



DEASCUOLA

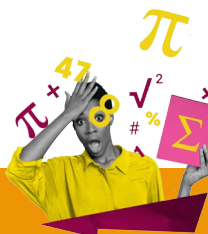
INSEGNARE MATEMATICA

Insegnare con... Tutti i colori della Matematica Edizione PRO

Relatori: Leonardo Sasso
Monica Martinelli

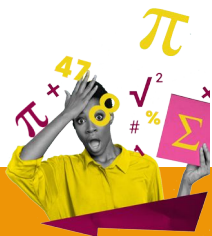


Perché una nuova collana?



Le novità di Tutti i colori della Matematica

- ① **Tutto sott'occhio** in funzione della leggibilità della teoria. Nuove tipologie di **esempi**.
- ② Rinnovamento degli **esercizi** e numerosi **collegamenti con le discipline d'indirizzo**.
- ③ Introduzione delle tematiche di **Educazione civica** e delle **competenze STEM**.
- ④ **Potenziamento** degli aspetti consolidati e apprezzati della precedente edizione: collegamenti con la realtà, competenze, percorsi delle idee.
- ⑤ Oltre ai volumi: **Quaderni di inclusione e recupero** rinnovati e interattivi, Guida per il docente, eBook DOC, **nuove risorse digitali** sempre più coinvolgenti.





DEASCUOLA

INSEGNARE MATEMATICA

1. Tutto sott'occhio: la teoria



Tutto sott'occhio: la teoria

UNITÀ 5

In introduzione al calcolo letterale e algebrico

1 Ruolo delle lettere ed espressioni algebriche

Le variabili e le costanti

Né a caso né per studi di matematica che gli è utilizzato, in più occasioni, delle lettere per rappresentare elementi generici di un dato insieme, per esprimere formule, per dare definizioni ed enunciare proprietà. Ad esempio:

- per indicare un generico numero naturale e così utilizzare la lettera n ;
- per esprimere l'area A di un quadrato, indicata con l la misura del lato del quadrato, si utilizza la formula $A = l^2$.

Negli esempi precedenti le lettere hanno il ruolo di variabili, ossia possono assumere valori, o possono variare, in un dato sottoinsieme di $\mathbb{N}$ (il primo esempio in $\mathbb{N}$ e nel secondo in $\mathbb{R}^+$). In qualche caso, tuttavia, una lettera può anche avere il ruolo di costante, quando è utilizzata per rappresentare un numero nel calcolo.

ESEMPIO Variabili e costanti

Nell'espressione πr^2 che assegna l'area di un cerchio di raggio r , sono presenti due lettere. Medi:

- la lettera π è una costante, rappresenta il numero irrazionale le cui prime cifre della rappresentazione decimale sono 3,14...
- la lettera r , invece, è una variabile, perché rappresenta la misura del raggio di un cerchio generico, può quindi assumere qualsiasi valore reale positivo.

Le espressioni algebriche

DEFINIZIONE Espressione algebrica

Si chiama **espressione algebrica** ogni scrittura in cui compaiono numeri (lettere ed eventuali parentesi), legati tra loro da simboli di operazione.

Un'espressione algebrica si dice:

- razionale**, se fra le operazioni da eseguire compaiono solo quelle di addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione ed elevamento a potenza con esponente intero relativo;
- irrazionale**, se fra le operazioni da eseguire compaiono anche estrazioni di radici.

ESEMPIO Espressioni algebriche razionali ed irrazionali

Sono espressioni algebriche **razionali**:

$$x^2 + y^2 \quad \frac{x+y}{y-x} \quad x^3 + y^3$$

Sono espressioni algebriche **irrazionali**:

$$\sqrt{a+b} \quad \frac{1}{\sqrt{a+b}} \quad \sqrt[3]{x^2+y^2}$$

Un'espressione algebrica si dice:

- intera**, se in essa non compaiono divisioni contenenti variabili e non compaiono potenze dei letterali (con esponente negativo);
- frazionaria** (o **fratto**), quando non è intera.

ESEMPIO Espressioni intere e frazionarie

Sono espressioni **interi**:

$$x^2 + y^2 \quad a^3 - xy \quad \frac{x(x+y)}{2}$$

Sono espressioni **frazionarie**:

$$(3+x) \cdot \frac{8-b}{a+b} \quad x^2 y^3$$

Al denominatore c'è un numero, non una variabile, perciò l'espressione è intera.

L'espressione è frazionaria perché ha esponente negativo.

Le espressioni sono frazionarie perché compaiono divisioni (nel secondo caso sotto forma di denominatore) contenenti delle variabili.



ATTENZIONI!
In un'espressione algebrica, il punto, simbolo dell'operazione di moltiplicazione, viene spesso omesso. Per esempio, l'espressione xyz^2 ha il significato di xyz^2 .

7. Le potenze e le espressioni in Z

UNITÀ 1

7 Le potenze e le espressioni in Z

DEFINIZIONE Potenza

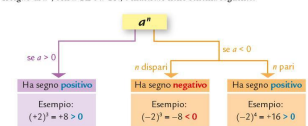
Dato un numero intero a e un numero naturale n , la potenza di base a ed esponente n (che si indica con il simbolo a^n) si definisce nel modo seguente:

- se $n > 1$: $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$
- se $n = 1$: $a^1 = a$
- se $n = 0$ e $a \neq 0$: $a^0 = 1$

ESEMPIO

- $(+3)^2 = (+3) \cdot (+3) = +9$
- $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$
- $(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = +81$
- $(-4)^0 = -4$
- $(-3)^0 = +1$

Il segno di a^n , con $a \in \mathbb{Z}$ e $n \in \mathbb{N}$, è illustrato nello schema seguente.



Per le potenze in $\mathbb{Z}$ valgono le stesse proprietà studiate nell'insieme $\mathbb{N}$.

ESEMPIO Applicazione delle proprietà delle potenze in Z

- a. $(-2)^2 \cdot (-2)^3 = (-2)^{2+3} = (-2)^5 = -32$ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- b. $(-3)^2 \cdot (-3)^4 = (-3)^{2+4} = (-3)^6 = +27$ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- c. $[(+2)^3]^2 = (+2)^{3 \cdot 2} = (+2)^6 = +64$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- d. $(+4)^2 \cdot (-2)^3 = [(+4)^2] \cdot (-2)^3 = (+16) \cdot (-8) = -128$ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- e. $(-25)^4 \cdot (-5)^3 = [(-25)^4] \cdot (-5)^3 = (+625) \cdot (-125) = -78125$ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Le espressioni in Z

Per semplificare le espressioni in $\mathbb{Z}$, nello svolgimento delle operazioni si seguono le stesse priorità già viste in $\mathbb{N}$. Particolare attenzione va posta nell'eliminazione delle parentesi, a questo proposito osserviamo che:

- quando una coppia di parentesi è preceduta dal segno $+$, si possono togliere le parentesi (e il segno $+$ che precede la prima), lasciando inalterati i segni di tutti i termini al loro interno;
- quando una coppia di parentesi è preceduta dal segno $-$, si possono togliere le parentesi (e il segno $-$ che precede la prima), pur di riscrivere tutti i termini all'interno delle parentesi con il segno cambiato.

ESEMPIO La rimozione delle parentesi

a. $(-2) + (+3) - (-6) = -2 + 3 + 6 = +7$
Le parentesi sono precedute dal segno $+$, perciò, togliendole, si mantengono i segni dei termini al loro interno.

b. $(-2) - (+3) - (-6) = -2 - 3 + 6 = +1$
Le parentesi sono precedute dal segno $-$, perciò, togliendole, occorre cambiare i segni dei termini al loro interno.

ATTENZIONI!

- Per poter applicare la regola, dopo la parentesi di chiusura non deve comparire un esponente.
- Se il primo termine all'interno della parentesi non è preceduto da alcun segno, lo si deve considerare positivo.

7 Esercizi p. 35

- La teoria è schematica, sintetica e ben organizzata in **definizioni, regole, esempi, schemi, tabelle e sintesi.**
- Gli argomenti sono trattati in modo ancora più **visuale e schematico.**
- Gli **indici** hanno subito qualche aggiornamento in base alle esigenze dei docenti.
- La **foliazione** è contenuta

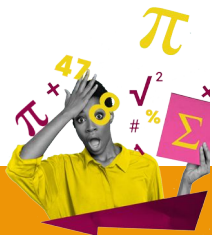


Gli esempi nella teoria

Nuove tipologie di **esempio nella teoria**, brevi agganciati alle definizioni, per facilitare la comprensione immediata e diretta.

Nella teoria sono presenti esempi di due nuove tipologie:

- **Fissa il concetto** per **porre attenzione** su nodi concettuali importanti;
- **Applica il concetto** per mostrare **applicazioni interessanti**, collegate alla **realtà** e ai temi di **educazione civica**.



FISSA IL CONCETTO Equivalenza e C.E.

Le due frazioni algebriche $\frac{1}{x}$ e $\frac{x+1}{x^2+x}$ sono equivalenti (i prodotti in croce sono uguali), ma **non** hanno le stesse condizioni di esistenza. La prima ha come C.E. $x \neq 0$, mentre la seconda ha come C.E. $x \neq -1 \wedge x \neq 0$.

APPLICA IL CONCETTO Una sola formula per tanti problemi



Un barista vende bottiglie d'acqua al prezzo di 1 euro e succhi di frutta al prezzo di 2 euro e 50 centesimi. Il barista ha un guadagno netto del 40% sulle bottiglie di acqua e del 60% sui succhi di frutta. Ogni giorno il numero di prodotti venduti cambia e il barista ha bisogno di una formula per calcolare velocemente il guadagno complessivo della giornata. Come possiamo aiutare il barista? Qual è il guadagno in una giornata in cui vengono vendute 20 bottiglie di acqua e 10 succhi di frutta?



Indichiamo con la *variabile* x il numero di bottiglie di acqua vendute in un giorno e con la *variabile* y il numero di succhi di frutta. In euro, il ricavo giornaliero dalla vendita delle bottiglie d'acqua è $1 \cdot x = x$ e il ricavo dalla vendita dei succhi di frutta è $2,5y$. Pertanto, il guadagno G di una giornata è espresso dalla formula:

$$G = 0,4 \cdot x + 0,6 \cdot (2,5y) = 0,4x + 1,5y \quad [1]$$

guadagno sulle
bottiglie di acqua guadagno sui
succhi di frutta

Grazie alla [1], il barista può risolvere tutti gli *infiniti* problemi che possono presentarsi, al variare delle quantità vendute: ogni giorno infatti x e y assumeranno valori diversi, ma per ottenere il guadagno basterà sempre sostituire nella [1] i valori di x e y corrispondenti a quella giornata, senza dover rifare ogni volta i calcoli dal principio. Per esempio, se in un giorno vengono vendute 20 bottigliette di acqua e 10 di succhi di frutta, risulta:

$$G = 0,4 \cdot 20 + 1,5 \cdot 10 = 23$$

quindi il gestore ha un guadagno di 23 euro.



2. Rinnovamento degli esercizi e collegamenti con le discipline d'indirizzo



426 ESERCIZIO SVOLTO

Semplifichiamo l'espressione $(3x - 2y)^2 - 4(3x - y)(3x + y) + (9x - 4y)(3x + 2y)$.

$$(3x - 2y)^2 - 4(3x - y)(3x + y) + (9x - 4y)(3x + 2y) = 9x^2 - 12xy + 4y^2 - 4(9x^2 - y^2) + 27x^2 + 18xy - 12xy - 8y^2 =$$

quadrato di un binomio
somma di due monomi per la loro differenza

$$= 9x^2 - 12xy + 4y^2 - 36x^2 + 4y^2 + 27x^2 + 18xy - 12xy - 8y^2 = -6xy$$

427 ESERCIZIO GUIDATA

Semplifica l'espressione $(3xy^2 + 2)^2(3xy^2 - 2)^2$.

$$(3xy^2 + 2)^2(3xy^2 - 2)^2 = [(3xy^2 + 2)(3xy^2 - 2)]^2 = (9x^2y^4 - \dots)^2 = 81x^4y^8 - \dots x^2y^4 + 16$$

prodotto di potenza con lo stesso
somma di due monomi per la loro differenza
quadrato di un

Semplifica le seguenti espressioni utilizzando, ovunque possibile, i prodotti notevoli.

