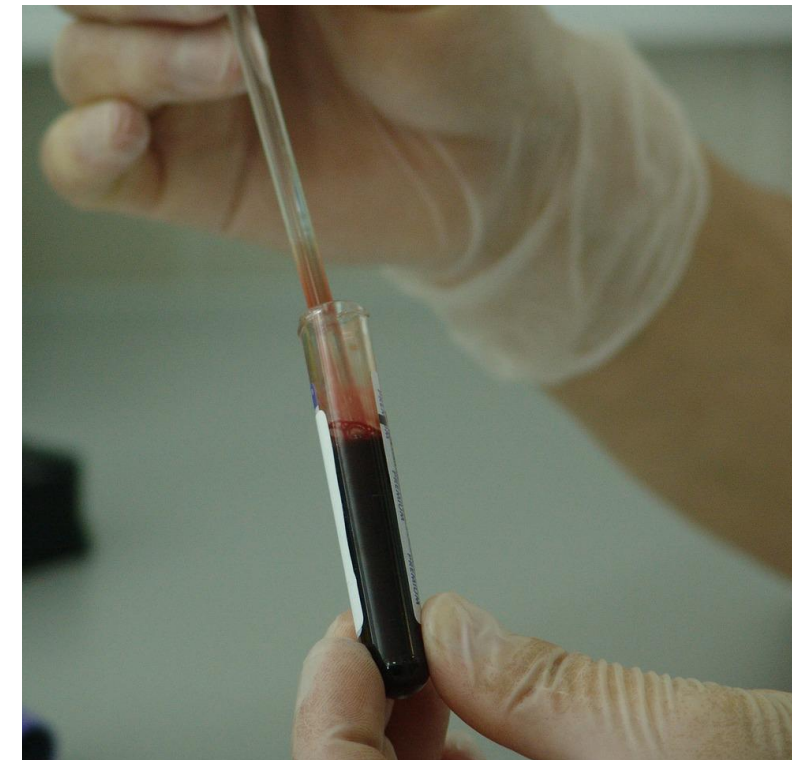


Un test diagnostico

Supponiamo che ci sia una malattia che colpisce il **2%** della popolazione.

Per sapere se una persona è malata o meno si può fare un test rapido che ha una limitata precisione. Se la persona è malata il test risulta positivo l'**80%** delle volte e negativo nelle altre. Se è sana, risulta correttamente negativo il **70%** delle volte, ma positivo per il restante 30%.

Se una persona si sottopone a un test e risulta **positiva**, qual è la probabilità che sia veramente malata?



Traduciamo il nostro problema nella formula di Bayes

P=probabilità iniziale (a priori) di essere **malato**= 2%

M=probabilità per una persona malata di essere **positiva** al test=80%

N=probabilità per un persona sana di essere **positiva** al test=30%

PP=probabilità finale (a posteriori) di essere **malato** essendo **positivo ???**

Formula di Bayes

$P \times M + (1 - P) \times N =$
Probabilità totale di essere positivo=**31%**

$$PP = \frac{P \times M}{P \times M + (1 - P) \times N} = 5,16\%$$

Applicazioni della formula di Bayes

- Statistica
- Intelligenza artificiale
- Genetica
- Test medici
- Indagini poliziesche

