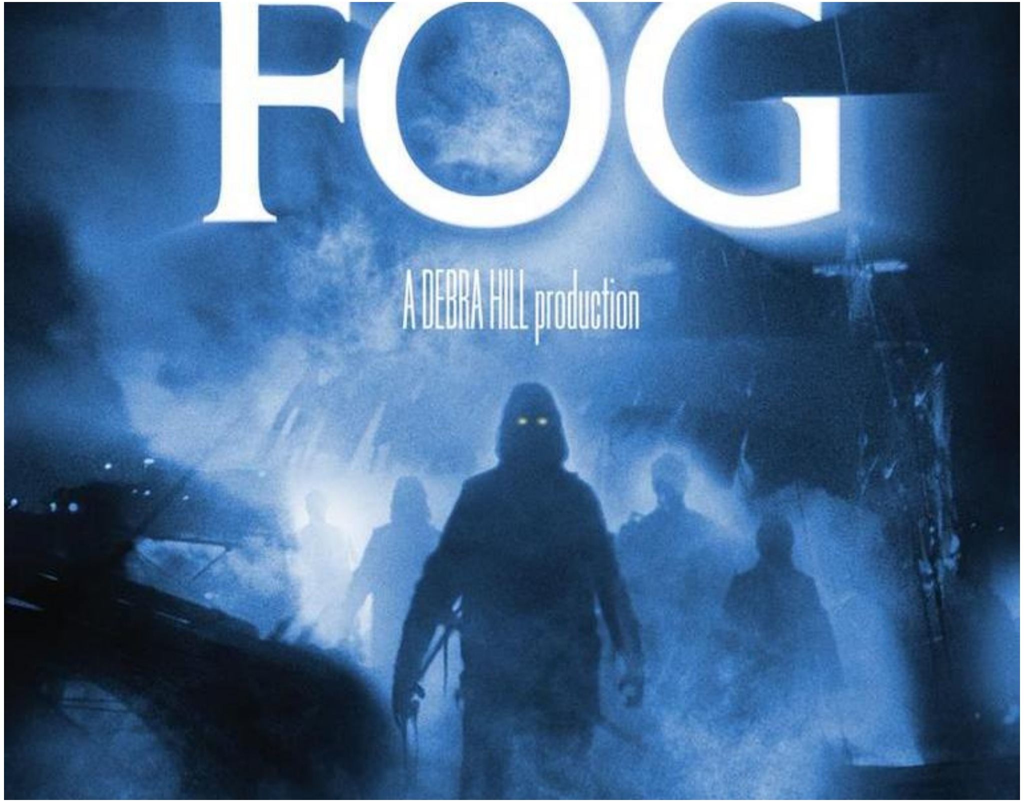
I perché della matematica

Motivare e dimostrare al tempo del “prêt-à-porter”

Luigi Ferrando
Laureato in Fisica, insegna nella scuola secondaria di primo grado dal 2001.

DeA SCUOLA | WEBINAR



La matematica senza la risposta ai suoi «Perché?» è simile a camminare in un territorio inesplorato avvolti dalla nebbia. Un territorio abitato da regole sconosciute e errori pronti ad aggredirti dietro ogni angolo.

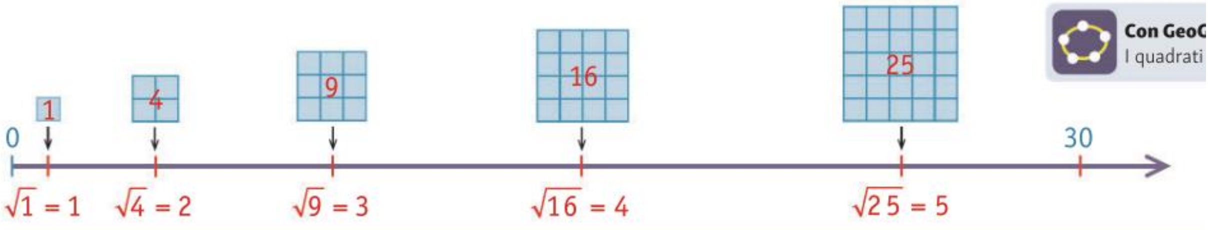
I divieti della scuola elementare

$8 - 12$

$16 : 7$

...