428 $(2a + 1)^2 - a(a - 2)$	429 $(3a - 1)^2 - (3a + 1)(3a - 1) - 2$	430 $(b - 2)(b + 2) - (b - 1)^2$
431 $(b - 2)(b + 2) - (b - 1)^2$	432 $(5t - 3)^2 - (5t - 3)(5t + 3) - 18$	433 $(x - 1)^2 - (x - 1)(x + 1) - 2$
434 $(2 - 3a)^2 - (2 + 3a)^2$	435 $(x + 4)^2 - (3x + 2)^2 + 2(2x - 1)(2x + 1)$	436 $(3a - 1)^2 - (3a + 1)(3a + 1) - 2$
437 $(2x + 3)^2 - (2x - 3)^2$	438 $(3a^2 - b)^2(3a^2 + b)^2$	439 $(3a + 1)^2 - (3a - 1)^2$
440 $(5x - 2)^2 + (5x + 2)^2 - 2(5x - 1)(5x + 1)$	441 $(2ab + 3c^2)^2(2ab - 3c^2)^2$	442 $(2a - b + c)^2$
443 $(3 + 4a)(3 - 4a) - (3 + 4a)^2 + 32a^2$	444 $(a - 3)^2(a + 3)^2 - (a^2 - 9)^2 - 1$	445 $(x + 10)^2 - (10 - x)(10 + x) - x(x + 20)$
446 $(\frac{x}{2} - 3)(\frac{x}{2} + 3) + \frac{1}{4}x(3x - 16) - (2 - x)^2$	447 $(2x + 3)(2x - 1) - (2x - 1)^2 + 4$	448 $(x^4 - 2x^2 - 1)^2$

449 ESERCIZIO SVOLTO

Calcoliamo $(2x - 3y - 1)^2$.

Utilizziamo la formula: $(A + B + C)^2 = A^2 + B^2 + C^2 + 2AB + 2AC + 2BC$

Abbiamo che:

$$(2x - 3y - 1)^2 = [(2x) + (-3y) + (-1)]^2 = (2x)^2 + (-3y)^2 + (-1)^2 + 2(2x)(-3y) + 2(2x)(-1) + 2(-3y)(-1) =$$

quadrati dei tre termini
tutti i possibili doppi prodotti

$$= 4x^2 + 9y^2 + 1 - 12xy - 4x + 6y$$

Completa le seguenti uguaglianze.

450 $(x - 3y + 2z)^2 = (x^2 + (-3y)^2 + (2z)^2 + 2(x)(-3y) + 2(x)(2z) + 2(-3y)(2z)) =$

451 $(3a - 2b + 5c)^2 = (3a)^2 + (-2b)^2 + (\dots)^2 + 2(3a)(-2b) + 2(3a)(\dots) + 2(-2b)(\dots) =$

Calcola i seguenti quadrati di trinomi.

452 $(a - b + c)^2$	453 $(2a - b + c)^2$	454 $(-5a - b + 2)^2$
455 $(x - y - 2)^2$	456 $(x^2 + y^2 + 4 - 4x - 2xy + 4y)^2$	457 $(a - \frac{1}{2}b - c)^2$
458 $(x^2 - x + 1)^2$	459 $(a^3 - a^2 + a)^2$	460 $(2a + b + \frac{c}{2})^2$
461 $(x^2 - x + 3)^2$	462 $(-x + y - 3z)^2$	463 $(a - 2b - 1)^2$
464 $(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y + 2)^2$	465 $(-x^2 - y^4 + 3)^2$	466 $(2x - 3y^3 - 5)^2$
467 $(x - \frac{1}{2}y - 1)^2$	468 $(3x - 0,3y - 1)^2$	469 $(4a^2 - 0,25b - 1)^2$
470 $(x^4 - 2x^2 - 1)^2$	471 $(x^4 - y^3 - 2)^2$	472 $(3x^2 + \frac{1}{9}y^2 + 1 - 6x - 2xy + \frac{2}{9}y)^2$
473 $(x^4 - 2x^2 - 1)^2$	474 $(x^4 + y^6 + 4 - 2x^2y^3 - 4x^2 + 4y^3)^2$	475 $(4a^2 - 0,25b - 1)^2$
476 $(x^4 - 2x^2 - 1)^2$	477 $(x^4 - y^3 - 2)^2$	478 $(3x^2 + 0,1y^2 + 2)^2$

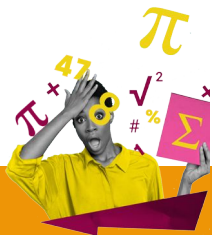
479 $(x^4 + y^6 + 4 - 2x^2y^3 - 4x^2 + 4y^3)^2$

Rinnovamento degli esercizi

Gli esercizi sono numerosi,
rinnovati e di **varie tipologie**:

- **Matematica e...**
- **Realtà e modelli**
- **Esercizi di indirizzo**
- **Educazione civica**

Ogni esercizio riporta
il **grado di difficoltà**.



Realtà e modelli

180 Ore di luce. Le ore di luce in una stessa giornata dell'anno, nelle località in pianura, sono, con buona approssimazione, direttamente proporzionali al valore assoluto della latitudine. Nella tabella sono indicate le latitudini di alcune città del mondo.

Città	Latitudine
Roma	41,90°
New York	40,71°
Mosca	55,75°
Buenos Aires	-34,61°
Pechino	39,91°

a. Qual è la differenza di latitudine tra Roma e Buenos Aires?

In una prefissata giornata dell'anno:

b. quale città avrà la notte più breve?

c. per quale coppia di città si avrà la minore differenza tra le rispettive ore di luce?

[a. 76,51°; b. Mosca; c. New York-Pechino]

662

Manutenzione

Una resistenza ha un valore nominale di 1800 Ω , con una tolleranza del 5%. La tolleranza indica di quanto al massimo il valore reale della resistenza può scostarsi (per difetto o per eccesso) dal valore nominale.

a. In quale intervallo può variare il valore reale R della resistenza in oggetto?

b. Se il valore reale della resistenza è di 1845 Ω , a quanto ammonta l'errore relativo? È nel range di tolleranza dichiarato?



[Svolgimento p. DOC 4]

[a. $1710 \leq R \leq 1890$; b. 2,5%]



EDUCAZIONE FINANZIARIA

397

Viene acquistato un appartamento pagandolo in tre rate. Nella prima rata si paga il 20%, nella seconda il 50% di quello che resta da pagare e nella terza si versa la somma di 31 000 euro. Quanto costa l'appartamento?

[77 500 euro]

120

Matematica e sport

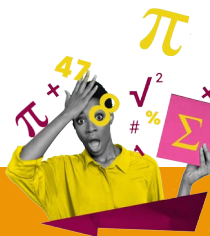
Nel campionato italiano di calcio il sistema di assegnazione dei punti prevede 3 punti in caso di vittoria, 1 punto in caso di pareggio e 0 punti in caso di sconfitta. Una squadra ha giocato 10 partite, vincendone x , perdendone y e pareggiando le rimanenti. Esprimi, in funzione di x e di y , il punteggio della squadra.

[$2x - y + 10$]

Collegamenti con le discipline d'indirizzo

Nel volume sono stati aggiunti collegamenti con gli indirizzi professionali:

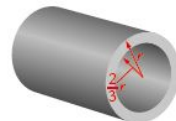
- Agricoltura
- Manutenzione e assistenza tecnica
- Industria e artigianato
- Cultura e spettacolo
- Servizi commerciali
- Servizi sociali e sanitari



560 Agricoltura Un terreno è coltivato ad avena e due anni fa la resa media è stata di 40 quintali per ettaro. La resa è aumentata in ciascuno dei due anni successivi e dopo due anni risulta di 46 quintali per ettaro. Qual è stato l'aumento percentuale medio nei due anni presi considerazione, cioè quale aumento percentuale applicato uguale in ciascuno dei due anni produce l'aumento di resa indicato? [Svolgimento p. DOC 15] [Circa 7,2%]

371 Assistenza tecnica E se? In laboratorio gli studenti realizzano con il tornio un cilindro di alluminio. L'altezza è il doppio del raggio r .

- Esprimi il volume del cilindro pieno in funzione di r .
- Calcola la massa del cilindro, se il raggio di base è 3 cm. Ricorda che la densità dell'alluminio è $2,7 \text{ kg/dm}^3$ e arrotonda il risultato a un numero intero.



► Supponi che nel cilindro venga praticata una cavità cilindrica, avente la stessa altezza del cilindro originario, in modo che il raggio interno della cavità sia due terzi di r .

[Svolgimento p. DOC 11]

Come cambierebbero le risposte ai quesiti precedenti?

[a. $2\pi r^3$; b. 458 g; le risposte diventano: $\frac{10}{9}\pi r^3$ e 254 g]

616 Servizi commerciali Per stimare il valore di un appartamento si valuta la superficie commerciale, che si ottiene aggiungendo alla superficie dell'appartamento il 25% della superficie dei terrazzi.

- Un appartamento ha una superficie di 80 m^2 , più 20 m^2 di terrazzi, e viene venduto al prezzo di 340 000 euro. Qual è il costo medio al metro quadrato, cioè il rapporto tra costo e superficie commerciale?
- Se un appartamento ha una superficie commerciale di 126 m^2 e 1 terrazzi hanno una superficie pari al 20% della superficie dell'appartamento esclusi i terrazzi, qual è la superficie dell'appartamento, esclusi i terrazzi?

[Svolgimento p. DOC 4] [a. 4000 euro/ m^2 ; b. 120 m^2]



Collegamenti con le discipline d'indirizzo

I collegamenti con le **discipline professionali** si trovano nei problemi svolti, negli esercizi, negli esercizi svolti e nei compiti di realtà.

PROBLEMA SVOLTO Prezzo di un abbonamento al cinema

Il gestore di un piccolo cinema stima che il numero y di abbonati, in funzione della quota p annuale di abbonamento, sia espresso dalla funzione:

$$y = 5(50 - 0,125p) \quad \text{con } 200 \leq p \leq 400$$

I costi annuali di gestione sono complessivamente di 20000 euro e non vengono offerti abbonamenti diversi da quello annuale. A quale prezzo deve essere offerto l'abbonamento annuale per non essere in perdita? Come cambierebbe la risposta se ci fosse un aumento del 50% dei costi annuali?

COMPRENDIAMO IL PROBLEMA

La funzione $y = 5(50 - 0,125p)$, con la limitazione $200 \leq p \leq 400$, rappresenta una parte di retta e ha il grafico in figura; come è naturale aspettarsi, il modello espresso da questa funzione indica che il numero di abbonati decresce al crescere della quota annuale di abbonamento. Il ricavo annuale è dato dal prodotto $p \cdot y$ e l'eventuale utile dalla differenza $p \cdot y - C$, dove C rappresenta i costi annuali.

COSTRUIAMO IL MODELLO ALGEBRICO DEL PROBLEMA

L'utile annuale, dato dalla differenza tra il ricavo e i costi, è dato dall'espressione:

$$p \cdot 5(50 - 0,125p) - 20000$$

Affinché non ci sia una perdita, tale espressione deve essere maggiore o uguale a zero, cioè deve essere soddisfatta la disequazione:

$$5p(50 - 0,125p) - 20000 \geq 0 \quad [2]$$

Se i costi aumentano del 50%, cioè di 10000 euro, diventano uguali a 30000 euro,

575 ESERCIZIO SVOLTO Artigianato

Marta deve costruire una cornice in legno per un dipinto rettangolare. La parte esterna è assimilabile a un rettangolo in cui la base è lunga 50 cm e l'altezza è lunga 30 cm. L'area del dipinto è 800 cm². Determiniamo la larghezza della cornice e le dimensioni della tela.

- Rappresentiamo graficamente il problema e indichiamo con x lo spessore della cornice (in cm).
- Conosciamo l'area del rettangolo interno (cioè della tela), ma non le sue dimensioni. Possiamo però esprimere queste ultime in funzione di x :

$$\text{Base} = 50 - 2x \quad \text{Altezza} = 30 - 2x$$

Tali misure devono essere positive, perciò x deve appartenere all'intervallo $0 < x < 15$ (sai spiegare perché?).

- Dalla formula per il calcolo dell'area di un rettangolo deduciamo l'equazione:

$$\begin{aligned} (50 - 2x)(30 - 2x) &= 800 \\ 1500 - 100x - 60x + 4x^2 &= 800 \\ 4x^2 - 160x + 700 &= 0 \\ x^2 - 40x + 175 &= 0 \\ x &= 20 + \sqrt{400 - 175} = 20 \pm 15 = \begin{cases} 5 \\ 35 \end{cases} \end{aligned}$$

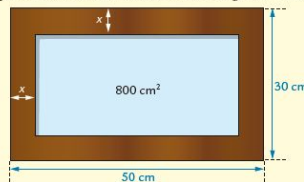
- La soluzione $x = 5$ è accettabile perché appartiene all'intervallo $0 < x < 15$, mentre la soluzione $x = 35$ è da scartare. La cornice del quadro è larga 5 cm, le dimensioni della tela sono 40 cm e 20 cm.