Filtri SPAM

P=probabilità messaggio sia spam

M=probabilità che certe parole siano in mail spam

N=probabilità che certe parole siano in mail non spam

PP=probabilità che una mail con certe parole sia spam

$$PP = \frac{P \times M}{P \times M + (1 - P) \times N}$$

2 – Fare una classifica: un torneo di tennis a 6

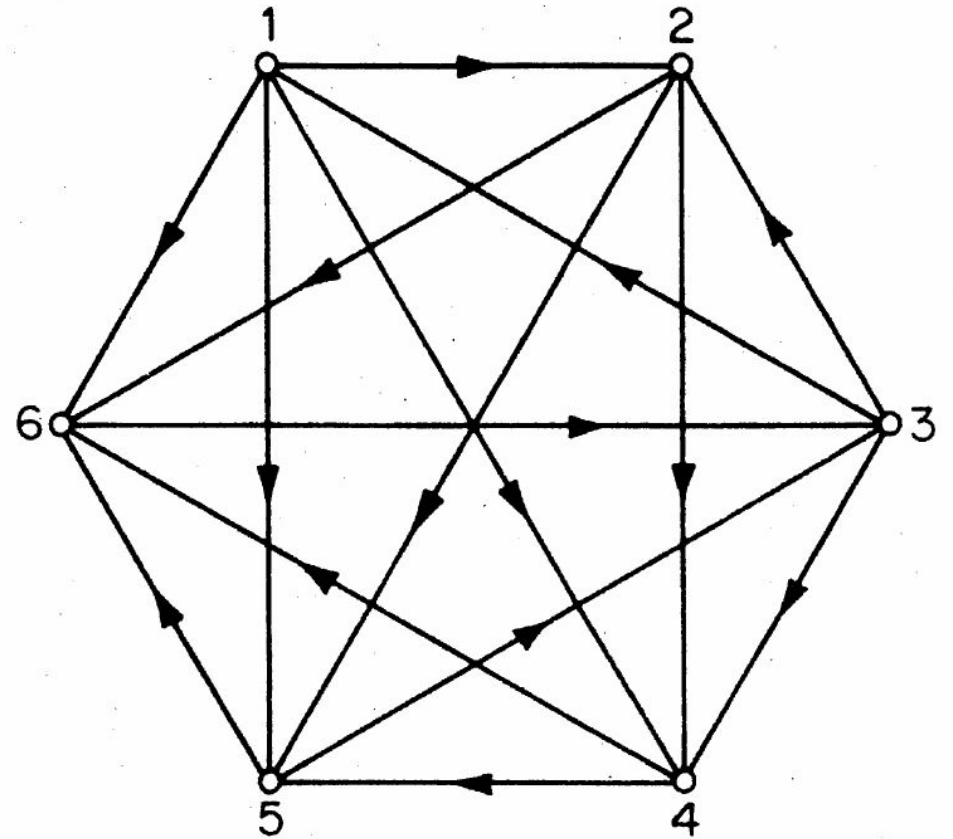


	1	2	3	4	5	6
1		V	P	V	V	V
2	P		P	V	V	V
3	V	V		V	P	P
4	P	P	P		V	V
5	P	P	V	P		V
6	P	P	V	P	P	

Classifiche: un torneo di tennis a 6

Il primo passo sarebbe di fare una classifica con i punteggi, 1 per ogni partita vinta, 0 per una persa. Si costruisce quindi un punteggio iniziale, per esempio:

$$p_1 = (4, 3, 3, 2, 2, 1)$$

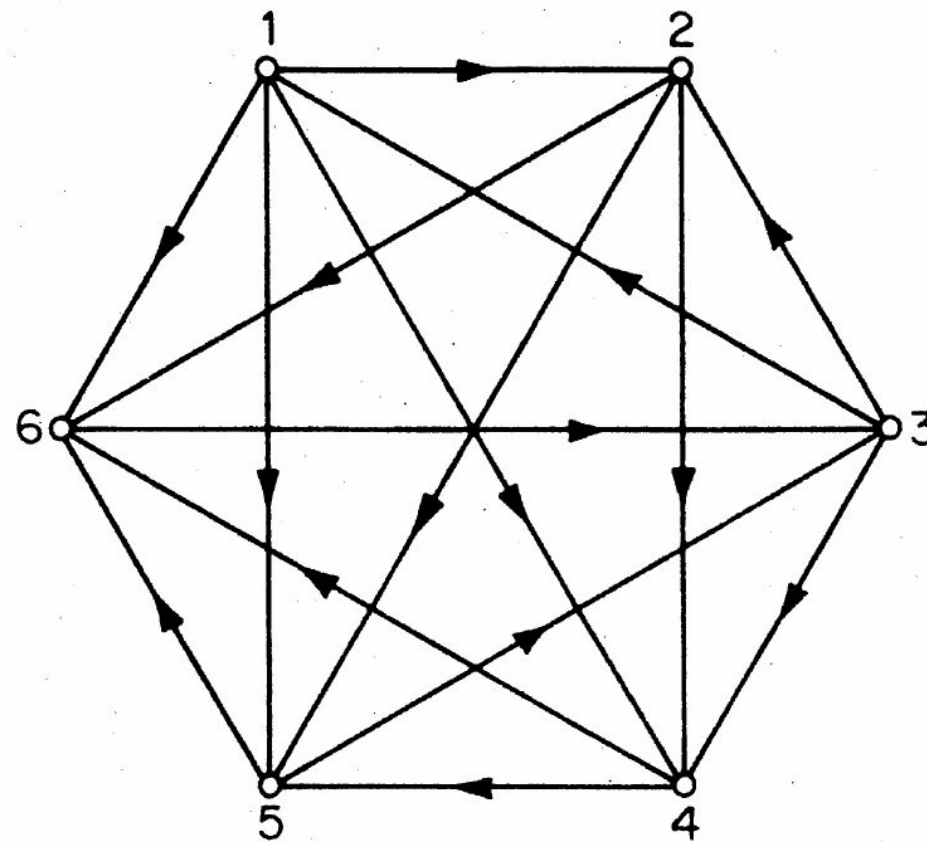


Classifiche: un torneo di tennis a 6

Però qui le giocatrici 2 e 3 avrebbero lo stesso punteggio, anche se 3 ha battuto sia 1 che 2, mentre 2 ha battuto giocatrici meno forti. Vogliamo fare di meglio. Secondo giro, si aggiunge a ogni giocatrice il punteggio di quelle che ha battuto.

