

INSEGNARE MATEMATICA



INSEGNARE MATEMATICA

WEBINAR

Maturità 2022: in preparazione alla seconda prova scritta per il liceo scientifico

Relatori: Leonardo Sasso, Claudio Zanone



Di cosa parleremo

1. Riflessioni sulla maturità
2. Spunti e indicazioni per preparare le tracce d'esame
3. Presentazione delle simulazioni di seconda prova da noi preparate



1. La normativa



PROVA D'ESAME – PREDISPOSIZIONE DELLA PROVA

La predisposizione della prova è affidata **ai singoli Istituti**, in modo da tenere conto di quanto effettivamente svolto, anche in considerazione dell'emergenza sanitaria. Entro il 22 giugno i docenti che insegnano Matematica e che fanno parte delle commissioni d'Esame dovranno elaborare **tre proposte di tracce**. Tra queste tre proposte sarà sorteggiata, il giorno della prova, la traccia che sarà svolta da tutte le classi coinvolte.



PROVA D'ESAME – STRUTTURA E DURATA

- La prova consiste nella risoluzione, a scelta del candidato, di **un problema** (scelto tra due) e di **quattro quesiti** (scelti tra otto).
- La prova può avere una durata **tra le quattro e le sei ore**. Ciascuna sottocommissione, entro il giorno 21 giugno 2022, definisce collegialmente la durata della prova.



PROVA D'ESAME – FINALITÀ (DAL QUADRO DI RIFERIMENTO)

La prova è finalizzata ad accertare l'acquisizione dei **principali concetti e metodi della matematica di base**, anche in prospettiva storico-critica, in relazione ai contenuti previsti dalle vigenti Indicazioni Nazionali per l'intero percorso di studio del Liceo Scientifico e dettagliati nel relativo quadro di riferimento. In particolare la prova mira a rilevare la comprensione e la padronanza del metodo dimostrativo nei vari ambiti della matematica e la capacità di **argomentare** correttamente applicando metodi e concetti matematici, attraverso l'uso del ragionamento logico.



PROVA D'ESAME – CONTENUTI (DAL QUADRO DI RIFERIMENTO)

Nuclei tematici fondamentali
ARITMETICA E ALGEBRA Rappresentazioni dei numeri e operazioni aritmetiche Algebra dei polinomi Equazioni, disequazioni e sistemi GEOMETRIA EUCLIDEA E CARTESIANA Triangoli, cerchi, parallelogrammi Funzioni circolari Sistemi di riferimento e luoghi geometrici Figure geometriche nel piano e nello spazio INSIEMI E FUNZIONI Proprietà delle funzioni e delle successioni Funzioni e successioni elementari Calcolo differenziale Calcolo integrale PROBABILITÀ E STATISTICA Probabilità di un evento Dipendenza probabilistica Statistica descrittiva



PROVA D'ESAME – UTILIZZO DELLA CALCOLATRICE GRAFICA

L'Articolo 20, comma 11 dell'O.M. riporta quanto segue.

Ai fini dello svolgimento della seconda prova scritta è consentito l'uso delle calcolatrici scientifiche e/o grafiche elencate in allegato alla nota del MIUR - Direzione generale per gli ordinamenti scolastici e la valutazione del s.n.i. 30 marzo 2018, n. 5641, aggiornata con nota del MIUR - Direzione generale per gli ordinamenti scolastici e la valutazione del s.n.i. 30 ottobre 2019, n. 22274. Per consentire alla commissione d'esame il controllo dei dispositivi in uso, i candidati che intendono avvalersi della calcolatrice devono consegnarla alla commissione in occasione dello svolgimento della prima prova scritta.



PROVA D'ESAME – VALUTAZIONE

L'Articolo 21, comma 2 dell'O.M. riporta quanto segue.

Per il corrente anno la sottocommissione dispone di un massimo quindici punti per la prima prova scritta e di dieci punti per la seconda prova scritta. Il punteggio è attribuito dall'intera sottocommissione, compreso il presidente, secondo le griglie di valutazione elaborate dalla commissione ai sensi del quadro di riferimento allegato al d.m. 1095 del 21 novembre 2019, per la prima prova e dei quadri di riferimento allegati al d.m. n. 769 del 2018, per la seconda prova; tale punteggio, espresso in ventesimi come previsto dalle suddette griglie, è convertito sulla base delle tabelle 2 e 3, di cui all'allegato C alla presente ordinanza.



PROVA D'ESAME – VALUTAZIONE

Il d.m. 769 del 2018 contiene la griglia di valutazione, i cui indicatori saranno declinati in descrittori a cura delle commissioni.

Indicatore <i>(correlato agli obiettivi della prova)</i>	Punteggio max per ogni indicatore (totale 20)
Comprendere Analizzare la situazione problematica. Identificare i dati ed interpretarli. Effettuare gli eventuali collegamenti e adoperare i codici grafico-simbolici necessari.	5
Individuare Conoscere i concetti matematici utili alla soluzione. Analizzare possibili strategie risolutive ed individuare la strategia più adatta.	6
Sviluppare il processo risolutivo Risolvere la situazione problematica in maniera coerente, completa e corretta, applicando le regole ed eseguendo i calcoli necessari.	5
Argomentare Commentare e giustificare opportunamente la scelta della strategia risolutiva, i passaggi fondamentali del processo esecutivo e la coerenza dei risultati al contesto del problema.	4



2. Le nostre scelte



SULLA BASE DI QUALI SCELTE ABBIAMO COSTRUITO LE SIMULAZIONI?