Svolgendo i calcoli

Riportando alla forma normale

Dividendo i due membri per 4

Applicando la formula risolutiva ridotta



UNITÀ 6 Geometria analitica delle rette

Compito di realtà

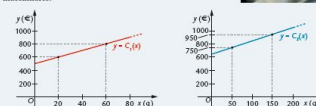
Costi, ricavi e guadagni di una azienda agroalimentare

SERVIZI COMMERCIALI

Una ditta agroalimentare, produttrice di farine biologiche raffinate, utilizza due tipi di macchinari per la produzione della farina a partire dal grano. Le due figure riportano i grafici delle funzioni:

$$y = C_1(x) \quad \text{e} \quad y = C_2(x)$$

che esprimono i costi relativi alla produzione settimanale della quantità x di farina (in quintali) rispettivamente con l'utilizzo del primo e del secondo macchinario.



- Scrivi le equazioni delle due funzioni $y = C_1(x)$ e $y = C_2(x)$, in base alle informazioni che puoi ricavare dai grafici.
- A quanto ammontano i costi fissi settimanali relativi al macchinario 1? A quanto ammontano i costi fissi settimanali relativi al macchinario 2? Quanto costa produrre 1 quintale di farina con il macchinario 1? E quanto costa con il macchinario 2?

La farina prodotta viene rivenduta al prezzo di 80 euro al quintale. Inoltre il limite settimanale di produzione è di 60 q.

- Scrivi l'equazione della funzione che esprime il ricavo settimanale ottenuto dalla produzione e vendita di x quintali di farina.
- Scrivi le equazioni delle funzioni $y = G_1(x)$ e $y = G_2(x)$ che esprimono il guadagno settimanale derivante dalla produzione e dalla vendita di x quintali di farina, rispettivamente con l'utilizzo del macchinario 1 e 2.
- Specifica, a seconda del macchinario utilizzato, qual è la minima produzione settimanale che consente di non perdere, cioè che garantisce il pareggio. Approssima opportunamente i risultati a un numero intero.
- Determina, a seconda del macchinario utilizzato, qual è la produzione settimanale che garantisce il massimo guadagno e specifica il valore di tale guadagno massimo.
- Discuti, al variare della produzione settimanale, quale dei due macchinari conviene utilizzare per rendere massimo il guadagno.
- Se i costi fissi relativi all'utilizzo dei due macchinari aumentano entrambi di 100 euro, la risposta alla domanda precedente cambierebbe? E se aumentassero, invece, entrambi del 10%?

IL LAVORO CON L'INTELLIGENZA ARTIFICIALE

Approfondisci gli argomenti proposti ponendo la seguente domanda al chatbot che preferisci.

• Nella produzione di farina, quali sono i processi che hanno un maggiore impatto ambientale?

Le risposte possono essere discusse in sala col docente o validate in autonomia. Ce ne sono alcune che ritieni siano superficiali, errate o banali? Rifletti in maniera critica sulla bontà e utilità dei risultati ottenuti. Riassumi le risposte del chatbot e le tue considerazioni in una presentazione multimediale da condividere.

Una volta svolto questo compito di realtà come spunto per il tuo Capolavoro.

➤ Risposte p. 512

Unità didattiche di Apprendimento

> Unità 9

Equazioni di primo grado

Verso le UdA

Problema: Prezzo di vendita

Federica ha creato la sua prima borsa e vuole metterla in vendita. Stima a 64 euro i costi complessivi per il tessuto e per le rifiniture, il tempo di produzione, ecc. A quanto deve vendere la borsa Federica per realizzare sul prezzo di vendita un profitto del 20%?

> **Svolgimento a pag. 300**

In digitale

- Matematica nella storia
- Con GeoGebra
- Video
- Esercizi interattivi



Equazioni di primo grado

Percorso digitale organizzato in playlist con:

- video di teoria
- video di esercizi svolti
- esercizi autocorrettivi
- test di verifica

Prima di iniziare è opportuno che tu conosca:

- > gli insiemi numerici
- > il calcolo letterale

Al termine sarai in grado di:

- > individuare le strategie appropriate per risolvere problemi che hanno come modello equazioni di primo grado numeriche intere e saperle applicare in contesti reali

PROBLEMA SVOLTO 1

Prezzo di vendita

ARTIGIANATO

Federica ha creato la sua prima borsa e vuole metterla in vendita. Stima a 64 euro i costi complessivi per il tessuto e per le rifiniture, per il tempo di produzione, ecc... A quanto deve vendere la borsa Federica per realizzare sul prezzo di vendita un profitto del 20%?

COMPRENDIAMO IL PROBLEMA

Dati

- Profitto = 20% del prezzo
- Costi di produzione = 64 euro

Obiettivo

- Il prezzo di vendita della borsa

COSTRUIAMO IL MODELLO ALGEBRICO DEL PROBLEMA

- Indichiamo con l'incognita x il prezzo di vendita della borsa, comprensivo di costi e profitto.
- Osserviamo che deve essere $x > 64$ (perché il prezzo deve essere maggiore dei costi sostenuti da Federica).
- Per determinare x , impostiamo un'equazione che tiene conto dei dati.

$$\underbrace{x}_{\text{prezzo di vendita}} = \underbrace{\frac{20}{100}x}_{\text{profitto}} + \underbrace{64}_{\text{costi}} \Rightarrow x = \frac{1}{5}x + 64$$

RISOLVIAMO L'EQUAZIONE

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{5}x + 64 \\ 5x &= x + 320 && \text{Moltiplicando entrambi i membri per 5} \\ 4x &= 320 \Rightarrow x = \frac{320}{4} = 80 \end{aligned}$$

ANALIZZIAMO LA SOLUZIONE E RISPONDIAMO

- La soluzione trovata è accettabile (infatti è maggiore di 64).
- Federica deve vendere la borsa a 80 euro.

Nei volumi sono presenti materiali per lo sviluppo di **Unità di Apprendimento (UdA)**. Ogni unità si apre con un problema che presenta uno spunto per costruire un'UdA e all'interno dell'unità è presente lo svolgimento.



Unità didattiche di Apprendimento

Compito di realtà

Gli invasi

Un invaso è un bacino artificiale usato per contenere una notevole riserva di acqua da utilizzare in agricoltura e nell'industria. Generalmente l'invaso ha una condotta di alimentazione e uno scarico di deflusso. Approssimiamo l'invaso con un parallelepipedo che ha la base di dimensioni a e b e altezza h , espresse in metri.

1 Esprimi con un monomio l'area della figura che costituisce la superficie libera dell'acqua, cioè quella a contatto con l'aria. Quanto vale tale area se le dimensioni sono 200 m e 100 m? Esprimi il risultato in notazione scientifica.

2 Esprimi con un monomio il volume dell'invaso, supponendo che sia completamente riempito. Quanto è il volume dell'invaso nel caso in cui le dimensioni siano quelle del punto 1 con un'altezza di 10 metri? Esprimi il risultato in notazione scientifica.

3 Quando l'invaso è funzionante, è consigliabile mantenere la superficie libera dell'acqua ad un ventesimo sotto l'altezza massima. Esprimi con un monomio il volume dell'acqua contenuta nell'invaso in questa situazione. Calcola tale volume utilizzando le dimensioni dei punti precedenti. Esprimi il risultato in notazione scientifica.

4 Sapendo che un ettaro corrisponde a 10 000 metri quadrati, scrivi il monomio che esprime la superficie libera dell'acqua in ettari.

5 Tra i punti deboli dell'invaso c'è l'evapotraspirazione, ossia la perdita d'acqua attraverso la superficie libera, soprattutto nei mesi estivi. Ipotizzando che evaporino 10 000 metri cubi di acqua all'anno per ogni ettaro, esprimi con due monomi il volume di acqua che evapora dalla superficie dell'invaso ogni anno e il volume che mediamente evapora ogni mese.

Calcola i metri cubi evaporati utilizzando le dimensioni del punto 1. Esprimi il risultato in notazione scientifica.

6 Per effettuare la manutenzione dell'invaso, si rende necessario il suo svuotamento, attraverso la tubazione che costituisce lo scarico di deflusso. Vengono scaricati 10 metri cubi al secondo. Calcola il tempo in ore impiegato per svuotare completamente l'invaso, supposto riempito fino al livello indicato al punto 5.



AI AL LAVORO CON L'INTELLIGENZA ARTIFICIALE

Approfondisci gli argomenti proposti ponendo le seguenti domande al chatbot che preferisci.

- Quali potrebbero essere gli impatti ambientali dell'uso degli invasi? Come possono essere mitigati?
- Quali misure, in termini di regolamentazione, dovrebbero essere adottate per garantire la sicurezza e la manutenzione degli invasi al fine di evitare disastri legati alle inondazioni o alla loro rottura?
- Quali possono essere soluzioni alternative agli invasi per contenere grandi quantità di acqua?

Le risposte possono essere discusse in aula col docente o valutate in autonomia. Ce ne sono alcune che ritieni siano superficiali, errate o banali? Rifletti in maniera critica sulla bontà e utilità dei risultati ottenuti. Riassumi le risposte del chatbot e le tue considerazioni in una presentazione multimediale da condividere.

Usa lo svolgimento di questo compito di realtà come spunto per il tuo Capolavoro.

Risposte p. 561

Compito di realtà 6 Promozioni al supermercato



Tempo: 1 ora

Cognome Nome
Classe Data

Laura vuole approfittare delle promozioni in corso nei tre supermercati del suo paese per rifornirsi di confezioni di acqua minerale.

Supermercato A
Compri 3
e paghi 2

Supermercato B
Per ogni articolo acquistato,
il secondo lo paghi la metà

Supermercato C
Sconto del 20% su una serie
di articoli scelti

Supponi che la marca di acqua che Laura intende acquistare rientri tra gli articoli scontati nel supermercato C e che il prezzo non scontato, diciamo x , di una confezione di bottiglie di acqua sia lo stesso in tutti e tre i supermercati.

1 Esprimi, in funzione di x , il totale che Laura pagherà per l'acquisto di 2 confezioni di acqua rispettivamente nel supermercato A, nel supermercato B e nel supermercato C. Se Laura intende acquistare 2 confezioni di acqua, in quale supermercato le conviene effettuare l'acquisto?

2 Esprimi, in funzione di x , il totale che Laura pagherà per l'acquisto di 3 confezioni di acqua rispettivamente nel supermercato A, nel supermercato B e nel supermercato C. Se Laura intende acquistare 3 confezioni di acqua, in quale supermercato le conviene effettuare l'acquisto?

Laura ha acquistato 2 confezioni di acqua nel supermercato che corrisponde alla migliore offerta. Maria ha invece acquistato 3 confezioni di acqua dello stesso tipo, sempre nel supermercato che corrisponde alla migliore offerta.

3 Completa gli scontrini di Laura e Maria.

Successivamente Laura e Maria acquistano rispettivamente 2 bottiglie di olio e 3 bottiglie di olio, nel supermercato che corrisponde alla migliore offerta. Supponi che le bottiglie di olio acquistate siano dello stesso tipo, che il prezzo non scontato di una bottiglia sia lo stesso in tutti e tre i supermercati e che le bottiglie di olio siano in promozione anche nel supermercato C.

Acqua $\times 2$
Sconto
Totale
Scontrino di Laura

Acqua $\times 3$
Sconto
Totale
Scontrino di Maria

4 Laura possiede una carta fedeltà del supermercato dove effettua gli acquisti, che le dà diritto a un ulteriore sconto di 1 euro sul prezzo originario non scontato di una bottiglia di olio, cui si applicheranno successivamente le altre promozioni. Anche Maria possiede una carta fedeltà del supermercato dove effettua gli acquisti, che le dà diritto a un ulteriore sconto di 1 euro sul totale scontato da pagare per l'acquisto delle 3 bottiglie. Maria, per l'acquisto delle 3 bottiglie di olio, ha pagato 2 euro e 90 centesimi in più di quanto Laura ha pagato per l'acquisto di 2 bottiglie. Qual è il costo, non scontato, di una bottiglia di olio?

5 Come cambierebbe la risposta al quesito precedente, se lo sconto al quale dà diritto la carta fedeltà fosse del 20% sul totale scontato, sia per la carta di Laura sia per quella di Maria?

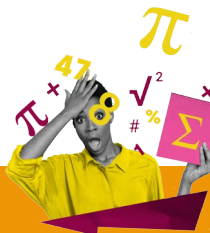
liberamente fotocopiabile

Potini - Tutti i colori della matematica © D Scuola S.p.A., 2023

Compiti di realtà

Alla fine di ogni unità è presente un **compito di realtà**, possibile spunto per nuove UdA e per lavorare con la IA.

In **guida** sono presenti altri **compiti di realtà**.



Alla fine di ogni volume sono presenti **due UdA complete.**

INSEGNARE MATEMATICA



DEASCUOLA

INSEGNARE MATEMATICA

3. Educazione civica e competenze STEM



Educazione civica e competenze STEM

1. Il percorso di **Educazione civica** individua cinque temi, collegati all'Agenda 2030. Esempi, tramite esercizi, problemi e compiti di realtà, segnalati da apposite icone.
2. Compiti orientati all'utilizzo delle tecnologie e al pensiero computazionale, che concorrono alla costruzione delle competenze proprie delle **discipline STEM** (*Science, Technology, Engineering and Mathematics*).