Si avrebbe

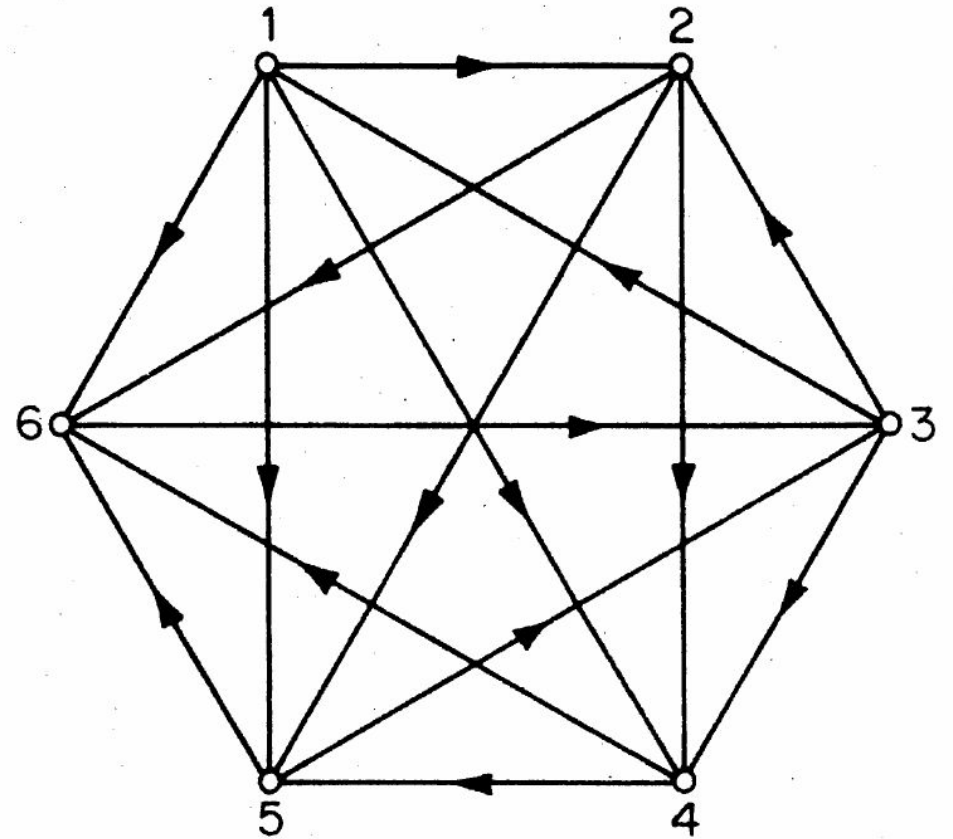
$$p_2 = (8, 5, 9, 3, 4, 3)$$



Classifiche: un torneo di tennis a 6

possiamo continuare con la stessa procedura, la giocatrice i -esima si prende i punti di coloro che ha battuto.