- Livello di difficoltà medio-basso, in considerazione della situazione degli ultimi anni.
- Problemi articolati in punti tra loro indipendenti.
- Tipologia dei problemi: tradizionali, a partire dall'analisi di un grafico e (in misura minore) di modellizzazione.
- Contenuti: sono stati privilegiati quelli del quinto anno; per rispettare la normativa sono stati evitati collegamenti con la Fisica e argomenti non previsti dal quadro di riferimento (volumi, equazioni differenziali).
- In alcuni punti dei problemi è richiesto l'uso della calcolatrice grafica.



COME ABBIAMO INTERPRETATO LE GRIGLIE DI VALUTAZIONE?

Il nodo dei primi due indicatori

Indicatore <i>(correlato agli obiettivi della prova)</i>	Punteggio max per ogni indicatore (totale 20)
Comprendere Analizzare la situazione problematica. Identificare i dati ed interpretarli. Effettuare gli eventuali collegamenti e adoperare i codici grafico-simbolici necessari.	5
Individuare Conoscere i concetti matematici utili alla soluzione. Analizzare possibili strategie risolutive ed individuare la strategia più adatta.	6



ZONA**Matematica**

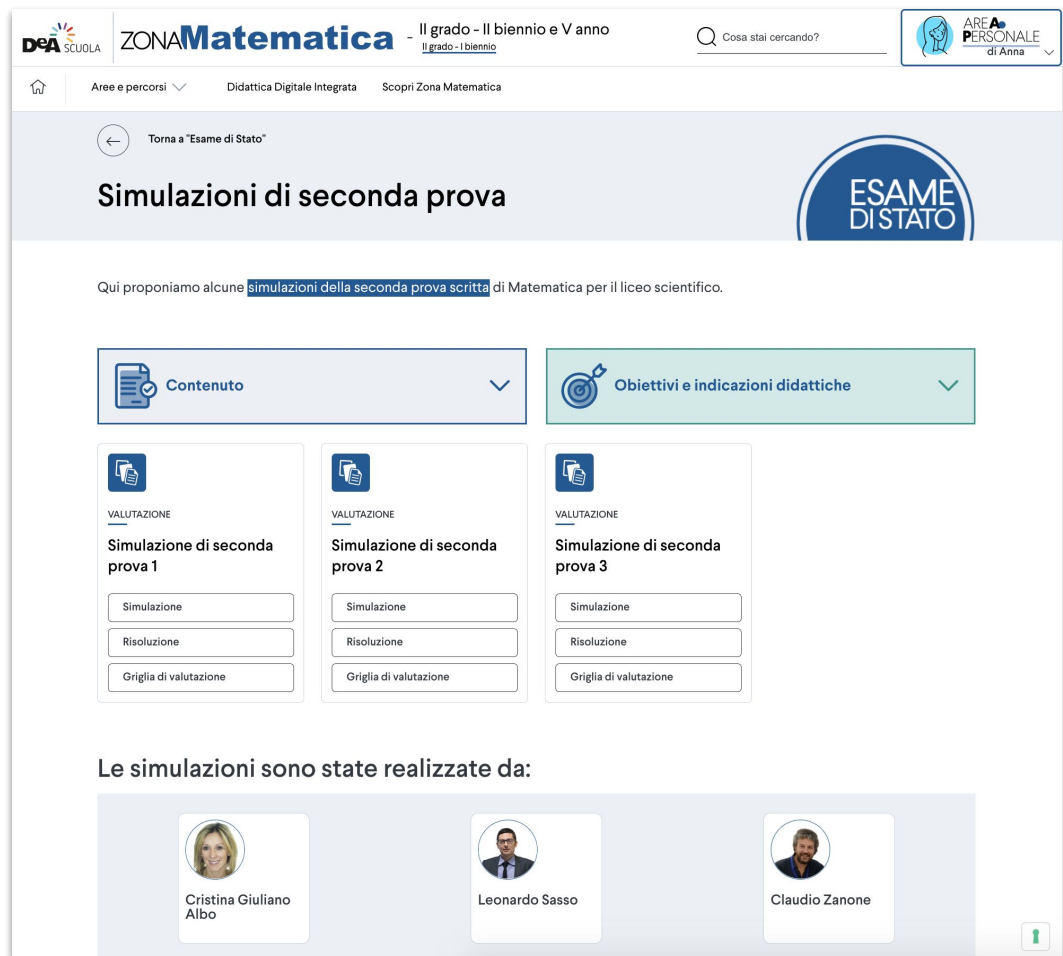


Area [Esame di Stato](#) con:

- simulazioni di seconda prova
- videosimulazione di Elia Bombardelli
- video di Elia Bombardelli
- richiami di teoria
- guida ai metodi risolutivi
- simulazioni e prove ministeriali



LA NOSTRA PROPOSTA PER LA SECONDA PROVA



The screenshot shows the 'ZONA Matematica' website interface. At the top, there's a navigation bar with the DeA Scuola logo, the title 'ZONA Matematica', and a search bar. Below the navigation bar, there's a section titled 'Simulazioni di seconda prova' with a 'Torna a "Esame di Stato"' link. The main content area lists three simulation options: 'Simulazione di seconda prova 1', 'Simulazione di seconda prova 2', and 'Simulazione di seconda prova 3'. Each option has a 'Simulazione' button, a 'Risoluzione' button, and a 'Griglia di valutazione' button. Below the simulation options, there's a section titled 'Le simulazioni sono state realizzate da:' featuring three profiles: Cristina Giuliano Albo, Leonardo Sasso, and Claudio Zanone.