**SALUTE
E PREVENZIONE**



SICUREZZA



EDUCAZIONE FINANZIARIA

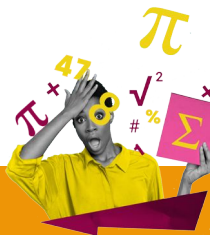


AMBIENTE



INFORMAZIONE CONSAPEVOLE

S T E M



Educazione civica e competenze STEM

Numerosi **esempi e problemi** svolti presenti nelle pagine di teoria si collegano ai cinque temi dell'educazione civica.

APPLICA IL CONCETTO Punto di pareggio

EDUCAZIONE FINANZIARIA

Un grossista acquista caffè in grani al prezzo di 8,5 €/kg e ha costi fissi mensili pari a 900 euro; rivende il caffè al prezzo di 10,5 €/kg.

- Determiniamo le funzioni che esprimono il costo complessivo mensile e il ricavo che derivano dalla vendita di x kg di caffè.
- Determiniamo il punto di pareggio (detto anche *break even point*), cioè la quantità da vendere in un mese per compensare i costi, e il ricavo corrispondente.

a. Le funzioni che esprimono il costo complessivo mensile e il ricavo mensile sono rispettivamente: $y = 8,5x + 900$ e $y = 10,5x$

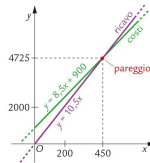
- Per determinare il punto di pareggio e il ricavo corrispondente, dobbiamo determinare il punto d'intersezione dei grafici delle due funzioni, cioè risolvere il sistema:

$$\begin{cases} y = 8,5x + 900 \\ y = 10,5x \end{cases}$$

Utilizzando il metodo del confronto si ottiene l'equazione risolvente:

$$8,5x + 900 = 10,5x \Rightarrow 2x = 900 \Rightarrow x = 450$$

Quando $x = 450$, si ha che $y = 10,5 \cdot 450 = 4725$. Quindi il pareggio si ottiene con una vendita mensile di 450 kg di caffè; in tal caso il ricavo è di 4725 euro.



PROBLEMA SVOLTO Una vecchia foto

AMBIENTE E SOSTENIBILITÀ

Molte specie di alberi, quando sono giovani, crescono a velocità che si possono approssimativamente considerare costanti. Per esempio, gli aceri crescono approssimativamente alla velocità di 30 cm all'anno; i faggi invece crescono più lentamente, a una velocità di circa 15 cm all'anno.

Un acero e un faggio vengono piantati in un giardino contemporaneamente quando l'acero è alto 1 m e il faggio è alto 2,5 m (Fig. 6). In una foto del giardino (Fig. 7), scattata alcuni anni dopo che gli alberi sono stati piantati, l'acero non ha ancora raggiunto il faggio. In quale periodo è stata scattata la foto?



COMPREDIAMO IL PROBLEMA

Dati

- Altezza nel momento in cui gli alberi sono stati piantati: acero 1 m, faggio 2,5 m
- Velocità di crescita: acero 30 cm all'anno = 0,3 m all'anno, faggio 15 cm all'anno = 0,15 m all'anno
- Nella foto di Fig. 7 l'acero non ha ancora raggiunto il faggio

Obiettivo Il periodo in cui è stata scattata la foto

DETERMINIAMO IL MODELLO ALGEBRICO DEL PROBLEMA

Indichiamo con t il tempo, in anni, trascorso da quando gli alberi sono stati piantati a quando è stata scattata la foto. In base ai dati del problema, possiamo esprimere, in funzione di t , l'altezza raggiunta dal faggio e dall'acero.

Tempo (anni)	Altezza acero (m)	Altezza faggio (m)
Momento in cui gli alberi sono stati piantati	1	2,5
t	$1 + 0,3t$	$2,5 + 0,15t$

Nell'immagine si vede che l'acero non ha ancora raggiunto il faggio, quindi, nel periodo in cui la foto è stata scattata, t è tale da soddisfare la disequazione $1 + 0,3t < 2,5 + 0,15t$.

RISOLVIAMO LA DISEQUAZIONE

$$1 + 0,3t < 2,5 + 0,15t$$

$$1 + \frac{3}{10}t < \frac{5}{2} + \frac{3}{20}t$$

$$20 + 6t < 50 + 3t$$

$$6t - 3t < 50 - 20$$

$$3t < 30 \Rightarrow \frac{3t}{3} < \frac{30}{3} \Rightarrow t < 10$$

Disequazione da risolvere

Trasformando i numeri decimali in frazioni

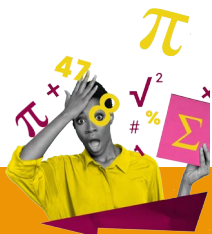
Moltiplicando entrambi i membri per 20, ossia per il m.c.m. dei denominatori

Portando i termini con la t al primo membro e gli altri al secondo

Riducendo i termini simili e dividendo per 3

ANALIZZIAMO LA SOLUZIONE E RISPONDIAMO

La disequazione è verificata per $t < 10$; la foto è stata scattata meno di 10 anni dopo che gli alberi sono stati piantati.



Educazione civica, competenze STEM e attività di AI

Negli esercizi e nei compiti di realtà le icone individuano il tema di **Educazione civica** o di competenza **STEM** a cui si collegano.

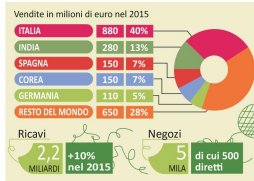
Nei compiti di realtà sono sempre presenti attività da svolgere con l'Intelligenza Artificiale, individuate da un logo specifico.

50 INFORMAZIONE CONSAPEVOLE

Il grafico in figura è comparso in un articolo riguardante le vendite del gruppo Benetton nel mondo nel 2015. L'aumento percentuale dei ricavi è calcolato rispetto al 2014.

(Fonte: Corriere della sera, 17 febbraio 2016)

- Calcolando le percentuali indicate e approssimando i risultati per difetto alle decine di milioni di euro, i dati riportati relativi alle vendite risultano tutti corretti, tranne uno: trova l'errore.
- Il diagramma circolare rappresenta correttamente i dati delle vendite riportati o contiene errori?
- Qual è stato il ricavo del gruppo nel 2014? [c. 2 miliardi]



Compito di realtà

La dieta mediterranea

La Tabella 1 riporta le quantità di carboidrati, proteine e grassi che un adulto dalla normale attività lavorativa dovrebbe assumere giornalmente, secondo la dieta mediterranea.

In Tabella 2 sono riportati i valori nutrizionali medi di pasta, carne e ortaggi, rispetto alla quantità assunta.

Tabella 1

	Quantità da assumere giornalmente (g)
Carboidrati	300
Proteine	75
Grassi	56

Tabella 2

Alimento	Carboidrati	Proteine	Grassi
Pasta	80%	10%	1,5%
Carne	1%	18%	3%
Ortaggi	15%	3%	0,2%

- Supponi che in una giornata siano assunti come cibi solo pasta, carne e ortaggi, rispettivamente nelle quantità x , y e z (in grammi). Scrivi l'espressione algebrica che rappresenta la corrispondente quantità (in grammi):
 - di carboidrati complessivamente assunti in un giorno;
 - di proteine complessivamente assunte in un giorno;
 - di grassi complessivamente assunti in un giorno.
- Nelle ipotesi del punto 1, scrivi (senza risolverlo) il sistema che permette di trovare le quantità x , y e z di pasta, carne e ortaggi da assumere in un giorno per assumere le quantità di carboidrati, proteine, grassi raccomandati giornalmente dalla dieta mediterranea.
- Risolvil il sistema trovato al punto 2 con l'aiuto del CAS di GeoGebra. Verifica che, arrotondando le soluzioni all'intero più vicino, si trovano come soluzioni approssimate i valori:
 $x = 3436$, $y = 1243$, $z = -1649$

In base ai risultati trovati, ritieni possibile assumere le quantità di carboidrati, proteine e grassi raccomandati dalla dieta mediterranea mangiando, in una giornata, soltanto pasta, carne e ortaggi?

- Un tuo amico vegetariano afferma che sarebbe possibile assumere le quantità di carboidrati e di proteine raccomandati dalla dieta mediterranea mangiando soltanto pasta e ortaggi.
 - Indicati con x e y rispettivamente le quantità (in grammi) di pasta e ortaggi assunti giornalmente, scrivi il sistema che formalizza il problema proposto dal tuo amico.
 - Risolvil il sistema con l'aiuto di GeoGebra, sia tramite l'interpretazione grafica sia mediante il CAS.
 - Arrotonda le soluzioni a un numero intero e stabilisci se il tuo amico ha ragione.
- Sarebbe possibile assumere le quantità di carboidrati e di proteine raccomandati mangiando soltanto pasta e carne? Rispondi alla domanda procedendo in modo analogo al quesito precedente.

AL LAVORO CON L'INTELLIGENZA ARTIFICIALE

Approfondisci gli argomenti proposti ponendo la seguente domanda al chatbot che preferisci.

- La dieta mediterranea rappresenta una delle ragioni per cui l'Italia è uno dei paesi al mondo con un'aspettativa di vita più alta. In tale contesto, è più importante seguire un regime alimentare consapevole, avere accesso a cure mediche di eccellenza o condurre uno stile di vita attivo? Elenca altri 5 fattori di benessere che contribuiscono alla nostra longevità.

Le risposte possono essere discusse in aula col docente o valutate in autonomia. Ce ne sono alcune che ritieni siano superficiali, errate o banali? Rifletti in maniera critica sulla bontà e utilità dei risultati ottenuti. Riassumi le risposte del chatbot e le tue considerazioni in una presentazione multimediale da condividere.

Usa lo svolgimento di questo compito di realtà come spunto per il tuo Capolavoro.

Risposte p. 512

191

Compito di realtà UNITÀ 5

Compito di realtà

Spazio di frenata

Lo spazio di frenata è lo spazio che occorre a un'automobile per arrestarsi completamente da quando inizia l'azione sui freni. Lo spazio di reazione è invece quello che intercorre tra l'istante in cui il conducente percepisce un pericolo e quello in cui preme il pedale del freno. Lo spazio di arresto, infine, è dato dalla somma dei due. Un modello accettabile per calcolare lo spazio di frenata s_f (in m) e lo spazio di reazione s_r (in m), quindi anche lo spazio di arresto s_a (in m), è dato dalle leggi:

$$s_f = \frac{v^2}{250} \quad s_r = \frac{5}{18} t_r \quad s_a = s_f + s_r$$

essendo v la velocità del veicolo espressa in km/h, t_r il tempo di reazione misurato in secondi, e_f un coefficiente, detto di aderenza, che dipende dal fondo stradale.



- Considera le formule per s_f , s_r e riconosci in esse le varie relazioni di proporzionalità diretta, inversa e quadratica. In particolare, raddoppiando la velocità v che cosa puoi dire dello spazio di frenata s_f e dello spazio di reazione s_r ? Considera ora un tempo di reazione $t_r = 1,8$ s (conducente piuttosto distratto) e un coefficiente di aderenza $e_f = 0,4$ (fondo stradale bagnato).
 - Determina una formula semplificata che esprima s_a in funzione di v nel modello proposto. Determina quindi lo spazio di arresto di un'autovettura che si muove alla velocità di 90 km/h.
 - Se la distanza di sicurezza (che è uguale allo spazio di arresto) è di 36 m, a quale velocità v sta muovendo il veicolo?
 - Un veicolo si muove a una velocità v (in km/h) per cui, raddoppiando v , la distanza di sicurezza aumenta di 100 m. Qual è v ?
- Considera ora un tempo di reazione $t_r = 0,9$ s (conducente concentrato e attento) e un coefficiente di aderenza $e_f = 0,8$ (strada asciutta e in buone condizioni).
- Esprimi s_f in funzione di s_r . In particolare, a quale velocità lo spazio di frenata è di 20 m?
 - Esprimi s_a in funzione di s_r . In particolare, a quale velocità lo spazio di arresto è di 20 m?

AL LAVORO CON L'INTELLIGENZA ARTIFICIALE

Approfondisci gli argomenti proposti ponendo la seguente domanda al chatbot che preferisci.

- Quali sono i 6 motivi che influiscono maggiormente sul numero di incidenti tra i giovani e che sono legati alla frenata tardiva o assente da parte del conducente?
- Le risposte possono essere discusse in aula col docente o valutate in autonomia. Ce ne sono alcune che ritieni siano superficiali, errate o banali? Rifletti in maniera critica sulla bontà e utilità dei risultati ottenuti. Riassumi le risposte del chatbot e le tue considerazioni in una presentazione multimediale da condividere.

Usa lo svolgimento di questo compito di realtà come spunto per il tuo Capolavoro.