Per esempio otteniamo che $p_6 = (183, 121, 193, 80, 119, 87)$

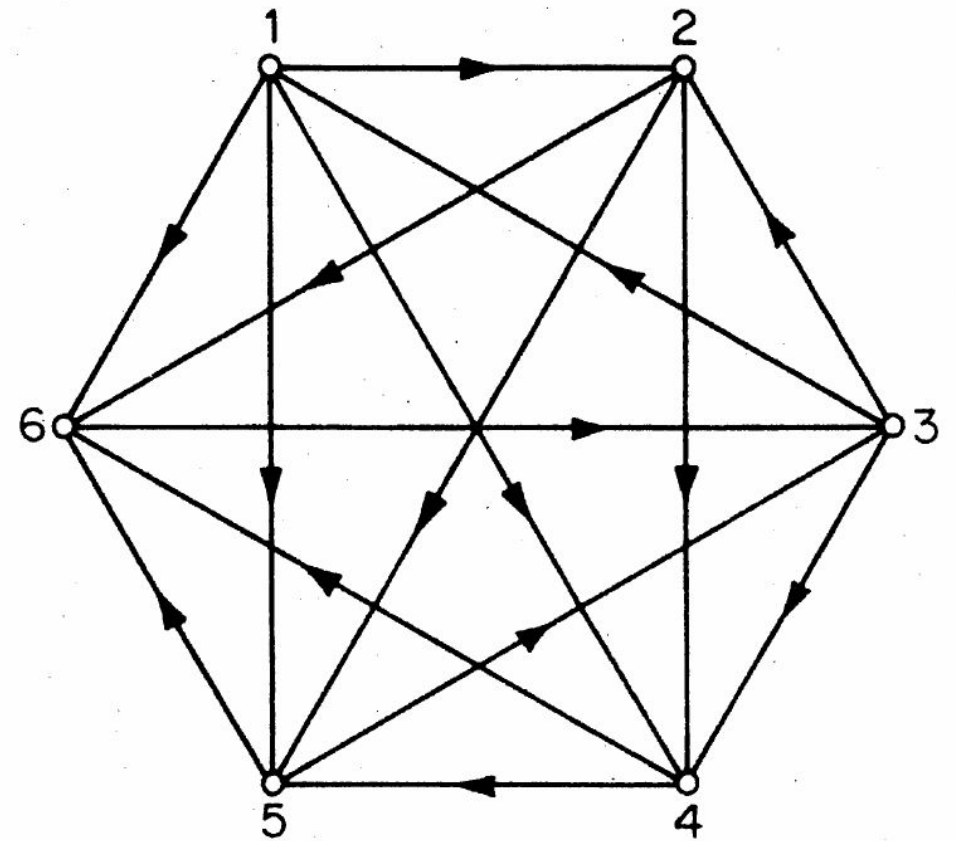


Classifiche: un torneo di tennis a 6

Usando il [Teorema di Perron-Frobenius](#) del 1912 si trova che questa procedura dà una classifica stabile con punteggi che espressi come percentuali diventano una misura della forza delle singole giocatrici:

$P=(23.8, 16.4, 23.1, 11.3, 15, 20.4)$

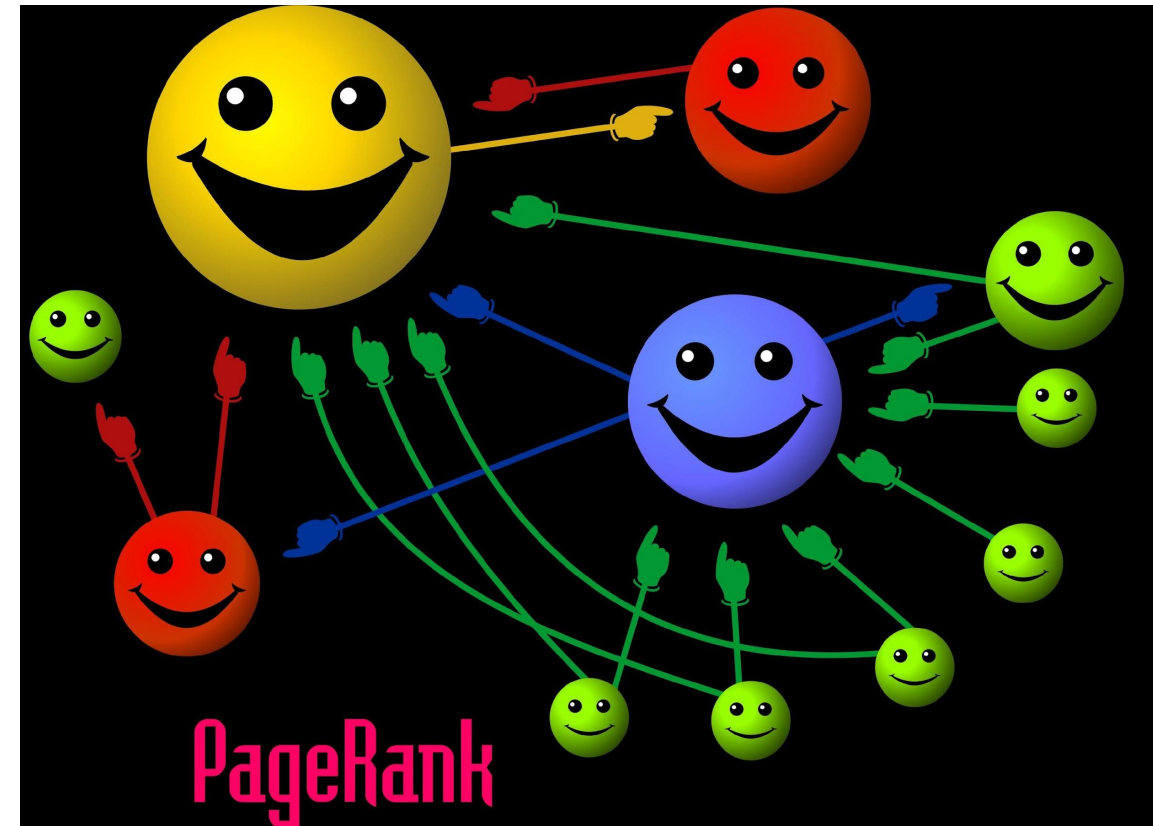
Metodo proposto nel 1895 da Edmund Landau



Classifiche: un torneo molto più generale!