Simulazioni di seconda prova





SIMULAZIONI MODIFICABILI

In [VeriMat](#)

- simulazioni di seconda prova modificabili
- esercizi della categoria ESAME per creare prove personalizzate

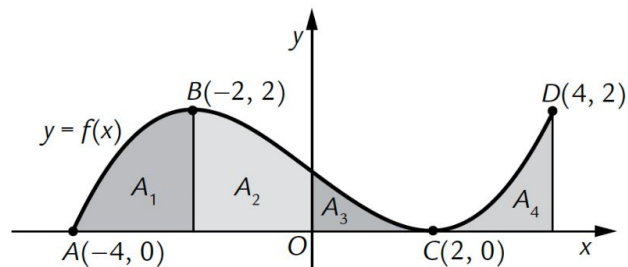


Problema 1

La figura mostra il grafico Γ della funzione derivabile $y = f(x)$ per $x \in [-4, 4]$. Γ presenta due punti stazionari in B e C e le aree delle regioni di piano A_1 , A_2 , A_3 e A_4 sono rispettivamente $\frac{11}{4}$, $\frac{13}{4}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{4}$.

Sia F la funzione integrale di f relativa al punto $x = 0$:

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt$$



1 Calcola $F(-4)$, $F(-2)$, $F(0)$, $F(2)$ e $F(4)$. Individua i punti di massimo, di minimo e di flesso della funzione F , quindi traccia il suo grafico. Determina l'equazione della retta t tangente al grafico di F nel suo punto di ascissa 4.

2 Deduci, motivando adeguatamente le risposte, il valore dei seguenti integrali:

a. $\int_{-2}^{+2} x f(x^2) dx$

b. $\int_{-2}^{+4} f(|x|) dx$

c. $\int_{-1}^3 f(2x - 2) dx$

3 Verifica che la funzione F soddisfa le ipotesi del teorema di Lagrange nell'intervallo $[-4, 4]$ e determina il numero dei valori c che soddisfano la tesi del teorema stesso.

4 Supponendo che la funzione $f(x)$ sia un polinomio di terzo grado, determina l'espressione analitica della funzione integrale $F(x)$ e calcola l'area della regione di piano delimitata dal grafico di F , dalla retta t e dalla retta di equazione $y = -6$.

Simulazione 1



Problema 2

Considera le curve di equazione:

$$f(x) = e^{\frac{x^2+ax}{x^2+a}}, \quad \text{con } a > 0.$$

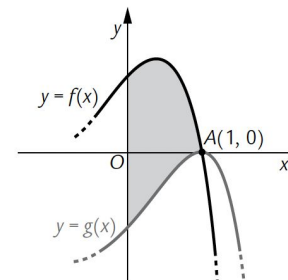
- 1** Determina le coordinate dei punti A e B (con $x_A < x_B$) per i quali passano tutte le curve del fascio e verifica che tutte sono tangenti in A alla stessa retta t . Scrivi l'equazione di t .
- 2** Determina il valore del parametro a per il quale la funzione ha un punto stazionario in $x = 3$. Assumi, d'ora in avanti, di avere $a = 3$, studia la funzione corrispondente fino alla derivata prima e tracciane il grafico. Sulla base delle informazioni note, quanti potrebbero essere i punti di flesso per la funzione? Motiva la risposta e poi, aiutandoti con la calcolatrice grafica, stabilisci il numero esatto.
- 3** Detta s la retta tangente al grafico della curva in B , calcola l'ampiezza dell'angolo acuto formato dalle rette s e t . Esprimi il risultato in gradi e primi sessagesimali.
- 4** Deduci da f le caratteristiche principali della funzione $g(x) = \ln f(x)$ e tracciane il grafico. Scrivi l'espressione analitica della funzione g e calcola l'area della regione finita di piano delimitata dal grafico di g e dalla retta r tangente al suo grafico in $x = 0$.

Simulazione 1



Questionario

1 La figura mostra le curve di equazione $f(x) = (1 - x^2)e^x$ e $g(x)$ che è una primitiva di f . Individua l'espressione analitica di g e calcola l'area della porzione di piano colorata.



2 Nello spazio, riferito a un sistema di assi cartesiani ortogonali, sono date le rette $r: \begin{cases} x - 2 = 2z \\ y = 1 \end{cases}$ e $s: \begin{cases} x = y + 1 \\ z = 2y \end{cases}$.

Determina l'equazione del piano che contiene la retta r e risulta parallelo alla retta s .