Risposte p. 512

285



4. Potenziamento degli elementi caratteristici

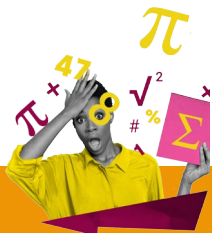


Potenziamento degli elementi caratteristici

In **Tutti i colori della matematica** teoria ed esercizi sono stati **profondamente rinnovati e adeguati** alle esigenze dei docenti.

Sono potenziati gli aspetti specifici del progetto, quali:

- collegamenti con la realtà e con le discipline d'indirizzo
- competenze



581 Acque di un lago. Un lago ha una superficie di 12 km^2 e una profondità media di 30 m.

- Determina quanti litri di acqua contiene il lago, esprimendo il risultato in notazione scientifica e individuandone l'ordine di grandezza.
- A causa di un incidente vengono versati nel lago 9 hL di una sostanza inquinante che si distribuisce uniformemente nelle sue acque. Affinché l'acqua del lago possa essere dichiarata sicura, la quantità di sostanza inquinante deve essere presente in proporzione non superiore a 2 parti su un miliardo. L'acqua del lago si può considerare ancora sicura dopo l'incidente? [a. $3,6 \cdot 10^{11} \text{ L}$; ordine di grandezza: 10^{11} L ; b. no]



582 Auto a benzina. Scrivi in notazione scientifica il numero di litri di benzina consumato annualmente per le autovetture in un paese di 50 milioni di abitanti, assumendo che ci sia un'automobile a benzina ogni 2 abitanti, che ciascuna automobile percorra in media 12 000 km all'anno e che con 1 L di benzina un'automobile percorra in media 15 km. Determina quindi l'ordine di grandezza del risultato.

[In notazione scientifica: $2 \cdot 10^{10} \text{ L/anno}$; ordine di grandezza: 10^{10} L/anno]

Compito di realtà

Ottone: una lega, mille applicazioni

L'ottone è una lega di rame (Cu) e zinco (Zn) molto versatile, tanto da essere utilizzata in moltissimi settori: per la realizzazione di apparecchiature elettriche, degli spartifiamma delle piastre di cottura, di radiatori, di rubinetti, di strumenti musicali, di oggetti di arredamento e di molto altro.

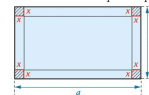
Generalmente la percentuale di rame varia dal 57% al 63% e la percentuale rimanente è di zinco.



- Qual è la percentuale di zinco se il rame è presente al 58%?
- Considera la lega al punto precedente. Quanti grammi di rame ci sono in 150 g di ottone?
- Se lo zinco è presente in una percentuale dal 40% al 60%, l'ottone risulta plastico ed è adatto ad essere impiegato in bigiotteria. Esprimi con una frazione ridotta ai minimi termini la quantità di rame presente in una lega che ha il 44% di zinco.
- Considera la lega al punto precedente. Quanti grammi di zinco sono presenti in un bracciale che pesa 40 grammi?
- Per evitare la formazione di trucioli molto lunghi in alcune lavorazioni si aggiunge alla lega del piombo (Pb), che in alcuni stati è stato vietato per i suoi effetti nocivi. Considera la lega al punto 1: qual è la sua nuova composizione se l'1% della lega viene sostituito da piombo e la percentuale di rame contenuta nella lega diminuisce dell'1%?

Realtà e modelli

527 La scatola. Si costruisce una scatola aperta a forma di parallelepipedo ritagliando dai quattro angoli di un cartoncino rettangolare di dimensioni a e b quattro quadrati di lato x e ripiegando il cartoncino.



Esprimi il volume della scatola tramite un polinomio ridotto, ordinato secondo le potenze decrescenti di x . Si tratta di un polinomio completo (rispetto a qualche variabile)? Omogeneo? Simmetrico? [a. $4x^3 - 2(a+b)x^2 + abx$]

528 Tinteggiare una parete. Vuoi ritinteggiare una parete della tua camera realizzando su una grande parete quadrata quattro quadrati colorati uguali. Decidi di affidare il lavoro a un imbianchino professionista che ti propone di applicare sulla zona della parete non occupata dai quadrati colorati una tinteggiatura a smalto murale a tinte chiare che costa 10 €/m², mentre per i quattro quadrati colorati ti propone una tinteggiatura a smalto murale a tinte forti che costa 8 €/m².

- Introduci opportune variabili ed esprimi in funzione di esse, tramite un polinomio espresso in forma normale, la spesa S che devi sostenere per effettuare il lavoro.
- Risulterebbe maggiore la spesa per una parete con lato 4 m, su cui fare dipingere quattro quadrati con lato 2 m oppure per una parete con lato 3 metri e 80 centimetri, su cui fare dipingere quattro quadrati con lato 1 m?

[a. Se x è la misura del lato del quadrato che rappresenta la parete e y è la misura di ciascuno dei quattro quadrati uguali, risulta $S = 10x^2 - 8y^2$; b. la spesa è maggiore nel secondo caso]

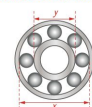


529 Cuscinetto a sfere. Luca ha in progetto un cuscinetto a sfere come quello in figura.

- Determina il polinomio che esprime il volume complessivo delle otto sfere indicate.
- Determina il volume delle otto sfere nel caso in cui risulti $x = 25 \text{ cm}$ e $y = 19 \text{ cm}$.

(Suggerimento: trova il raggio delle sfere e richiama la formula del volume di una sfera)

[a. $\frac{\pi}{6}(x-y)^3 \text{ cm}^3$; b. $36\pi \text{ cm}^3 = 113,1 \text{ cm}^3$]



Competenze - INVALSI

Verso le competenze - Invalsi UNITÀ 12

Verso le competenze Invalsi

1. Ogni esame universitario ha un «peso» dato dal numero di CFU (Crediti Formativi Universitari). La media pesata dei voti degli esami sostenuti si calcola nel modo seguente:

- si moltiplica il voto di ciascun esame per il relativo numero di CFU;
- si sommano tutti i prodotti così ottenuti;
- si divide il risultato per il numero totale di CFU.

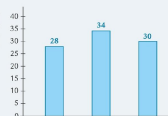
Voto	Numero di CFU
Esame 1	25
Esame 2	20
Esame 3	23
Esame 4	?

Nella tabella sono riportati i voti dei primi tre esami sostenuti da Giovanna. Quale voto deve prendere Giovanna nel prossimo esame (esame 4) da 12 CFU per avere una media pesata uguale a 25?

Risposta: _____

(Esempi di domande Invalsi al termine del secondo ciclo)

2. Il grafico riporta il numero di e-book reader (lettori di libri elettronici) venduti nei mesi di luglio, agosto e settembre da un negozio di informatica. Negli altri nove mesi dell'anno lo stesso negozio ha venduto in media 18 e-book reader al mese. Qual è il numero medio mensile di e-book reader venduti in quell'anno dal negozio?



[A] Circa 31

[B] Circa 28

[C] Circa 21

[D] Circa 24

(Prova Invalsi 2017)

3. Agli alunni di una classe viene chiesto per quanto tempo al giorno, in media, utilizzano la connessione a Internet con i loro dispositivi (PC, tablet, smartphone, ...). I risultati del sondaggio sono riportati in tabella. Qual tra le seguenti espressioni permette di calcolare il tempo medio giornaliero di connessione a Internet degli alunni della classe?

Minuti di connessione a Internet	Frequenze assolute
Da 0 minuti fino a 60 minuti	2
Più di 60 minuti fino a 120 minuti	4
Più di 120 minuti fino a 180 minuti	12
Più di 180 minuti fino a 300 minuti	8

[A] $\frac{30 \cdot 2 + 90 \cdot 4 + 150 \cdot 12 + 240 \cdot 8}{4}$

[B] $\frac{30 \cdot 2 + 90 \cdot 4 + 150 \cdot 12 + 240 \cdot 8}{2 + 4 + 12 + 8}$

[C] $\frac{60 \cdot 2 + 120 \cdot 4 + 180 \cdot 12 + 300 \cdot 8}{2 + 4 + 12 + 8}$

[D] $\frac{2 + 4 + 12 + 8}{4}$

(Prova Invalsi 2017)

4. Con una bilancia si è misurata 10 volte la massa di una lastra di alluminio ottenendo le seguenti misure in kilogrammi:

10,55	10,76	10,60	10,87	10,64	10,67	10,84	10,46	10,55	10,70
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Quale fra i seguenti indici statistici è quello più adatto a rappresentare la massa della lastra di alluminio?

[A] La moda

[E] La varianza

[B] La media aritmetica

[D] Lo scarto quadratico medio (o deviazione standard)

(Prova Invalsi 2017)

5. Lo stesso test di matematica è stato proposto a due diversi gruppi di studenti. Il primo gruppo, composto da 20 studenti, ha ottenuto un punteggio medio di 85 e il secondo, composto da 80 studenti, ha ottenuto un punteggio medio di 65. Qual è il punteggio medio ottenuto dai 100 studenti dei due gruppi? Scrivi i calcoli che fai per trovare la risposta e poi riporta il risultato.

Risultato: _____

(Prova Invalsi 2015)

371

Prova 3

Tempo: 1 ora

Cognome _____ Nome _____

Classe _____ Data _____

1. Quale delle seguenti frazioni numeriche rappresenta il doppio di 4^{-502} ?

A. $\square \frac{1}{8^{502}}$

B. $\square \frac{1}{2^{50}}$

C. $\square \frac{1}{2^{99}}$

D. $\square \frac{1}{2^{101}}$

2. Sia a un numero irrazionale qualsiasi. Quale delle affermazioni seguenti è certamente falsa (a prescindere cioè, dal numero irrazionale a)?

A. $\square a^2$ è un numero irrazionale

B. $\square a^2$ è un numero razionale

C. $\square a + 1$ è un numero irrazionale

D. $\square \sqrt{a}$ è un numero razionale

3. Stabilisci, aiutandoti con un disegno, il numero di assi di simmetria di un esagono regolare.

A. $\square 3$

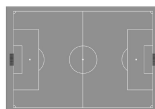
B. $\square 9$

C. $\square 6$

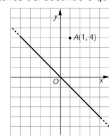
D. $\square 12$

4. Franco ha osservato questa singolare caratteristica del campo di calcio ove gioca le partite casalinghe: la metà del campo (individuata dalla riga trasversale di metà campo) è simile all'intero campo di gioco. Dato che la lunghezza del campo di calcio è 100 metri, qual è la sua larghezza?

- A. $\square 50$ m
B. $\square 60$ m
C. $\square 65$ m circa
D. $\square 70$ m circa



5. a. Quale dei seguenti punti è il corrispondente di A nella simmetria assiale avente per asse di simmetria la bisettrice del secondo e quarto quadrante?



A. $\square A'(-4, -1)$

B. $\square A'(-4, 1)$

C. $\square A'(-1, -4)$

D. $\square A'(4, 1)$

b. Completa l'equazione cartesiana dell'asse di simmetria (cioè della bisettrice del secondo e quarto quadrante).

Risposta: $y =$ _____

liberamente fotocopiable

Petrini - Tutti i colori della matematica © IT Scuola S.p.A., 2003

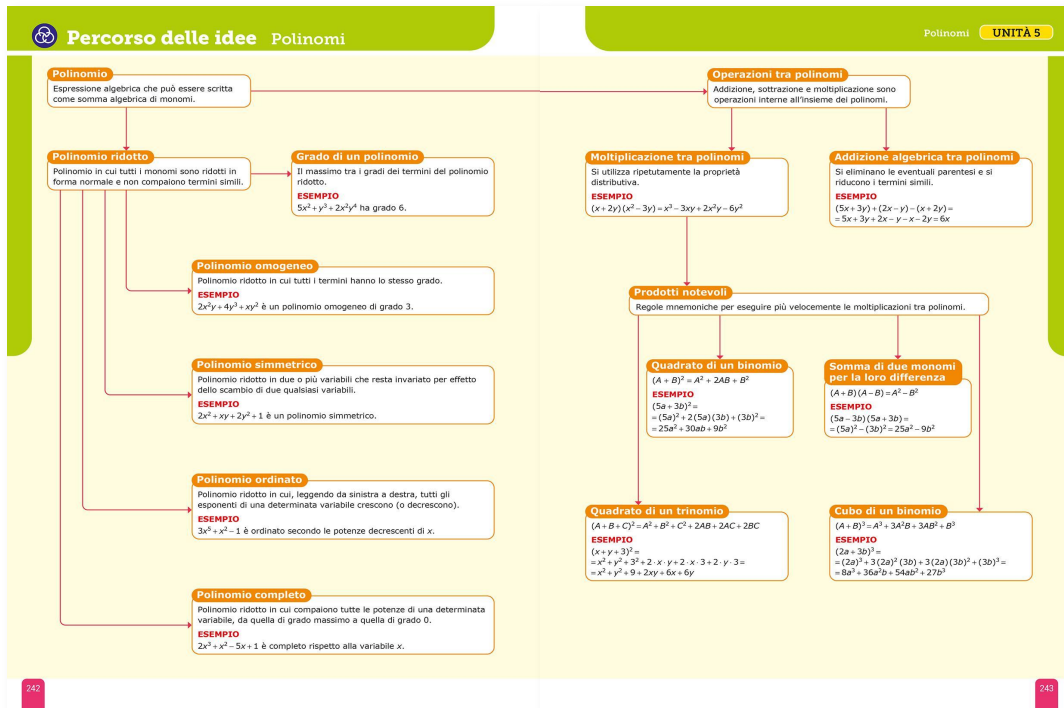
341

Alla fine di ogni unità si trovano **esercizi** orientati alle **competenze**, per allenarsi alla **Prova INVALSI**.