Riconoscere i quadrati perfetti dalla loro scomposizione in fattori primi.



Partendo dallo zero e proseguendo lungo la semiretta orientata su cui possiamo posizionare i numeri naturali, incontriamo numeri la cui radice quadrata è un numero naturale: i quadrati perfetti.

Come si fa?

Perché si fa così?

Perché lo devo fare?

Alunno: *«Ah, devo solo guardare gli esponenti!»*
Insegnante: *«Sì. Ti accontenti della regola o vuoi sapere il perché?»*
Alunno: *«Vorrei sapere il perché!»*

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$(60)^2 = (2^2 \cdot 3 \cdot 5)^2 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 3600$$

Dal fare

al dimostrare

Il segmento più lungo.

Il segmento composto da più punti.

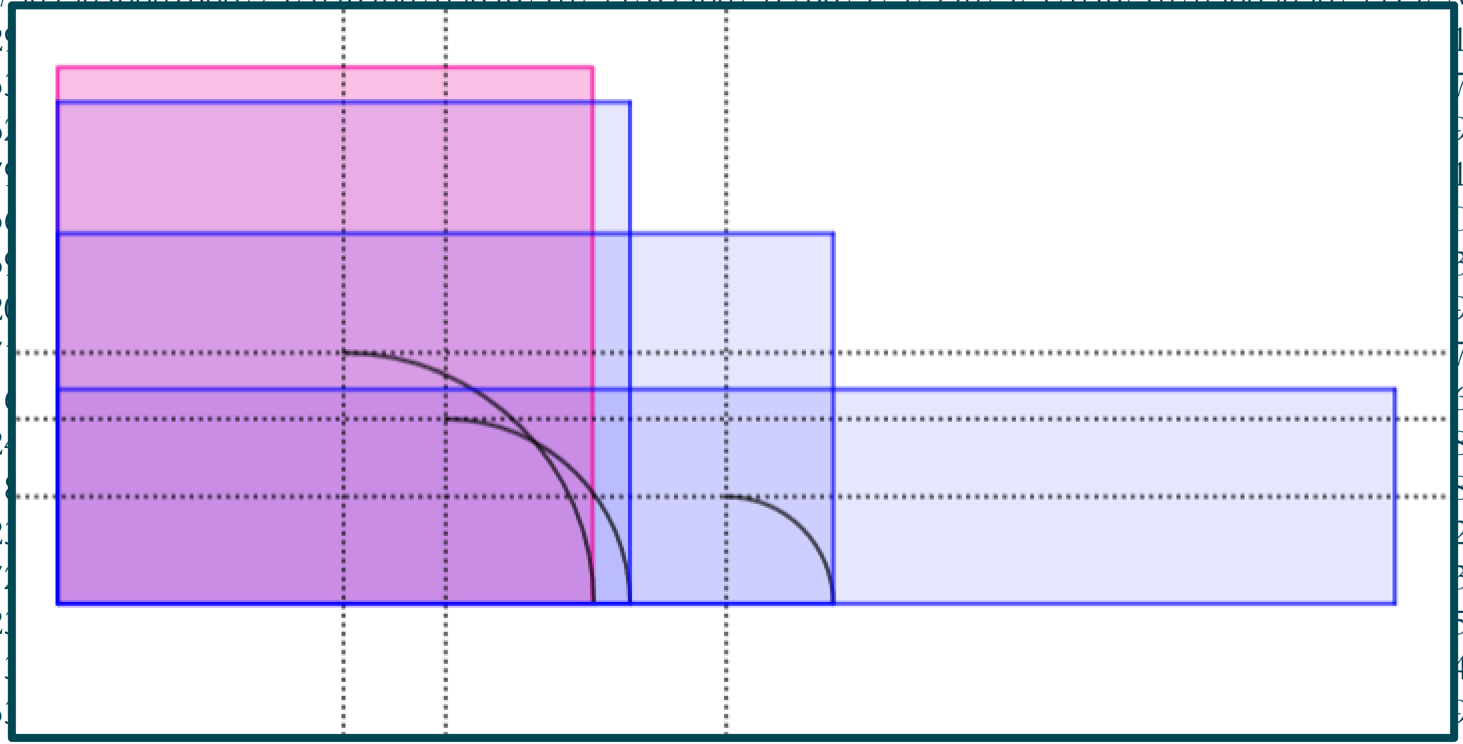
Per mettersi in gioco occorre impegno e fatica, ma otteniamo:

- ✓Meno errori
- ✓Controllo del procedimento
- ✓Curiosità

A proposito di curiosità

The square root of two=

1.4142135623730950488016887242096980785696718753769480731766797379907324784621070388503875343276415727350



138462309122 14701095599
716059702745 72533965463
318088296406 99706990048
150305440277 12494977154
218334204285 02085584466
521458398893 36881313739
855256117322 96941380475
654823728997 77309182869
314710171111 67653239694
617511291602 38163478001
569369176881 39415576651
040883914292 26257539594
717255934637 31814204070
426509056532 53681426217
738799194551 47949629521
688914854925 93849400571
563337205480685405758679996701213722394758214263065851322174088323829472876173936474678374319600015921888
073478576172522118674904249773669292073110963697216089337086611567

Alimentiamo la curiosità

Ad esempio per il calcolo della radice di 2:

Trasformiamo un rettangolo in un quadrato equivalente.

Dimostriamo l'irrazionalità del numero.

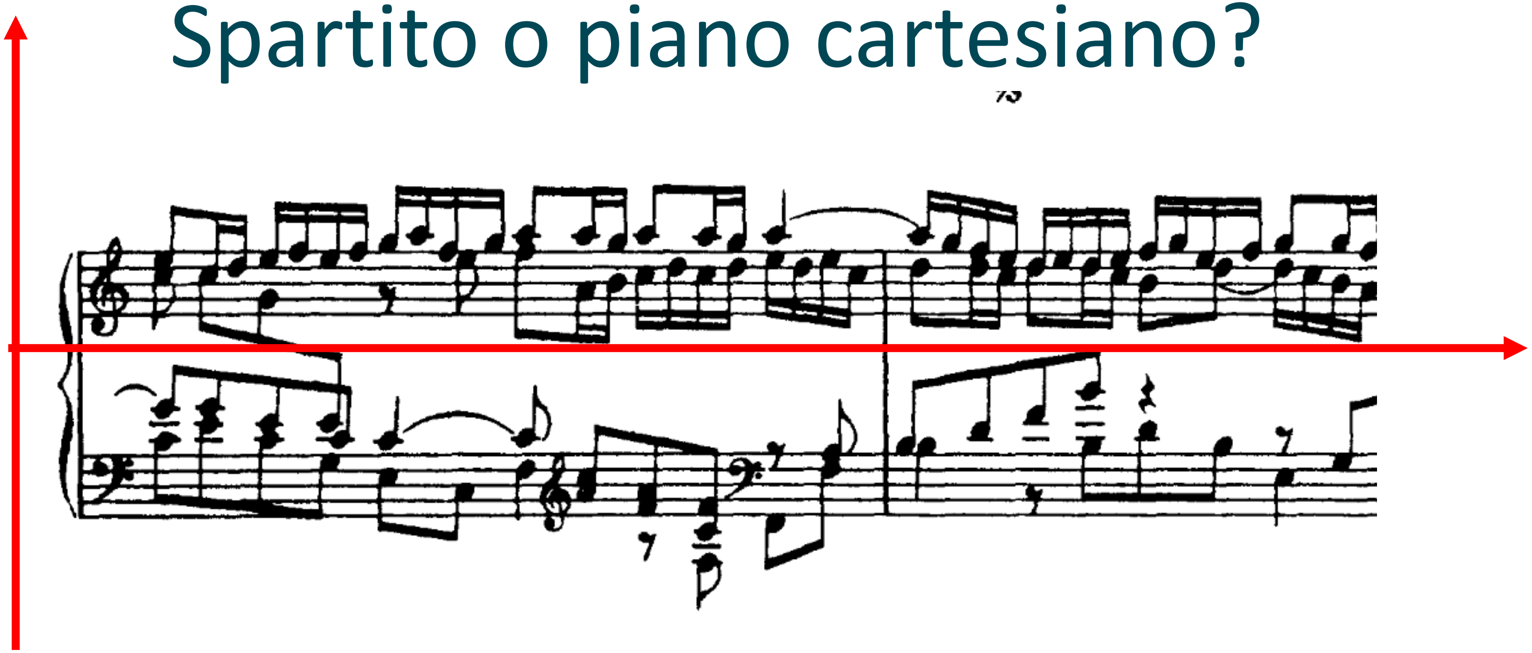
Utilizziamo un foglio di calcolo per avvicinarci al risultato.