3 Data la funzione $f(x) = x \log_2 x - x - 1$, spiega perché essa non è invertibile in tutto il suo dominio. Dopo aver verificato che la funzione si annulla per $x = \alpha$, con $2 < \alpha < 3$, mostra che invece la funzione è invertibile nell'intervallo $(\alpha, +\infty)$. Detta $F(x)$ la funzione inversa di $f(x)$ in tale intervallo, scrivi l'equazione della retta tangente al grafico di $F(x)$ nel punto di ascissa 3.

4 Determina per quale/i valore/i di k la tangente al grafico della funzione $f(x) = \ln x^2$ nel punto di ascissa $x = k$ passa per l'origine degli assi.

5 Data una funzione del tipo $f(x) = \frac{k}{1 + x^2}$, stabilisci se può essere considerata come funzione densità di probabilità di una variabile aleatoria X . In caso affermativo, determina il valore di k affinché essa lo sia, calcola il valor medio e la probabilità che $0 < X < 1$. In caso negativo, spiega esaurientemente perché.

6 Individua il punto della parabola di equazione $x = 1 - y^2$ più vicino al punto $A(1, 3)$.

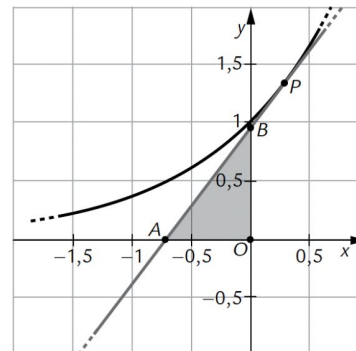
7 Classifica i punti di non derivabilità della funzione $f(x) = x^{\frac{2}{3}} - x^2$ e della funzione $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

8 Calcola il seguente limite: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\int_4^{x^2} \sqrt{1 + \sin \pi t} dt}{x^2 - 4}$.

Simulazione 1



Problema 1



In figura è mostrato il grafico della funzione $f(x) = e^x$, con la sua retta tangente in un punto P di ascissa $k \in \mathbf{R}$. I punti A e B sono le intersezioni della retta tangente con gli assi.

1 Per quale valore di k la tangente passa per l'origine?
Di conseguenza, stabilisci per quali valori di k il triangolo OAB occupa il secondo quadrante e per quali valori di k esso occupa il quarto quadrante.

2 Determina l'espressione della funzione $a = a(k)$ che fornisce il valore dell'area del triangolo OAB , al variare di k .
Studia la funzione ottenuta fino a tracciarne il grafico, spiegando in particolare se essa ammette:

- asintoti;
- massimi o minimi relativi o assoluti;
- flessi.

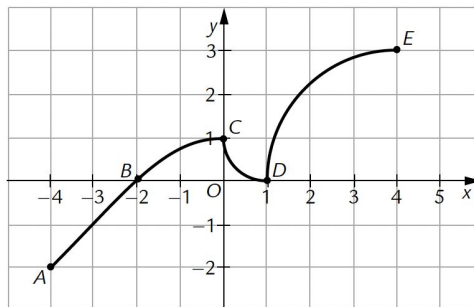
3 Limitando superiormente il dominio della funzione in maniera opportuna, è possibile fare in modo che il suo punto di massimo diventi assoluto: con l'aiuto della calcolatrice grafica, trova il più grande valore con due cifre decimali che l'estremo superiore del dominio può assumere, affinché tale condizione sia verificata.

4 Mostra che l'area compresa tra il grafico della funzione $a(k)$ e l'asse delle ascisse, per valori di k minori o uguali dell'unico zero della funzione, assume un valore finito, che ti è richiesto di calcolare.

Simulazione 3



Problema 2



In figura è mostrato il grafico di una funzione $y = f(x)$, definita nell'intervallo $[-4, 4]$. La curva è composta dai seguenti quattro tratti:

- AB , un segmento di retta;
- BC , un arco di parabola, con vertice in C ;
- CD , un quarto di circonferenza;
- DE , un quarto di circonferenza.

1 Scrivi l'espressione analitica della funzione e studia la sua derivabilità, con particolare riferimento a quanto si verifica nei punti di raccordo tra i vari tratti sopra elencati e negli estremi della curva: fornisci giustificazioni grafiche e analitiche. Individua i punti di massimo e di minimo relativi e assoluti della funzione.

2 Traccia un grafico qualitativo della funzione $y = f'(x)$, motivando opportunamente le tue scelte.

3 Stabilisci graficamente il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = x + k$, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

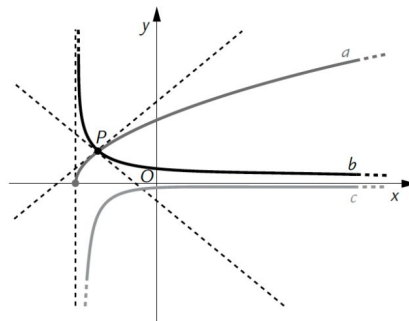
4 Considera la funzione $F(x) = \int_{-4}^x f(t)dt$, con $x \in [-4, 4]$: senza effettuare calcoli, determina i valori di $F(-4)$, $F(-2)$, $F(0)$, $F(1)$, $F(4)$ e traccia un grafico qualitativo di $F(x)$. Considera infine la restrizione di $F(x)$ all'intervallo $[-4, 0]$, scrivi la sua espressione analitica e disegna il suo grafico preciso.