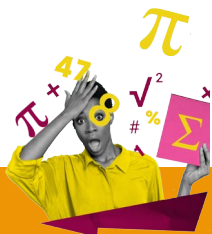
Nella guida sono presenti **3 simulazioni** di prove INVALSI con soluzioni.



I Percorsi delle idee



La teoria di ciascuna unità
si conclude con un
Percorso delle idee
in font ad alta leggibilità.



La prova di autoverifica

UNITÀ 9 Equazioni di primo grado

Prova di autoverifica

Equazioni di primo grado

1 Vero o falso?

- l'equazione $5x + 4 = -1$ non ha soluzioni nell'insieme $\mathbb{Z}$
- le due equazioni $2x + 3 = -1$ e $x + 15 = 17$ sono equivalenti
- l'equazione $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$ è un'identità
- -1 è una soluzione dell'equazione $-1 + 2x = -3$
- l'equazione $(x + 2)^2 = x^2 + 3x + 1$ ha grado 2

☐ V ☐ F
☐ V ☐ F
☐ V ☐ F
☐ V ☐ F

Test

2 Quale delle seguenti equazioni nell'incognita x è intera e letterale?

- ☐ A $\frac{1}{k} - 2 = x$ ☐ B $x^2 - \frac{1}{k} = \frac{1}{x}$ ☐ C $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 3x$ ☐ D $\frac{1}{2} - x = 4$

3 Individua l'equazione nell'incognita n che corrisponde al modello algebrico del seguente problema:

«La somma di un numero naturale n con il doppio del suo successivo è uguale al quadruplo del precedente di n ».

- ☐ A $n + 2n + 1 = 4n - 1$ ☐ B $n + 2 + (n + 1) = 4 + (n - 1)$
☐ C $n + 2(n + 1) = 4(n - 1)$ ☐ D Nessuna delle precedenti

Risolvi le seguenti equazioni.

4 $-3(5 - 2(x - 1)) = 2(3 - 2(x + 2))$

5 $5x - (3x + 1) = (x + 2)^2 - x^2 - 2(x + 3)$

6 $-3(x - 2) = (x + 3)^2 - x^2 - 3(3x + 1)$

7 $\frac{x-5}{4} - \frac{x-4}{5} = -\frac{1}{10}(x+4) - \frac{x-1}{20}$

8 Oggi il negozio di abbigliamento di Monica ha incassato 1380 euro. Sapendo che l'incasso di oggi è stato il 15% in più dell'incasso medio del negozio, qual è l'incasso medio?

Rispondi impostando e risolvendo un'equazione.

9 Un gruppo di studenti della scuola secondaria di primo grado partecipa ai laboratori di orientamento organizzati dalla scuola secondaria di secondo grado. Un terzo del gruppo partecipa al laboratorio per ottico, un quarto a quello per odontotecnico, un quinto a quello per la gestione delle acque e i 13 studenti rimanenti a quello per i servizi culturali e dello spettacolo. Quanti studenti partecipano complessivamente ai laboratori di orientamento?



Valutazione

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Totale
Punteggio massimo	0,25 · 5 = 1,25	0,75	0,75	1	1	1	1,25	1,5	1,5	10
Punteggio ottenuto										

Tempo indicativo: 1 ora

Risposte p. 559

328

Equazioni di primo grado

Fila A

Tempo: 1 ora
Cognome Nome
Classe Data

1 Vero o falso?

- le equazioni $2x + 1 = 1$ e $2x + 1 + \frac{1}{x} = 1 + \frac{1}{x}$ non sono equivalenti ☐ V ☐ F
- l'equazione $x^2 + 1 + 2x = 2x + x^2 + 3$ è di secondo grado ☐ V ☐ F
- l'equazione $\frac{3}{2}x + \frac{4}{5} = 0$ è intera a coefficienti interi ☐ V ☐ F
- l'equazione $ax = b$, con $a = b = 0$, è indeterminata ☐ V ☐ F
- un'equazione indeterminata non è necessariamente un'identità ☐ V ☐ F

Test

2 Quale delle seguenti equazioni ammette come soluzione $x = -1$?

- ☐ A $3x + 2 = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ ☐ C $3x + 2 = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$
☐ B $3x - 2 = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ ☐ D $3x - 2 = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$

3 Individua l'equazione che corrisponde al modello algebrico del problema: «Il doppio del successivo di un numero naturale è 0,5».

- ☐ A $2x + 1 = \frac{1}{2}$ ☐ C $2x - 1 + \frac{1}{2} = 0$
☐ B $2(x + 1) = \frac{1}{2}$ ☐ D $2(x + 1) + \frac{1}{2} = 0$

Risolvi le seguenti equazioni.

4 $12(x - 4) + 3(2 - x) = 48$

5 $x^2 - (x + 1)^2 = -2(x + 2) + 3$

6 $\frac{1}{2}(6x + 3) - 5 = -\frac{1}{3}(9x + 6)$

7 $\frac{x-1}{2} + \frac{2-x}{3} = \frac{1}{6}y$

8 Un albergo ha 60 camere. Arrivano 3 gruppi di turisti da suddividere nelle diverse camere, in modo che il secondo gruppo abbia 4 stanze in più del primo e il terzo gruppo abbia il doppio delle camere del secondo. Quante camere vanno assegnate a ciascun gruppo?

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8	Totale
Punteggio	0,25 · 5 = 1,25	1	1	1	1,25	1,25	1,25	2	10
Punteggio ottenuto									

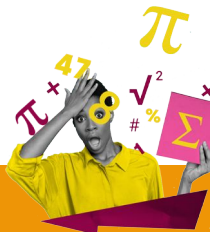
210

liberamente fotocopiable

Petrini - Tutti i colori della matematica © D Scuola S.p.A., 2023

La **prova di autoverifica** con autovalutazione è collocata a fine unità.

Le verifiche presenti sulla guida sono state rinnovate a partire dalle prove di autoverifica.





5. Oltre ai volumi



Oltre ai volumi: i Quaderni di inclusione e recupero

Insieme Q e operazioni in Q

A Lezione 5

SINTESI VISUALE

Numero razionale assoluto

Insieme di tutte le frazioni equivalenti a una frazione data.

ESEMPLI

$\frac{3}{4}, \frac{10}{8}, \frac{15}{12}$ sono rappresentazioni diverse dello stesso numero razionale definito dall'insieme $\left\{ \frac{5}{4}, \frac{10}{8}, \frac{15}{12}, \dots \right\}$

Insieme Q dei numeri razionali

Insieme costituito dal numero zero e da tutti i numeri che si ottengono associando a ciascun numero razionale assoluto due numeri, uno **positivo** preceduto dal segno + e uno **negativo** preceduto dal segno -.



Operazioni tra numeri razionali assoluti, espressi da frazioni

Operazione	Come è definita	ESEMPLI
Addizione e sottrazione	$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{[m.c.m.(b,d) : b] \cdot a \pm [m.c.m.(b,d) : d] \cdot c}{m.c.m.(b,d)}$	$\frac{3}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 3 + 4 \cdot 1}{12} = \frac{13}{12}$
Moltiplicazione	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$	$\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{3} = \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{15}{18}$
Divisione	$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$ - Reciproco di $\frac{c}{d}$	$\frac{1}{3} : \frac{2}{5} = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{6}$

Operazioni tra numeri razionali (relativi)

Le regole di calcolo tra numeri razionali assoluti si estendono all'insieme Q dei numeri razionali, applicando le stesse regole dei segni viste in Z.

ESEMPLI

$$-\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = -\frac{4}{12} + \frac{3}{12} = -\frac{1}{12} \quad \left(-\frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{4} \right) = -\frac{15}{12} \quad \left(-\frac{1}{3} \right) \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) = \left(-\frac{1}{3} \right) \cdot \left(-\frac{2}{1} \right) = \frac{2}{3}$$

Si trasforma in moltiplicazione, trovando il reciproco del divisore

Potenze nell'insieme dei numeri razionali

Le potenze con esponente positivo o nullo sono definite nell'insieme dei numeri razionali in modo analogo a quanto visto in Z; in Q si definiscono anche le potenze con esponente negativo.

Potenza a esponente intero negativo	ESEMPLI
$a^{-n} = \left(\frac{1}{a} \right)^n$ con $a \neq 0, n \in \mathbb{N} - \{0\}$	Esponente opposto $\left(-\frac{1}{3} \right)^{-3} = \left(-\frac{3}{1} \right)^3 = -27$ Base reciproca $\left(-\frac{1}{3} \right)^{-2} = \left(-\frac{3}{1} \right)^2 = \frac{9}{16}$

Lezione 6 C Esercizi da svolgere

DE

Autovalutazione

- Rappresenta, per elencazione, l'insieme $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è multiplo di } 4 \text{ e } 20 < x < 40\}$.
- Rappresenta, mediante una proprietà caratteristica, l'insieme $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$.

Dati gli insiemi A e B, stabilisci se A è un sottoinsieme di B e, in caso affermativo, specifica se si tratta di un sottoinsieme proprio o improprio.

- $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 5\}$ $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x \leq 4\}$
- $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 3\}$ $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x \leq 3\}$
- $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 3\}$ $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x \leq 3\}$

Inserisci il simbolo opportuno, scelto fra $\in, \notin, \subset, \supset, \subsetneq, \supsetneq, \subseteq, \supseteq$, in modo da ottenere una scrittura corretta.

- $3 \dots \mathbb{N}$ $11 \dots \{\text{numeri pari}\}$ $\{2\} \dots \{1, 2, 3\}$ $\mathbb{N} \dots \{2\}$
- $\{1, 2, 4\} \dots \{1, 2, 5\}$ $\mathbb{Z} \dots \mathbb{N}$ $\{\text{multipli di } 6\} \dots \{\text{multipli di } 12\}$ $\emptyset \dots \mathbb{N}$

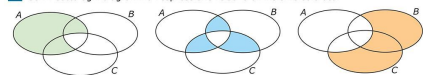
Dati gli insiemi $A = \{a, b, c, d\}$ e $B = \{a, m, c, d, n\}$, rappresenta per elencazione e mediante diagrammi di Venn gli insiemi $A \cap B$ e $A \cup B$.

Dati gli insiemi $A = \{x \mid x \text{ è una vocale della parola «unione»}\}$ e $B = \{x \mid x \text{ è una vocale della parola «ragione»}\}$, rappresenta, per elencazione, gli insiemi $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$.

Dati gli insiemi $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{c, d\}$, $C = \{a, b, d\}$, determina, per elencazione: $A - B$, $B - A$, $(A \cup B) \cap C$, $A \cup (B \cap C)$.

È vero che $A - B = B - A$? E che $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$?

Scrivi sotto ogni diagramma l'espressione relativa all'insieme colorato.



Dati gli insiemi $A = \{a, b, c\}$ e $B = \{x, y, z\}$, rappresenta, per elencazione, gli insiemi $A \times B$ e $B \times A$.

11 (Inviti) Su 100 alunni di una scuola, 82 alunni si interessano di calcio, 26 si interessano di basket, 10 non si interessano né di calcio né di basket.

Scrivi nella opportuna zona del diagramma il numero di studenti che si interessano sia di calcio sia di basket. [18]

(Prova Invalsi 2014)



12 (Problemi e modelli) Da un sondaggio tra gli abitanti di una città italiana è emerso che durante l'estate sono andati in vacanza:

- il 57% al mare;
- il 25% solo in montagna;
- il 27% in città d'arte;
- il 2% sia al mare, sia in montagna, sia in città d'arte;
- il 15% al mare e in montagna, ma non in città d'arte;
- il 14% al mare e in città d'arte;
- il 5% in montagna e in città d'arte.

Qual è la percentuale di coloro che non sono andati in vacanza?