Proprio usando il Teorema di Perron-Frobenius del 1912, nel 1997 due ragazzi americani, Page e Brin hanno creato un motore di ricerca basato su questo algoritmo, chiamandolo PageRank

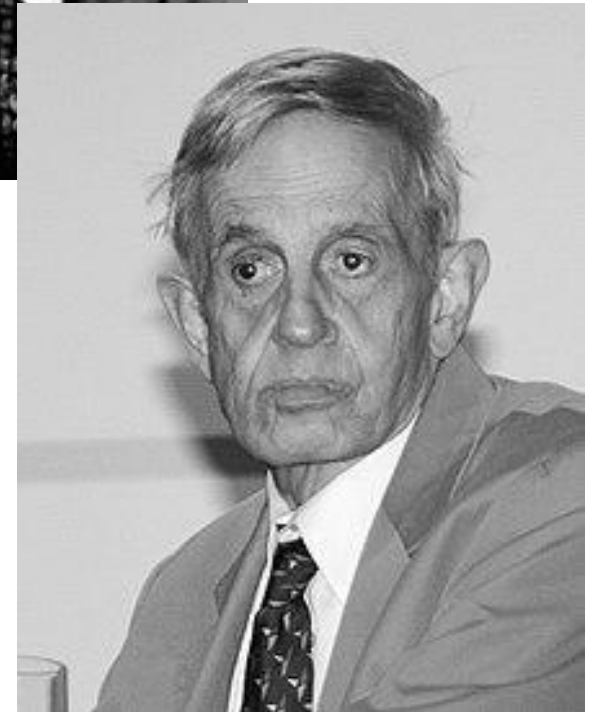
Algoritmo di base di GOOGLE!



3- Giocare per decidere

La teoria dei giochi è una teoria matematica per analizzare i conflitti

- 1944 von Neumann & Morgenstern: giochi a somma nulla
- 1950 RAND Corporation: Strategie per la guerra nucleare
- 1950 John Nash: giochi non cooperativi, equilibri di Nash
- 11 premi Nobel per l'economia



Ci mettiamo d'accordo? (gioco del pollo)

Uno milionario vuole donare a due gruppi di persone **40mila€** ciascuno a condizione di ricevere dai due gruppi in totale un gettone di **30mila€**.
I due gruppi decidono cosa fare separatamente.

Soluzione naturale: ogni gruppo mette **15mila€** e ne riceve **40mila€**, quindi ognuno guadagna **25mila€**.



Ci mettiamo d'accordo? (gioco del pollo)

Uno milionario vuole donare a due gruppi di persone 40mila€ ciascuno se riceve dai due gruppi insieme un gettone di 30mila€. I due gruppi decidono cosa fare separatamente.

Soluzione naturale: ogni gruppo mette 15mila€ e ne riceve 40mila€, quindi ognuno guadagna 25mila€

Se il gruppo A non paga, e il gruppo B mette 30mila€, il gruppo A guadagna 40mila€ e viceversa. Se nessuno paga ricevono 0€

	Gruppo B Paga	Gruppo B Non paga
Gruppo A Paga	(25,25)	(10,40)
Gruppo A Non paga	(40,10)	(0,0)

Equilibrio di Nash (25,25)

Equilibrio di Nash (10,40)

Un equilibrio di Nash è una situazione in cui nessun giocatore può muoversi in modo unilaterale senza peggiorare la sua situazione



Ci mettiamo d'accordo? (gioco del pollo)

Uno milionario vuole donare a due gruppi di persone **40mila€** ciascuno se riceve dai due gruppi insieme un gettone di **30mila€**. I due gruppi decidono cosa fare separatamente. Se si gioca tante volte allora la strategia ottimale che fa guadagnare di più consiste nel pagare in modo casuale solo il **40%** delle volte (**strategia mista**). **Ancora equilibrio di Nash**

	Gruppo B paga 40%	Gruppo B Non paga 60%
Gruppo A paga 40%	(25,25)	(10,40)
Gruppo A Non paga 60%	(40,10)	(0,0)

Crisi dei missili di Cuba 1962



		USSR	
		cede	non cede
USA	cede	(3,3)	(2,4)
	non cede	(4,2)	(1,1)

Si gioca una volta sola

Fidarsi o no? (Dilemma)

Ora il milionario decide che se un gruppo gli paga una quota di **5mila€** l'altro gruppo ne riceve **15mila€**

Soluzione ottimale: ogni gruppo paga **5mila€**, e riceve **15mila€**, e guadagna quindi **10mila€**.