Simulazione 3



Questionario

1 In figura sono disegnati i grafici di una funzione $f(x)$ e delle sue derivate $f'(x)$ e $f''(x)$. Due di essi si incontrano nel punto P , nel quale sono state tracciate le corrispondenti rette tangenti.



- Associa a ogni funzione il rispettivo grafico.
- Sapendo che $f'(x) = \frac{1}{f(x)}$, determina l'ordinata di P e i coefficienti angolari delle due tangenti.

2 Siano f e g funzioni continue sull'intervallo $[a, b]$ e derivabili in (a, b) . Verifica che la funzione:

$$H(x) = f(x)(g(b) - g(a)) - g(x)(f(b) - f(a)) - f(a)g(b) + f(b)g(a)$$

soddisfa le ipotesi del teorema di Rolle in $[a, b]$.

Calcola quindi $H'(x)$ nel punto c di cui il teorema garantisce l'esistenza: a quale relazione deve soddisfare c ?

3 Determina l'equazione della retta tangente al grafico della funzione

$$f(x) = \cos x \left(1 + \int_0^x \frac{\cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)}{t^2 + 1} dt \right)$$

nel punto di ascissa $x = 0$.

4 Considera la funzione $f(x) = \begin{cases} nx^{n-1} & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$, con n numero naturale non nullo.

Verifica che definisce la densità di probabilità di una variabile aleatoria X , quindi determina:

- il più piccolo valore di n per cui la variabile aleatoria X ha valore medio maggiore di 0,9;
- il più piccolo valore di n per cui la probabilità che risulti $0 \leq X \leq \frac{1}{2}$ è inferiore all'1%.

Simulazione 3



5 Nello spazio riferito a un sistema di assi cartesiani ortogonali considera i tre punti:

$$A(-2\sqrt{3}, 0, 0)$$

$$B(2\sqrt{3}, 0, 0)$$

$$C(0, 6, 0)$$

Verifica che il triangolo ABC è equilatero e determina il punto D , avente quota positiva, tale che la piramide avente come base ABC e come vertice D sia un tetraedro regolare. Scrivi l'equazione della superficie sferica circoscritta al tetraedro.

6 Data la funzione $f(x) = \begin{cases} e^{x+a} & x \leq 2 \\ \frac{bx-1}{2x-1} & x > 2 \end{cases}$, determina i valori da assegnare ai parametri

a e b affinché essa sia continua e derivabile per $x = 2$. La funzione così ottenuta presenta asintoti?

7 Da un disco di ottone di raggio R assegnato (**Fig. a**) si ricava un settore circolare di ampiezza α che costituisce lo sviluppo del cono di una coppa conica (**Fig. b**). Quale deve essere il valore di α affinché la capacità della coppa sia massima?

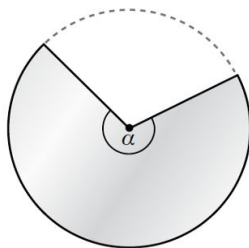


Fig. a



Fig. b

8 Considera gli integrali

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + k^2} \text{ e } \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x dx}{x^2 + k^2}, \text{ con } k \in \mathbf{R}.$$

Discuti la loro convergenza al variare del parametro k .

Simulazione 3



Problema 1

Considera la funzione $f_k: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da: $f_k(x) = (x^2 + 2x + k)e^{-x}$ dove k è un parametro reale.

1 Scrivi le equazioni delle due rette t_1 e t_2 , tangenti rispettivamente al grafico della funzione f_k e al suo simmetrico rispetto all'asse y , nel punto in cui tali grafici intersecano l'asse y stesso. Per quali valori di k le due rette t_1 e t_2 sono perpendicolari?

2 Determina per quali valori di k la funzione f_k :

- a. ha grafico tangente all'asse x ;
- b. presenta un punto di massimo e un punto di minimo;
- c. è convessa in tutto il suo dominio.

3 Traccia il grafico della funzione f nei seguenti due casi:

- a. quando $k = 1$
- b. quando $k = 2$

Stabilisci quindi il numero delle soluzioni reali delle seguenti equazioni, giustificando le risposte:

$$x^2 + 2x + 1 = e^x \quad x^2 + 2x + 1 = \frac{3}{2}e^x \quad x^2 + 2x + 2 = 100e^x$$

4 Supponi ora $k = 1$. Quanto vale l'area della regione finita di piano, contenuta nel secondo quadrante, delimitata dal grafico della funzione f_1 e dal grafico della funzione $g(x) = e^{-x}$? L'area della regione di piano, contenuta nel primo quadrante, delimitata dal grafico di f_1 e dall'asse x è finita o infinita? Giustifica la risposta.

Simulazione 2



Problema 2

La seguente funzione esprime approssimativamente l'andamento dei nuovi casi registrati giornalmente nella prima ondata di Covid-19 in Italia:

$$y = f(t) = \frac{ke^{-\frac{9}{50}t}}{(1 + 175e^{-\frac{9}{50}t})^2}, \text{ con } t \geq 0, \text{ dove } k = 4\,252\,500$$

La variabile t rappresenta il tempo, misurato in giorni, con $t = 1$ corrisponde al primo giorno in cui sono stati registrati i dati sul Covid-19 dalla protezione civile, il 24 febbraio 2020 (giorno che, nel proseguimento del problema, identificheremo come primo giorno di epidemia). La funzione è stata calcolata per interpolazione, in base ai dati registrati nei primi 30 giorni di epidemia.