Tracciamo la diagonale di un quadrato.

Lavoriamo sull'approssimazione.

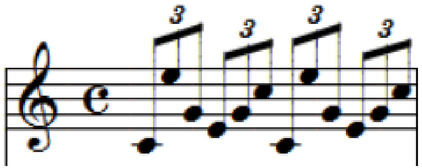
La matematica dove non te la aspetti

Spartito o piano cartesiano?



Musica e matematica

Multipli e divisori



Frazioni

...Ma anche **trasformazioni geometriche**.

Ambiente

Non dispersivo
Sereno
Che favorisce la curiosità
…

Confronto

Lavoro a gruppi
Dibattiti
Prese di posizione
Tutto è motivato
…

Fiducia

Non diamo le risposte
Educazione e non addestramento
Motivo le mie risposte
…

Dal contatto all'astratto

- Realizzare un timer da sette minuti con due clessidre, una da 3 minuti e una da 5 minuti.

Dal contatto all'astratto

Riusciamo a costruire l'insieme dei numeri naturali con le due clessidre?

r2	Restano 2 minuti in c5				
r1	Resta 1 minuto in c3				
1	*r1*	**11**	*r2 3c3*	**21**	*7c3*
2	*r2*	**12**	*4c3*	**22**	*2c5 4c3*
3	*c3*	**13**	*2c5 c3*	**23**	*r1 2c5 4c3*
4	*r1 c3*	**14**	*3c3 c5*	**24**	*6c3*
5	*c5*	**15**	*3c5*	**25**	*5c5*
6	*2c3*	**16**	*2c5 2c3*	**26**	*4c5 2c3*
7	*r2 c5*	**17**	*r2 3c5*	**27**	*9c3*
8	*c5 c3*	**18**	*6c3*	**28**	*2c5 6c3*
9	*3c3*	**19**	*2c5 3c3*	**29**	*r2 9c3*
10	*2c5*	**20**	*4c5*	**30**	*6c5*

Trova le differenze

Enunciato Verifica Dimostrazione

Per capire che cos'è una dimostrazione possiamo immaginare di essere in un'aula di un tribunale in cui un abile avvocato prova a convincere la severissima giuria che la sua tesi è vera, oltre ogni ragionevole dubbio. Nessun giurato si accontenterebbe di sentir dire che l'imputato è colpevole «perché si vede!», ma esigerebbe prove ben documentate a sostegno dell'accusa.

Con GeoGebra
Dimostrazione del Teorema di Pitagora (Friberg)