Ma se l'altro non paga perde i suoi **5mila€**

	Gruppo B paga	Gruppo B Non paga
Gruppo A paga	(10,10)	(-5,15)
Gruppo A Non paga	(15,-5)	(0,0)

Fidarsi o no? (Dilemma)

Ora il milionario decide che se un gruppo gli paga una quota di **5mila€** l'altro gruppo ne riceve **15mila€**

Soluzione ottimale: ogni gruppo paga **5mila€**, e riceve **15mila€**, e guadagna quindi **10mila€**.

	Gruppo B paga	Gruppo B Non paga
Gruppo A paga	(10,10)	(-5,15)
Gruppo A Non paga	(15,-5)	(0,0)

Soluzione migliore

Equilibrio di Nash

La tragedia del bene comune

Ci sono 6 gruppi che hanno **10mila €**. Possono investire tutto o parte della loro fortuna in un FONDO COMUNE.

Lo STATO divide poi tra tutti i gruppi **il triplo** del FONDO COMUNE

Soluzione ottimale:
ogni gruppo dà **10mila€** e riceve
30mila€

La tragedia del bene comune

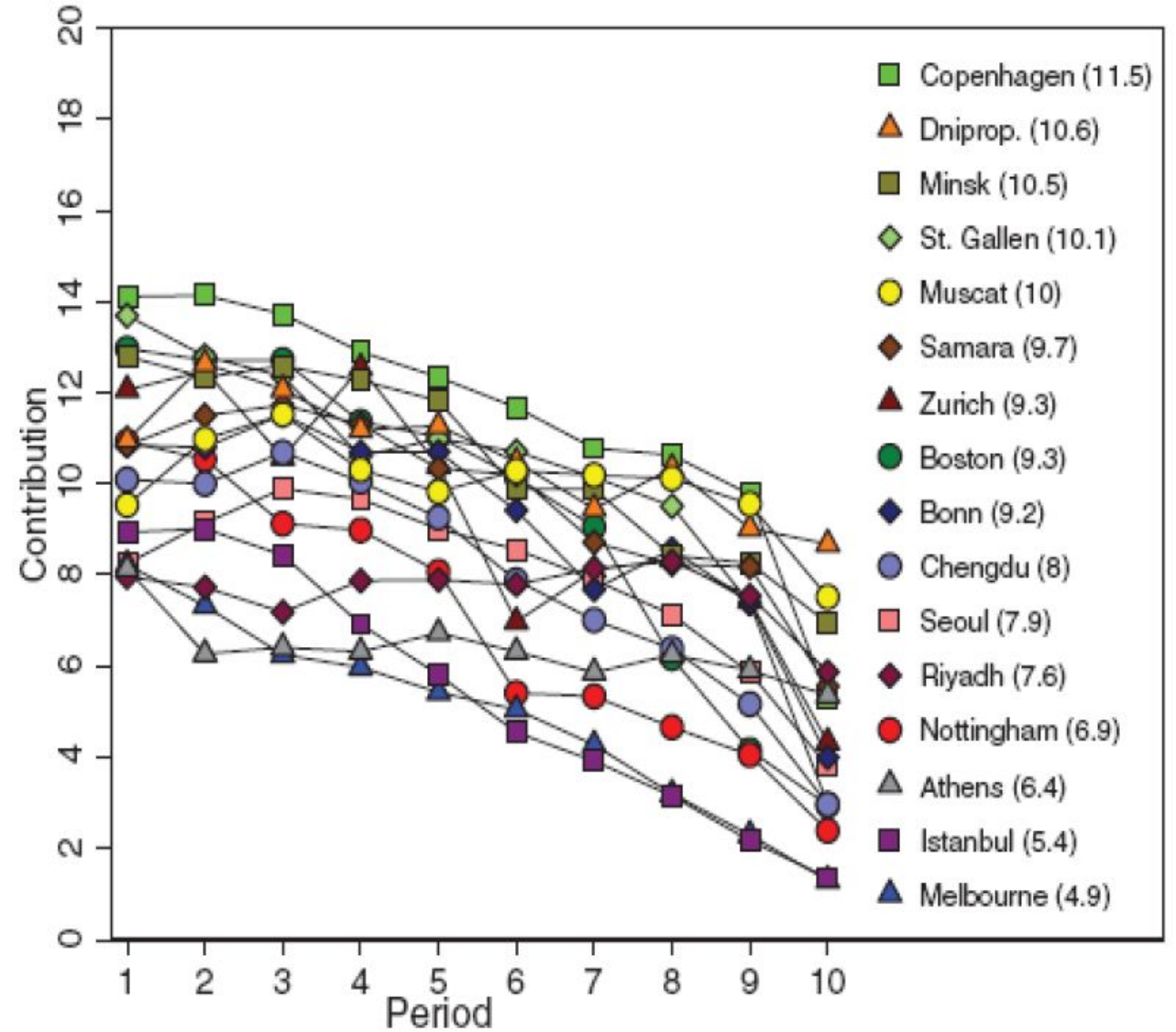
Ma, se solo 5 gruppi mettono 10mila€ e il gruppo **G6** non mette nulla, tutti ricevono 25mila€.