1 Traccia un grafico qualitativo della funzione f , prescindendo dal problema (cioè considerando t una variabile reale) ed effettuando lo studio fino alla derivata prima. Secondo il modello proposto, con quale velocità stanno crescendo i nuovi contagi giornalieri nel decimo giorno di epidemia? Sempre secondo il modello proposto, dopo quanti giorni dall'inizio dell'epidemia si registra il picco giornaliero di nuovi contagi?

2 Deduci con sole considerazioni logiche, a partire dal grafico della funzione f , un grafico qualitativo della funzione $y = f'(t)$. Qual è il significato della funzione f' nel contesto del problema, cioè in relazione all'evoluzione dell'epidemia?

Simulazione 2



3 Considera ora la funzione:

$$F(t) = \int_0^t f(x)dx, \text{ con } t \geq 0$$

Determina la sua espressione analitica e tracciane un grafico qualitativo. Qual è il significato della funzione F nel contesto del problema? Secondo il modello espresso dalla funzione F , quanti contagi vengono registrati complessivamente nei primi 30 giorni di epidemia? Qual è il significato dell'asintoto orizzontale della funzione F in relazione all'evoluzione dell'epidemia? Dopo 60 giorni si può affermare di essere nella fase di esaurimento dell'epidemia? Giustifica adeguatamente le risposte.

4 Il modello fornito dalla funzione $y = f(t)$ non è naturalmente l'unico possibile. Stabilisci, giustificando la risposta, in quali tra le seguenti famiglie di funzioni, considerate per $t > 0$, potrebbe essere cercato un modello alternativo a quello espresso dalla funzione f :

a. $y = ae^{-bt^2}$ con $a > 0, b > 0$

b. $y = ate^{-bt^2}$ con $a > 0, b > 0$

c. $y = \frac{1}{at + bt^2}$ con $a > 0, b > 0$

d. $y = \frac{at}{1 + bt^2}$ con $a > 0, b > 0$

Determina infine, in una delle famiglie che hai individuato, la funzione che presenta il picco nello stesso giorno previsto dalla funzione f e che ha approssimativamente lo stesso valore di picco (approssima il valore del picco dei contagi fornito da f alle migliaia).

Simulazione 2



Questionario

1 Considera i quattro punti $A(0, 1, 1)$, $B(2, 2, 1)$, $C(0, 2, 1)$ e $D(1, 0, 0)$. Determina sulla retta CD il punto P per cui la somma $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$ è minima.

2 Determina l'equazione della retta parallela alla bisettrice del primo e del terzo quadrante, tangente al grafico della funzione di equazione $y = \frac{1}{x^4}$. Quanto vale l'area della regione di piano contenuta nel primo quadrante, delimitata dal grafico della funzione, dall'asse x e dalla parabola di equazione $y = x^2$?

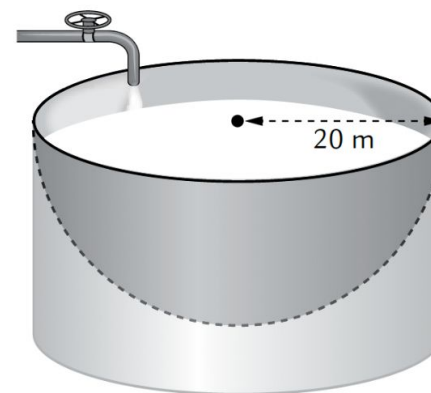
3 Studia la continuità e la derivabilità della funzione così definita:

$$f(x) = \begin{cases} |(x-1)^2(x-3)| & x \geq 0 \\ \frac{\sin x}{x} & x < 0 \end{cases}$$

È possibile applicare alla funzione f il teorema di Lagrange nell'intervallo $[1, 3]$? E nell'intervallo $[1, 4]$?

4 Un serbatoio a forma di semisfera, di raggio 20 m, viene riempito di acqua alla velocità di $25 \text{ m}^3/\text{min}$. A quale velocità sta crescendo il livello dell'acqua nel serbatoio, quando l'altezza dell'acqua è a 10 m dal fondo?

(Suggerimento: ricorda che il volume di un segmento sferico di altezza h , appartenente a una sfera di raggio r , è $\frac{\pi h^2}{3}(3r - h)$)



Simulazione 2



5 Determina il minor numero di lanci necessari per avere almeno il 50% di probabilità di realizzare un doppio sei nel lancio di una coppia di dadi regolari.

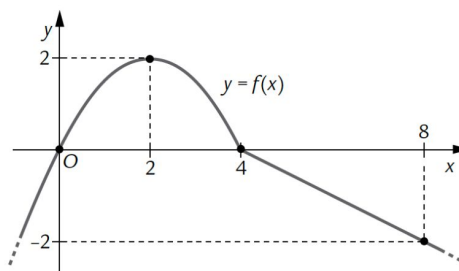
6 Sia f una funzione continua nell'intervallo $[-1, 1]$, che soddisfa alle condizioni:

$$f(-1) = 3 \quad f(1) = -5 \quad \int_{-1}^1 f(x) dx = 8$$

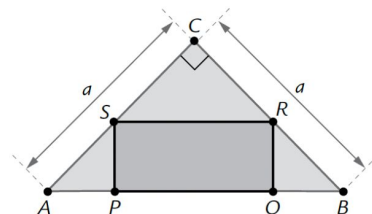
Stabilisci se:

- a.** esiste un punto $c \in (-1, 1)$ tale che $f(c) = e$;
- b.** esiste un punto $d \in [-1, 1]$ tale che $f(d) = 4$.