[5%]

I Quaderni di inclusione e recupero sono:

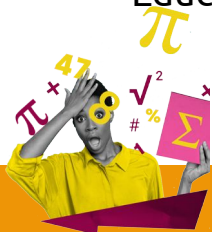
- organizzati in **lezioni** visuali, seguite da **esercizi** guidati e da svolgere per raggiungere le competenze di base
- interattivi** e contengono lezioni digitali e video aggiuntivi



La Guida per l'insegnante

La Guida per l'insegnante contiene:

- Indicazioni didattiche
- Esplorazioni in GeoGebra
- Verifiche
- Simulazioni di prove INVALSI
- Compiti di realtà
- Attività di Educazione civica



Numeri razionali e introduzione ai numeri reali

Fila A

Tempo: 1 ora

Cognome _____ Nome _____
Classe _____ Data _____

1 Vero o falso?

- a. $\sqrt{2}$ è un numero razionale ☐ V ☐ F
b. il numero $6 \cdot 10^8$ ha ordine di grandezza 10^7 ☐ V ☐ F
c. l'opposto del reciproco di 2 è -2 ☐ V ☐ F
d. qualsiasi numero razionale diverso da 0 ammette reciproco ☐ V ☐ F

Test

2. Quale delle seguenti uguaglianze è falsa?

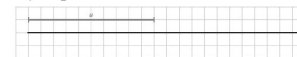
- A. $\frac{1}{2} < \frac{1}{4}$ B. $\frac{7}{8} < \frac{6}{7}$
C. $\frac{5}{6} > \frac{3}{4}$ D. $-\frac{3}{4} > -1$

3. Individua l'unico numero razionale:

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\sqrt{3} - 1$ D. $\sqrt{3}^2$

4. Disponi in ordine crescente i seguenti numeri razionali e rappresentali, poi, sulla retta nel modo più preciso possibile:

$+\frac{1}{4}$; $-\frac{3}{2}$; 0; +0,5; +1,3; +80%; -0,6; -1; +1; $+\frac{1}{2}$



Calcola il valore delle seguenti espressioni.

5. $\left[\left(-\frac{1}{2} \right)^5 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^3 \right] : \left(-\frac{1}{2} \right)^6 - \left(-\frac{1}{2} \right)^3 - \left(-\frac{1}{2} \right)^3$
6. $\left(\frac{11}{14} - \frac{28}{27} + \frac{45}{49} \right) : \frac{5}{12} - \left(\frac{7}{135} \right) \cdot \frac{9}{2} + \frac{1}{2}$
7. $-\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right) : \left(\frac{1}{5} \right)^{-2} + \left(\frac{1}{20} - \frac{5}{4} \right) : \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)^{-1} + \left(-\frac{3}{5} \right)^6 : \left(-\frac{3}{5} \right)$

8. La massa della Terra è circa $5,98 \cdot 10^{24}$ kg e la massa di restre.

- a. Esprimi in notazione scientifica la massa di Venere.
b. Determina l'ordine di grandezza della massa di Venere.

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio	0,25	0,4	1	0,75	0,75	0,2
Punteggio ottenuto						

liberamente fotocopiable

Pertini - Tutti i colori

Parte A: Sviluppo sostenibile

I profondi cambiamenti provocati dall'uomo agli ultimi 150 anni, il cosiddetto Antropocene, e le conseguenti alterazioni sul clima e sull'ambiente, hanno portato a che punto lo sviluppo globale sia sostenibile in generale e per quella umana in particolare sfide senza precedenti che hanno come obiettivo la protezione del patrimonio naturale e, al contempo, il miglioramento delle condizioni di vita di larghe fasce della popolazione, con l'accesso insufficiente a risorse primarie come l'acqua, l'energia, la sanità e l'energia. Le proposte che seguono mirano a stimolare la consapevolezza e la riflessione su questi temi e di veicolare il messaggio della necessità di cambiare le nostre abitudini e stili di vita che non è

Attività 1: Il consumo del suolo, un tappeto sempre più piccolo

Argomento: Educazione Ambientale e tutela del territorio

• **Tematiche di riferimento:** legge n. 92 del 20 del 31/08/2014, Agenda 2030 obiettivo 15: Vita sulla Terra (trapiantare l'attuazione di una gestione sostenibile delle foreste, fermare la deforestazione, promuovere le foreste degradate [...], ripristinare i terreni degradati [...]) e sforzarsi di realizzare un mondo senza degrado [...]) garantire la conservazione degli ecosistemi marini e la loro biodiversità, al fine di migliorare le loro prestazioni che sono essenziali per lo sviluppo

• **Obiettivi specifici di apprendimento:** conoscere e convertire le varie unità di misura per le superfici; saper lavorare con le percentuali; saper leggere grafici (a torta, a dispersione) e tabelle; conoscere di tasso di variazione di una grandezza; calcolare i dati relativi (e.g. consumo di suolo pro-capite o quante familiarità con l'estensione delle regioni italiane)

• **Materiali e fonti:** vedi note nel documento.
• **Prerequisiti disciplinari:** percentuali; elementi di statistica descrittiva (media, rappresentazione e lettura dei grafici).

Introduzione

Il 22 luglio del 2022 è stato presentato l'ultimo rapporto annuale sul consumo del suolo nel nostro Paese, redatto dal Sistema Nazionale per la Protezione dell'Ambiente (SINPA). Il documento porta all'attenzione di cittadini e istituzioni l'impatto globale della cementificazione di aree sempre più vaste, un fenomeno che ai giorni nostri, purtroppo, non manca di palesarsi

https://www.sinpambiente.it/wp-content/uploads/2022/07/Rapporto_consumo_di_suolo_2022.pdf

liberamente fotocopiable

Pertini - Tutti i colori della matematica © D Scuola S.p.A., 2023

DOMANDE

- Utilizzando i dati in **Tabella 2** determina la percentuale nazionale di suolo consumato.
- Aiutandoti con un foglio di calcolo elettronico, realizza un semplice grafico che mostri come è distribuito geograficamente il suolo consumato.

Il passo successivo è confrontare il **consumo relativo** di suolo: è infatti naturale aspettarsi che le regioni più popolate (e con più servizi e infrastrutture) siano anche quelle in cui venga consumato più suolo. A parità di abitanti, come si modificerebbero i dati?

La situazione è illustrata dal grafico in **Figura 1**, in cui il suolo consumato in ciascuna regione è stato diviso per il numero di abitanti. Il valore medio relativo all'Italia è di 2,1 metri quadrati per abitanti.

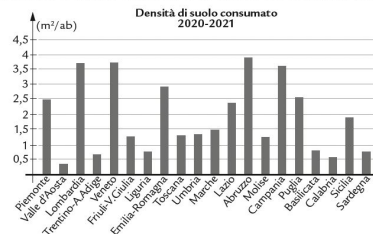


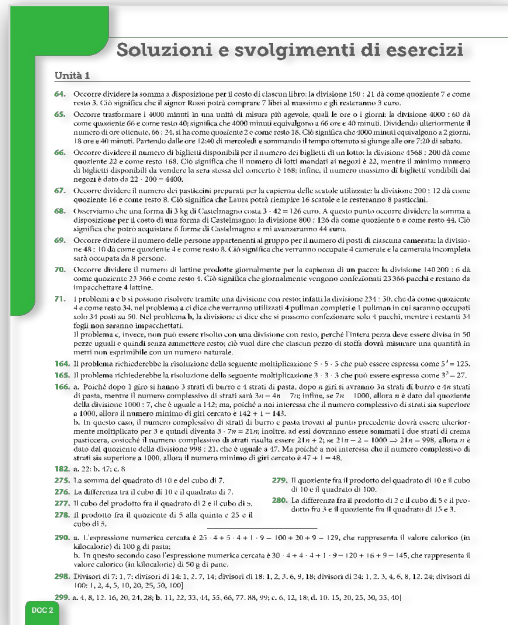
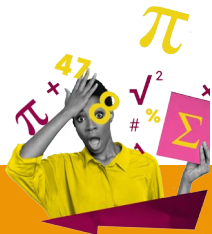
Figura 1 Suolo consumato per regione e per abitante tra il 2020 e il 2021*

L'eBook DOC

Per tutti i volumi è disponibile anche la versione **LIBRO DOC** in formato digitale (eBook docente) per il docente.

Negli eBook in versione DOC
il docente ha a disposizione:

- le **soluzioni in pagina** di tutti gli esercizi
 - le **risoluzioni degli esercizi di realtà e modelli e d'indirizzo**
- a fondo volume per il docente.



Nuove risorse digitali

Tutti i colori della matematica offre tanti strumenti, per la personalizzazione della didattica, e risorse digitali accessibili sia dal sito del libro che dall'eBook.

- Video di Elia Bombardelli
- Ragiona sul video
- Costruzioni e attività in GeoGebra
- Figure animate
- approfondimenti
- Schede di matematica nella realtà
- Schede di matematica nella storia
- Esercizi interattivi
- Lezioni digitali
- DEAFlix



Dimostrare applicando uno dei tre criteri di congruenza dei triangoli

Dimostrare applicando uno dei tre criteri di congruenza dei triangoli

Ipotesi: $\hat{B}HA = 90^\circ$, $HK \cong AH$
Tesi: $ABH \cong BKH$, ABK isoscele

Dimostrazione

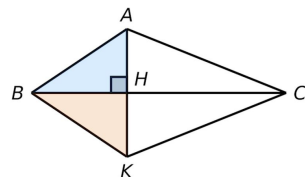
$\hat{B}HK = 90^\circ$, perché $AK \perp BC$

$\hat{B}HA \cong \hat{B}HK$, perché entrambi angoli retti

$AH \cong KH$, per ipotesi

BH in comune

$BAH \cong BKH$, per il primo criterio di congruenza dei triangoli



Primo criterio di congruenza dei triangoli (criterio LAL)

Due triangoli che hanno due lati e l'angolo fra essi compreso ordinatamente congruenti sono congruenti.

Il corredo digitale del Quaderno di recupero

- Lezioni digitali
- Video sui concetti base

The image displays three overlapping screenshots of a digital learning interface for solving linear equations. The interface is organized into three main sections: 1. DA SAPERE (What you need to know), 2. COME SI FA (How to do it), and 3. ORA TOCCA A TE (Now it's your turn).

Section 1: DA SAPERE (What you need to know)

Risoluzione delle equazioni di primo grado numeriche intere

Vediamo come si risolvono le equazioni di primo grado numeriche intere (dette anche **equazioni lineari**).

RICHIAMI DI TEORIA

Equazioni della forma $ax = b$

Le più semplici equazioni di primo grado nell'incognita x che si possono presentare sono quelle di tipo $ax = b$, dove a e b sono numeri reali con $a \neq 0$. Le equazioni di questo tipo si risolvono immediatamente: basta dividere i due membri dell'equazione per a (principio di equivalenza). Per esempio:

$$3x = -2 \text{ equivale a } \frac{3x}{3} = \frac{-2}{3} \text{ da cui } x = -\frac{2}{3}$$
$$-2x = 6 \text{ equivale a } \frac{-2x}{-2} = \frac{6}{-2} \text{ da cui } x = -3$$

Section 2: COME SI FA (How to do it)

Risoluzione delle equazioni di primo grado numeriche intere

Guarda il video in cui si risolve un'equazione di primo grado numerica intera a coefficienti frazionari.

VIDEO

Come si fa?
di Ella Bombardelli

RAZIONA SUL VIDEO

Section 3: ORA TOCCA A TE (Now it's your turn)

Cerca sul tuo libro di testo dove vengono trattate le equazioni di primo grado numeriche intere, in particolare **come risolverle**.

ESERCIZI GUIDATI

Scarica la scheda e svolgi gli esercizi guidati. [Scarica](#)

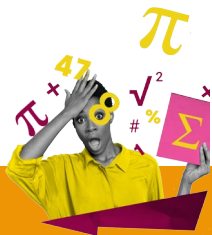
METTITI ALLA PROVA

Assegna a ogni passaggio il principio che permette di svolgere l'equazione.