Ma **G6** avrà $25 + 10 = 35\text{mila€}$

È molto forte la
tentazione
di non contribuire



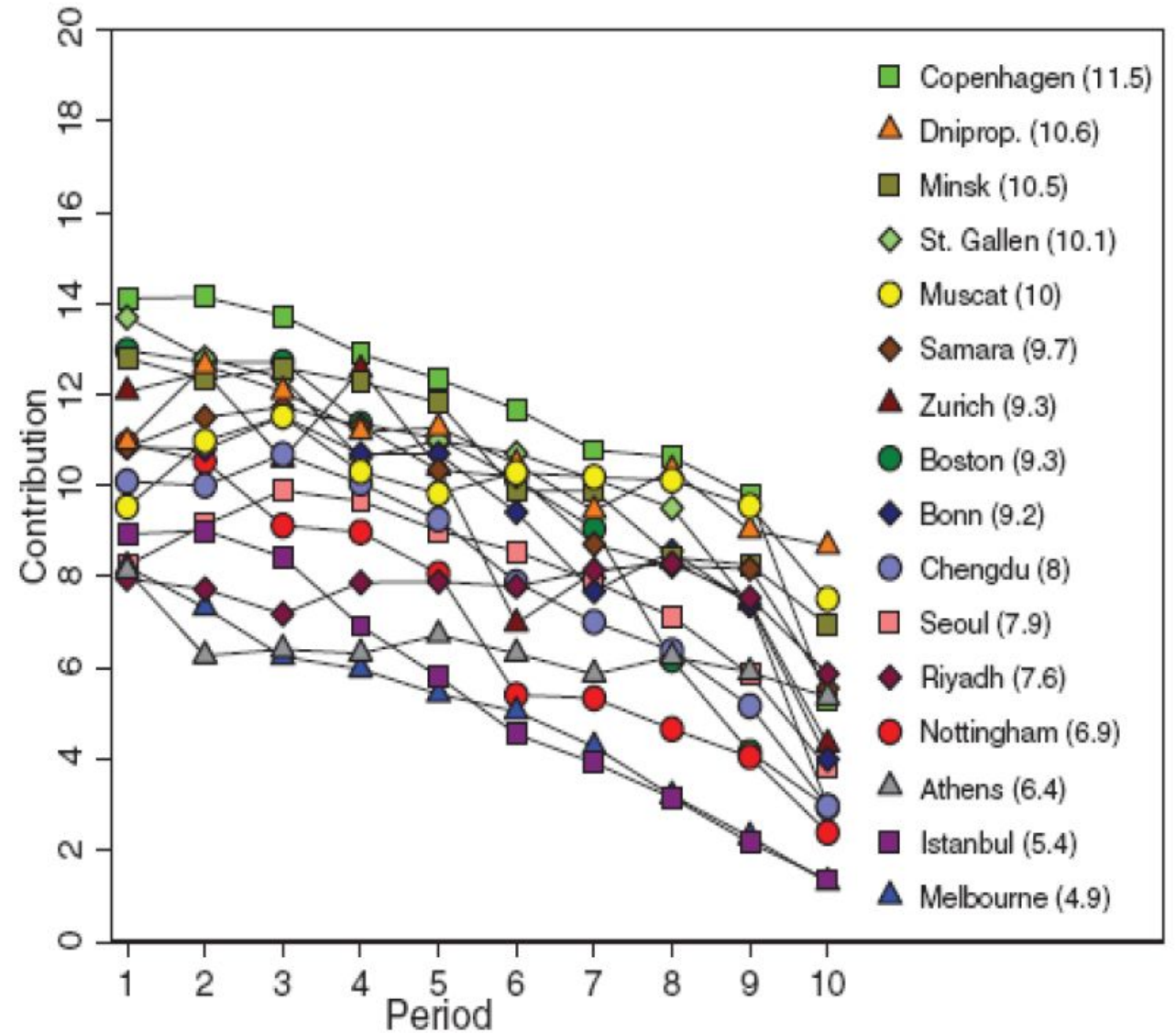
E infatti....
Vi ricorda qualcosa ?