7 In figura è tracciato il grafico di una funzione $y = f(x)$, costituito per $x \leq 4$ da un arco di parabola e per $x \geq 4$ da una semiretta. Considera la funzione $F(x) = \int_0^x f(t) dt$. Senza determinare esplicitamente l'espressione analitica di $F(x)$, scrivi l'equazione della retta tangente al grafico di $F(x)$ nel punto di ascissa $x = 7$.



8 Il rettangolo $PQRS$ in figura è inscritto nel triangolo rettangolo isoscele ABC , in cui i cateti misurano a . Stabilisci se la seguente affermazione è vera o falsa, giustificando adeguatamente la risposta: «Il cilindro che si ottiene da una rotazione completa del rettangolo $PQRS$ intorno ad AB ha volume massimo quando il rettangolo $PQRS$ ha area massima».



Simulazione 2



Esempio di griglia

Indicatori	Livelli	Descrittori	Evidenze			Punti
			Problema 1	Problema 2	Quesiti	
Comprendere Analizzare la situazione problematica. Identificare i dati ed interpretarli. Effettuare gli eventuali collegamenti e adoperare i codici grafico-simbolici necessari.	L1	Esamina la situazione proposta in modo superficiale o frammentario. Formula ipotesi esplicative non adeguate. Non riconosce modelli o analogie o leggi.	☐ Comprende le richieste del problema. ☐ Interpreta geometricamente la derivata in un punto.	☐ Comprende le richieste del problema. ☐ Interpreta le caratteristiche del grafico della funzione f per tracciare l'andamento del grafico della derivata prima.	☐ 1 ☐ 2	0 - 5
	L2	Esamina la situazione proposta in modo parziale. Formula ipotesi esplicative non del tutto adeguate. Riconosce modelli o analogie o leggi in modo non sempre appropriato.	☐ Interpreta le condizioni di esistenza di un punto di estremo relativo in termini di condizioni sulla derivata prima. ☐ Interpreta la condizione di convessità in termini di condizioni sulla derivata seconda.	☐ Interpreta le caratteristiche del grafico della funzione f per tracciare l'andamento del grafico della funzione integrale.	☐ 3 ☐ 4	6 - 12
	L3	Esamina la situazione proposta in modo quasi completo. Formula ipotesi esplicative complessivamente adeguate. Riconosce modelli o analogie o leggi in modo generalmente appropriato.	☐ Interpreta i grafici delle funzioni per dedurre il numero delle soluzioni delle equazioni proposte.	☐ Interpreta i risultati ottenuti dallo studio delle funzioni per trarre conclusioni sull'andamento dell'epidemia.	☐ 5 ☐ 6 ☐ 7	13 - 19
	L4	Esamina criticamente la situazione proposta in modo completo ed esauriente. Formula ipotesi esplicative adeguate. Riconosce modelli o analogie o leggi in modo appropriato.	☐ Interpreta geometricamente l'integrale definito. ☐ Utilizza il linguaggio simbolico.	☐ Utilizza il linguaggio simbolico.	☐ 8	20 - 25
Individuare Conoscere i concetti matematici utili alla soluzione. Analizzare possibili strategie risolutive ed individuare la strategia più adatta.	L1	Non conosce o conosce solo parzialmente i concetti matematici utili alla soluzione del problema e non è in grado di individuare relazioni tra le variabili in gioco. Non imposta correttamente il procedimento risolutivo e non riesce a individuare gli strumenti formali opportuni.	☐ Conosce la formula per determinare l'equazione della retta tangente. ☐ Conosce il concetto di asintoto.	☐ Conosce il concetto di asintoto. ☐ Conosce il concetto di funzione derivata.	☐ 1 ☐ 2	0 - 6
	L2	Conosce superficialmente i concetti matematici utili alla soluzione del problema e usa con una certa difficoltà le relazioni tra le variabili. Non riesce a impostare correttamente il procedimento risolutivo e individua con difficoltà e qualche errore gli strumenti formali opportuni.	☐ Conosce i concetti di punto di estremo relativo e di punto di flesso. ☐ Conosce il concetto di integrale definito.	☐ Conosce i concetti di punto di estremo relativo e di punto di flesso.	☐ 3 ☐ 4	7 - 15
	L3	Conosce i concetti matematici utili alla soluzione del problema e dimostra di conoscere le possibili relazioni tra le variabili, che utilizza in modo adeguato. Individua le strategie risolutive, anche se non sempre le più adeguate ed efficienti, e individua gli strumenti di lavoro formali opportuni.		☐ Conosce i concetti di integrale definito e indefinito. ☐ Conosce il concetto di funzione integrale.	☐ 5 ☐ 6 ☐ 7	16 - 24
	L4	Conosce e padroneggia i concetti matematici utili alla soluzione del problema, formula congetture, effettua chiari collegamenti logici e utilizza nel modo migliore le relazioni matematiche note. Individua strategie di lavoro adeguate ed efficienti e procedure risolutive anche non standard.			☐ 8	25 - 30