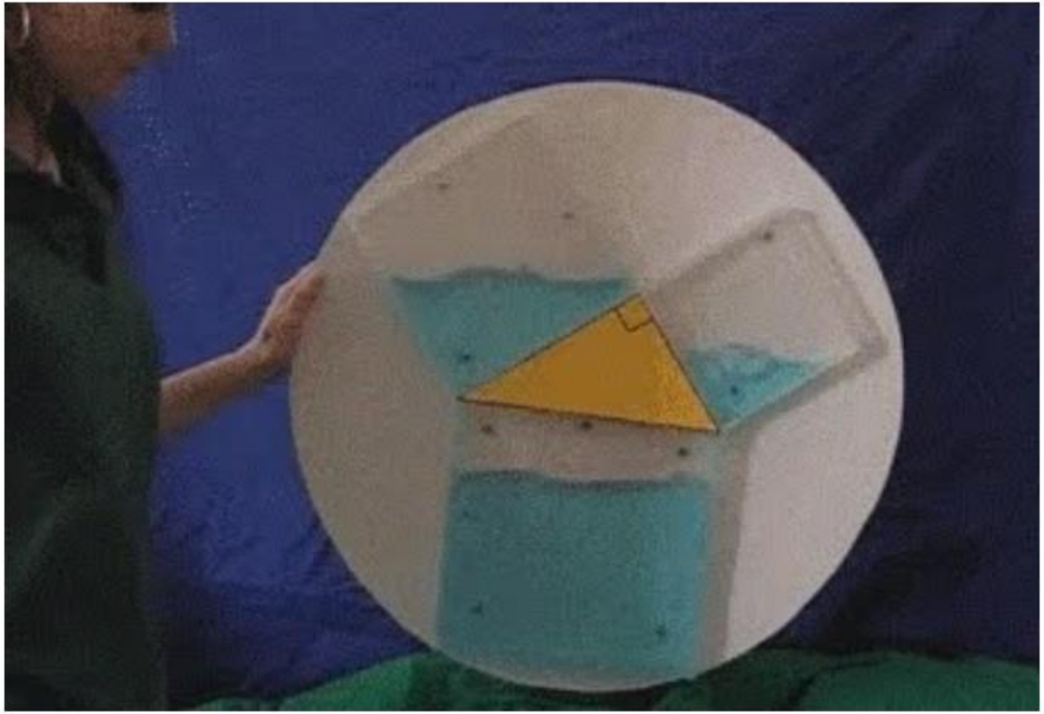
In matematica, a differenza della giurisprudenza e delle altre discipline, **le dimostrazioni** sono prove così speciali che una volta ottenute **sono vere per sempre**: un teorema è perció valido per sempre.

Per dimostrare il teorema di Pitagora disponiamo quattro triangoli rettangoli congruenti come in figura, in modo da formare un quadrato che ha per lato la somma dei cateti di ciascun

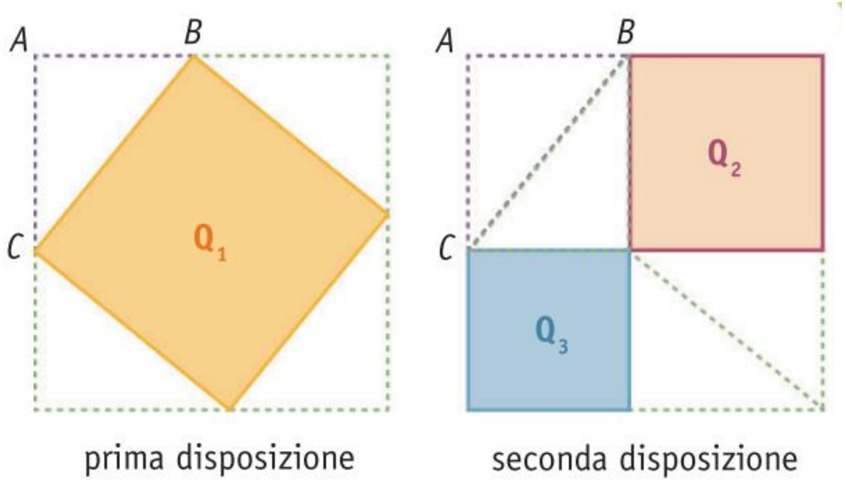
Teorema di Pitagora - enunciato

The square of the hypotenuse of any right triangle is equal to the sum of the squares of the two remaining sides.