1° principio di equivalenza **Proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione** **2° principio di equivalenza**

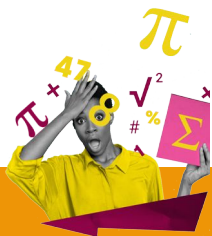
$$\frac{2}{3}(x - 2) = x + \frac{1}{2}$$
$$\frac{2}{3}x - \frac{4}{3} = x + \frac{1}{2} \quad \left(\text{ } \right)$$
$$\frac{2}{3}x - x = \frac{1}{2} + \frac{4}{3} \Rightarrow -\frac{1}{3}x = 5 \quad \left(\text{ } \right)$$
$$-4 \cdot \left(-\frac{1}{3}x\right) = 5 \cdot (-4) \Rightarrow x = -20 \quad \left(\text{ } \right)$$

☒ Conferma



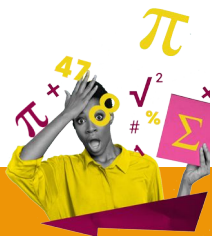
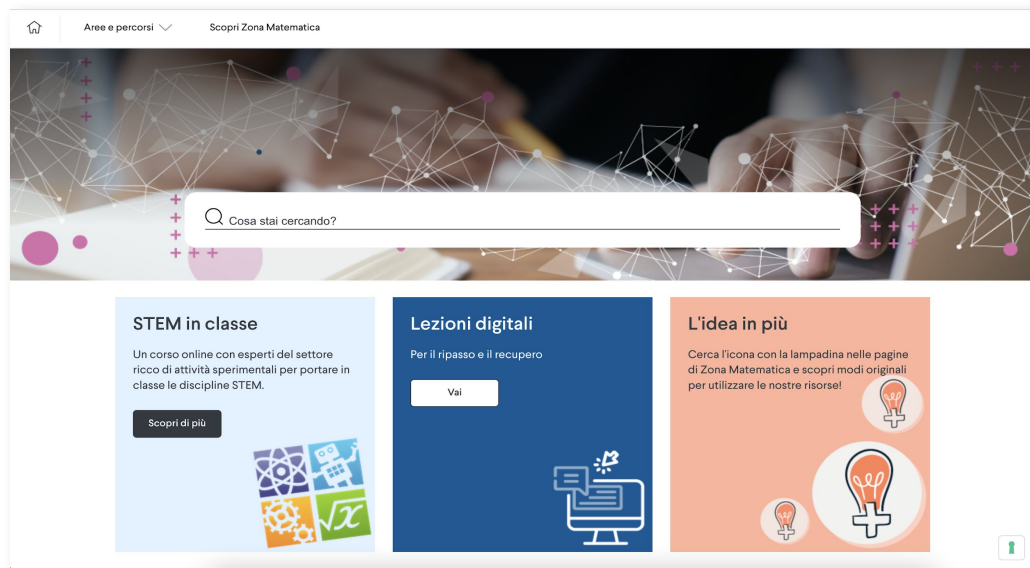
La nuova risorsa **DEAFLIX**

32 playlist d'autore con più di 500 video che affrontano gli argomenti fondamentali della matematica della Scuola Secondaria di Secondo Grado.

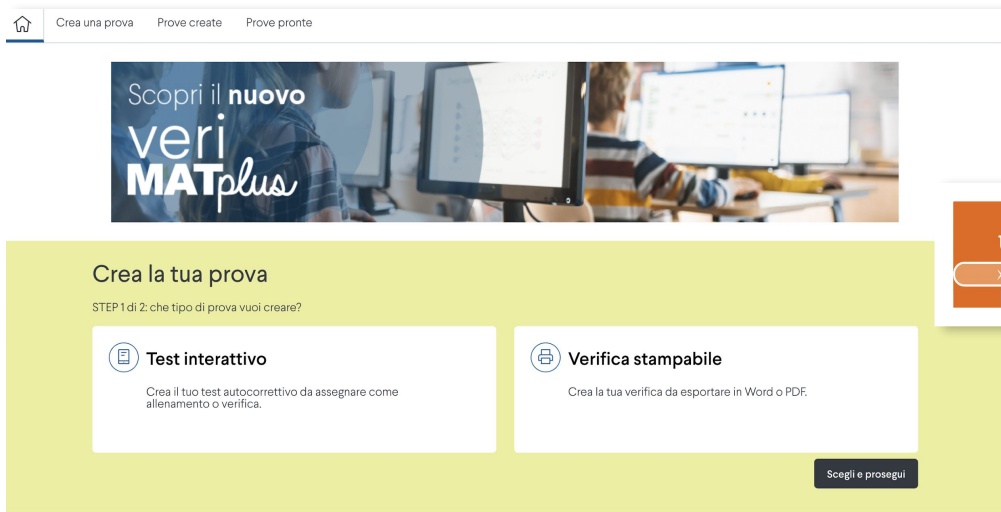


Il portale ZONA **Matematica**

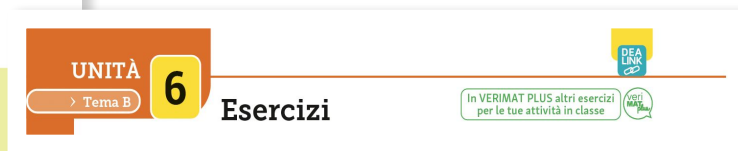
Zona Matematica, portale disciplinare dedicato ai docenti con lezioni digitali, compiti di realtà, video, attività laboratoriali, attività con GeoGebra e altro ancora per una didattica innovativa e inclusiva.



VeriMat PLUS, strumento per il docente per creare test interattivi e verifiche stampabili a partire da un database con migliaia di esercizi. Con centinaia di prove pronte, anche per la didattica inclusiva.



The screenshot shows the VeriMat PLUS web interface. At the top, there is a navigation bar with a home icon and three links: 'Crea una prova', 'Prove create', and 'Prove pronte'. Below the navigation bar is a banner with the text 'Scopri il nuovo veriMATplus' and an image of students in a classroom. The main section is titled 'Crea la tua prova' and includes the subtitle 'STEP 1 di 2: che tipo di prova vuoi creare?'. There are two options: 'Test interattivo' (Interactive test) and 'Verifica stampabile' (Printable verification). The 'Test interattivo' option includes the text 'Crea il tuo test autocorrettivo da assegnare come allenamento o verifica.' The 'Verifica stampabile' option includes the text 'Crea la tua verifica da esportare in Word o PDF.' At the bottom right of the main section is a button labeled 'Scegli e prosegui'.



The banner is for 'UNITÀ 6' (Unit 6) and is titled 'Esercizi' (Exercises). It features a yellow square with the number '6' and a button labeled 'Tema B'. To the right, there is a small icon of a book and a text box that says 'In VERIMAT PLUS altri esercizi per le tue attività in classe' (In VERIMAT PLUS other exercises for your activities in class).



L'ambiente digitale per preparare gli studenti alla **Prova INVALSI** con palestre di allenamento e simulazioni a tempo.

MATEMATICA PALESTRA INVALSI Rette nel piano cartesiano ARGOMENTO: Rette nel piano cartesiano

ESERCIZIO 4
Che cosa rappresenta, nel piano cartesiano Oxy , l'equazione $x = -11$?

A ☐ Un punto sull'asse delle ordinate.
B ☐ Un punto sull'asse delle ascisse.
C ☐ Una retta parallela all'asse y .
D ☐ Una retta parallela all'asse x .

[Interrompi](#) [Conferma \(1 di 3\)](#)

1 2 3 **4** 5 6

MATEMATICA PALESTRA INVALSI

Il tuo risultato è:

2 risposte corrette su 6

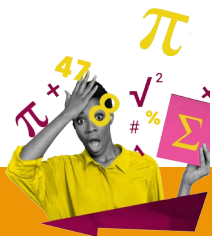
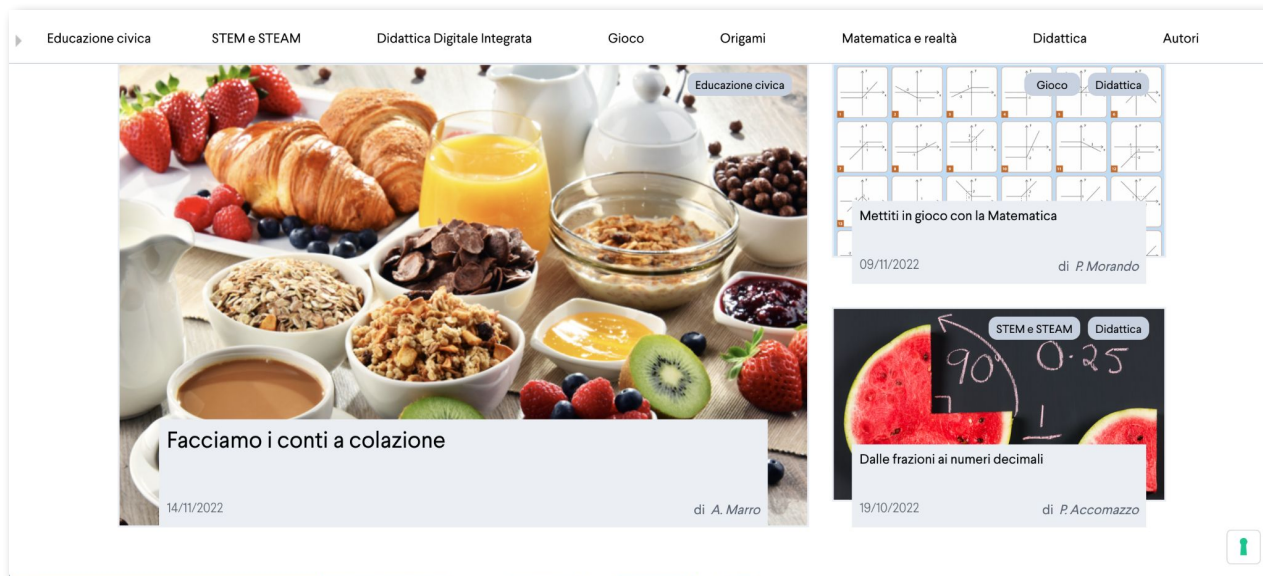
Esercizio 1: **CORRETTO**
Esercizio 2: **NON CORRETTO**
Esercizio 3: **NON CORRETTO**
Esercizio 4: **CORRETTO**
Esercizio 5: **NON CORRETTO**
Esercizio 6: **NON CORRETTO**

[Le tue risposte](#)



DLIVE matematica

Il blog con articoli e spunti da portare in classe, approfondimenti di esperti e formatori.

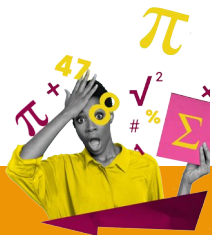


IL SITO DEL LIBRO

Il **sito del libro** per docente e studente con tutte le risorse digitali, suddivise per indice e per argomento.

IL DIGITALE PER IL DOCENTE

1. eBook in versione DOC con materiali in più per il docente
2. **chiavetta USB** contenente l'Easy eBook per il docente



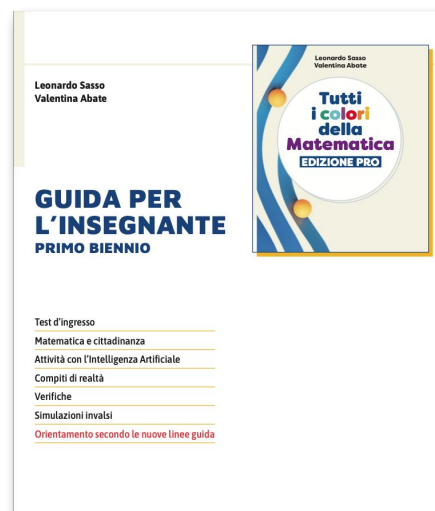
Le configurazioni dell'edizione bianca: volumi per anno



Volume 1 + Quaderno di
inclusione e recupero

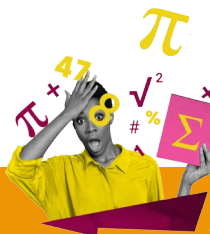


Volume 2 + Quaderno di
inclusione e recupero



Guida per l'insegnante

OPPURE...



INSEGNARE MATEMATICA

Le configurazioni dell'edizione bianca: volumi per anno



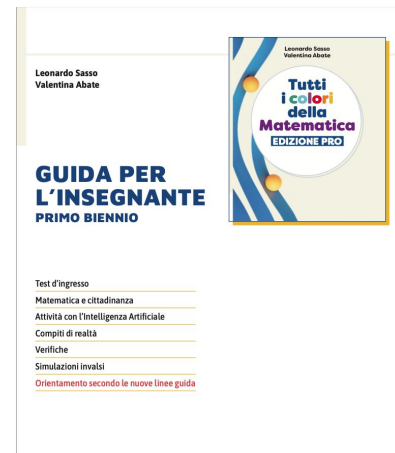
Algebra 1 + Quaderno di
inclusione e recupero



Algebra 2 + Quaderno di
inclusione e recupero



Lezioni visuali di geometria



Guida per l'insegnante





DEASCUOLA

INSEGNARE MATEMATICA

GRAZIE

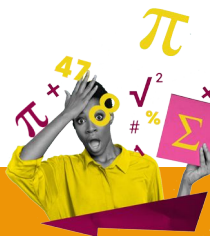
SPAZIO ALLE DOMANDE



Scopri “Tutti i colori della Matematica Edizione PRO”

Consulta la [scheda sul sito](#)

Contatta il tuo agente di zona:
<https://deascuola.it/rete-commerciale/>



I prossimi appuntamenti

<https://formazione.deascuola.it/insegnare-matematica-ss2g/>

Webinar

INSEGNARE MATEMATICA

**Insegnare con... Tutti i colori
della Matematica edizione
Rossa**

20 Marzo 2024, 15:00

con: Leonardo Sasso



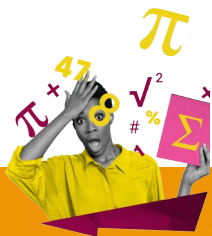
Webinar

INSEGNARE MATEMATICA

**Esame di Stato: la seconda
prova di Matematica per il
liceo scientifico**

23 Aprile 2024, 15:00

con: Leonardo Sasso



INSEGNARE MATEMATICA