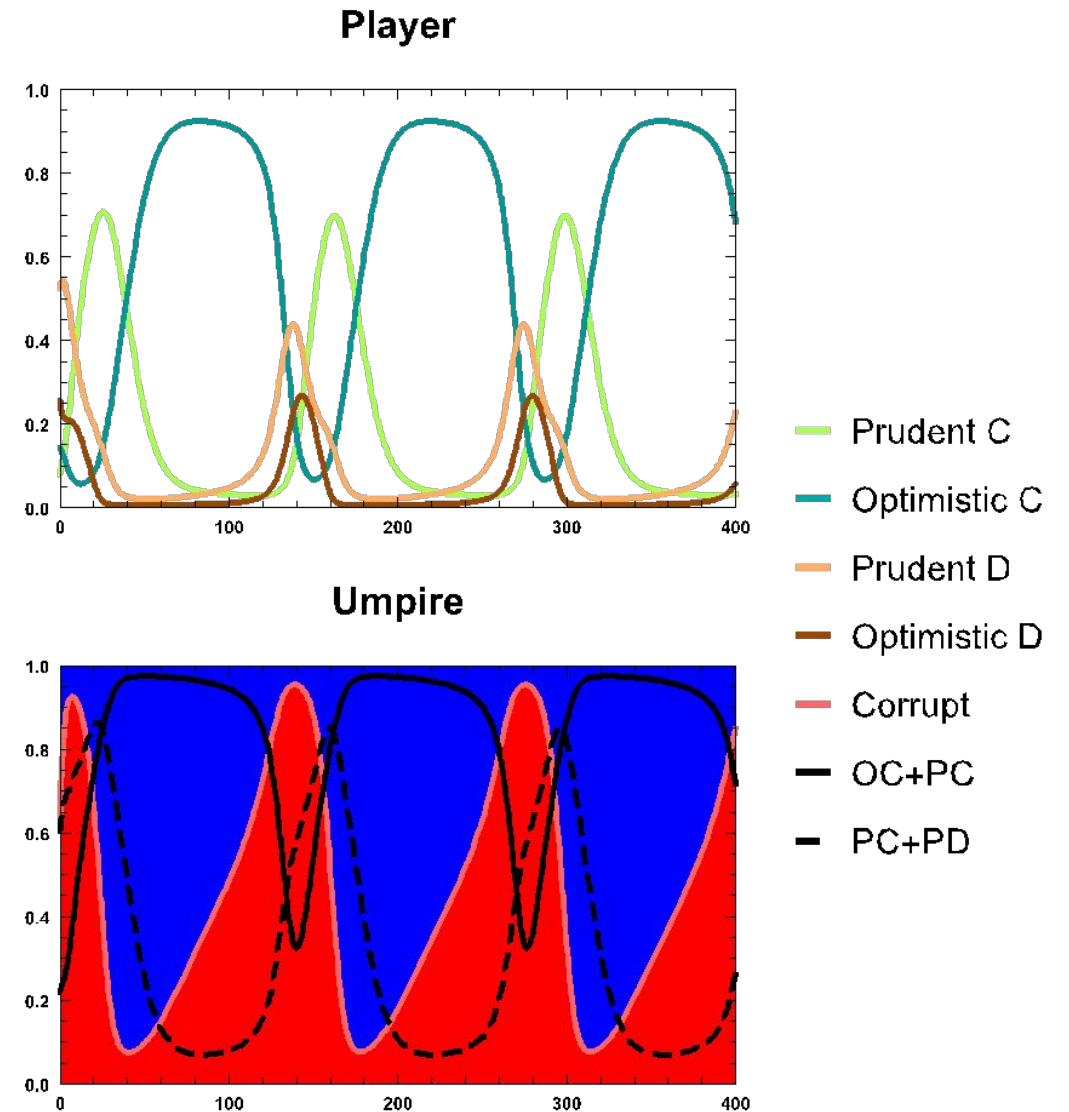
E infatti.... Vi ricorda qualcosa ?

Soluzione possibile: punire chi non contribuisce usando dei controlli severi

Herrmann, Thöni,
Gächter (Nature 2009)



Ma cosa succede se i controllori sono corrotti?



Modello di Interazione giocatori e controllori

Conclusioni

1. La matematica è un aspetto essenziale della nostra formazione culturale e civile
2. Bisogna provare a rimuovere dei pregiudizi nei suoi confronti
3. Puntare al significato matematico di quello su cui si lavora
4. Tradurre le diverse situazioni della vita civile in situazioni matematiche per capirle meglio



@Claudia Flandoli

Roberto Natalini

Istituto per le Applicazioni del Calcolo

Consiglio Nazionale delle Ricerche

E-mail: roberto.natalini@cnr.it

Web page: www.iac.rm.cnr.it/personale/roberto-natalini

Sito MaddMaths!: maddmaths.simai.eu/

Sito Archimede: riviste.mondadorieducation.it/archimede/

Sito Comics&Science: www.comicsandscience.it/

Grazie!



MMOTIVARE,
CCOINVOLGERE,
DDIVERTIRE

CON LA **MATEMATICA**



con il patrocinio di:
Consiglio Nazionale delle Ricerche



MaddMaths!
Matematica Divulgazione Didattica



DEASCUOLA