Esempio di griglia

Sviluppare il processo risolutivo Risolvere la situazione problematica in maniera coerente, completa e corretta, applicando le regole ed eseguendo i calcoli necessari.	L1	Formalizza situazioni problematiche in modo superficiale. Non applica gli strumenti matematici e disciplinari rilevanti per la risoluzione.	☐ Determina le equazioni delle rette tangenti. ☐ Calcola il valore di k per cui le tangenti sono perpendicolari. ☐ Calcola il valore di k per cui il grafico è tangente all'asse x . ☐ Calcola i valori di k per cui la funzione presenta un punto di massimo e un punto di minimo. ☐ Calcola i valori di k per cui la funzione è convessa. ☐ Calcola la derivata prima e la derivata seconda della funzione f e le coordinate dei punti di massimo, minimo e di flesso. ☐ Calcola il numero delle soluzioni delle equazioni. ☐ Calcola le aree richieste.	☐ Calcola la velocità richiesta con cui stanno crescendo i contagi. ☐ Calcola il picco previsto dal modello. ☐ Determina l'espressione analitica della funzione F . ☐ Calcola quanti contagi si sono registrati nei primi 30 giorni di epidemia. ☐ Determina, in una delle famiglie scelte, la funzione che ha le caratteristiche indicate.	☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8	0 - 5
	L2	Formalizza situazioni problematiche in modo parziale. Applica gli strumenti matematici e disciplinari rilevanti per la risoluzione in modo non sempre corretto.				6 - 12
	L3	Formalizza situazioni problematiche in modo quasi completo. Applica gli strumenti matematici e disciplinari rilevanti per la risoluzione in modo generalmente corretto.				13 - 19
	L4	Formalizza situazioni problematiche in modo completo ed esauriente. Applica gli strumenti matematici e disciplinari rilevanti per la risoluzione in modo ottimale.				20 - 25
Argomentare Commentare e giustificare opportunamente la scelta della strategia risolutiva, i passaggi fondamentali del processo esecutivo e la coerenza dei risultati al contesto del problema.	L1	Descrive il processo risolutivo in modo superficiale. Comunica con un linguaggio non appropriato. Non valuta la coerenza con la situazione problematica proposta.	☐ Motiva la presenza degli asintoti e dei punti di estremo relativo e di flesso. ☐ Motiva il ragionamento per dedurre il numero delle soluzioni delle equazioni proposte. ☐ Motiva la scelta della strategia per il calcolo delle aree. ☐ Spiega perché la seconda area è finita.	☐ Giustifica la deduzione del grafico della derivata prima della funzione f . ☐ Giustifica la deduzione del grafico della funzione integrale. ☐ Spiega qual è il significato dell'asintoto orizzontale nel contesto del problema. ☐ Spiega qual è il significato delle funzioni f e F nel contesto del problema. ☐ Motiva la scelta della famiglia di funzioni tra cui potrebbe essere scelto un modello alternativo.	☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8	0 - 4
	L2	Descrive il processo risolutivo in modo parziale. Comunica con un linguaggio non sempre appropriato. Valuta solo in parte la coerenza con la situazione problematica proposta.				5 - 10
	L3	Descrive il processo risolutivo in modo quasi completo. Comunica con un linguaggio generalmente appropriato. Valuta nel complesso la coerenza con la situazione problematica proposta.				11 - 16
	L4	Descrive il processo risolutivo in modo completo ed esauriente. Comunica con un linguaggio appropriato. Valuta in modo ottimale la coerenza con la situazione problematica proposta.				17 - 20
Totale punti/100						
Voto/10						



Per far esercitare studentesse e studenti: videosimulazione di Elia Bombardelli



ZONA Matematica - Il grado - Il biennio e V anno
5 grado - I biennio

Area e percorsi ▾ Didattica Digitale Integrata Scopri Zona Matematica

Torna a "Esame di Stato"

Videosimulazione di seconda prova

Qui trovi una [simulazione](#) della seconda prova scritta di Matematica per il liceo scientifico, dotata di [videorisoluzioni](#), realizzata da Elia Bombardelli e Gabriele Dalla Torre.

Contenuto ▾ **Come puoi proporre la simulazione** ✓

Simulazione

VALUTAZIONE
Simulazione di seconda prova

VALUTAZIONE
Simulazione di seconda prova con videorisoluzioni

Videosvolgimento del problema 1

VIDEO
Soluzione del punto A del problema 1 della simulazione di seconda prova
INTRODUZIONE ALL'ANALISI

VIDEO
Soluzione del punto B del problema 1 della simulazione di seconda prova
TEOREMI SULLE FUNZIONI DERIVABILI

VIDEO
Soluzione del punto C del problema 1 della simulazione di seconda prova
CALCOLO DEI LIMITI

VIDEO
Soluzione del punto D del problema 1 della simulazione di seconda prova
INTEGRALI DEFINITI

Videosimulazione di seconda prova



Grazie