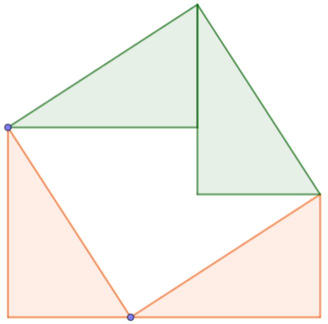
Teorema di Pitagora - Verifica



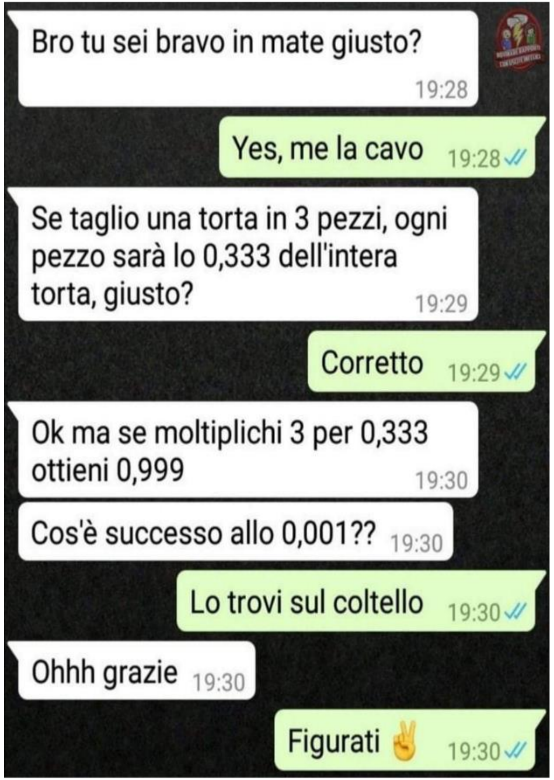
Teorema di Pitagora - Dimostrazione



Solo una delle tante centinaia...



Dal contatto all’astratto



$$1,2 = 1,2\overline{0}$$

$$1,2\overline{0} = \frac{120-12}{90} = \frac{108}{90}$$

$$\frac{108}{90} = \boxed{\frac{12}{10}}$$

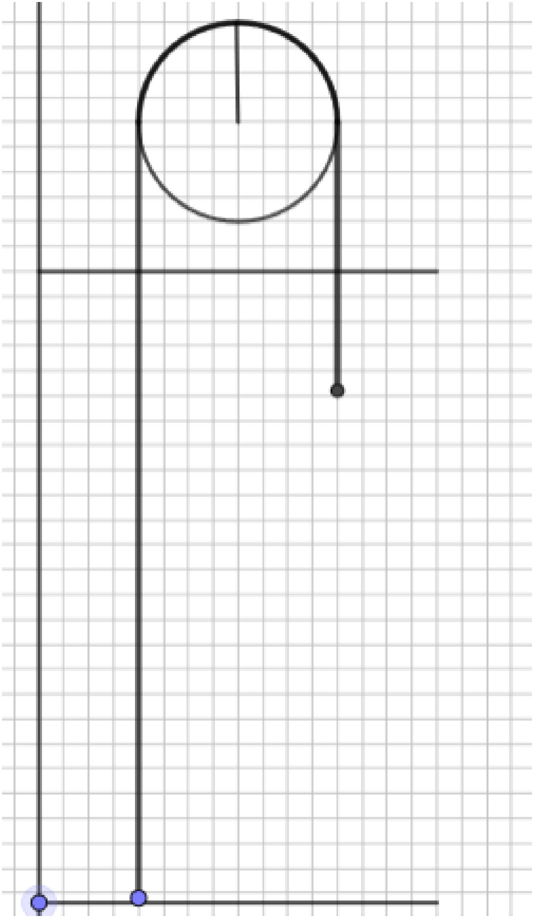
Dal contatto al confronto

CHI HA RAGIONE? **«Che differenza c'è tra 0,9999... (con la cifra 9 che si ripete all'infinito) e 1?»**

☑ Giulia ☐ Hassan

Forse anche nella tua classe c'è chi la pensa in un modo e chi nell'altro: risolvi la questione calcolando la frazione generatrice di $0,\overline{9}$.

Calcolando $0,\overline{9}$ si scopre che la frazione generatrice è $\frac{9}{9}$, cioè 1, quindi i due numeri sono uguali.
Per aiutare l'intuito basta pensare all'intero diviso in 3 parti: $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=1$. Ma $\frac{1}{3}=0,333...$
quindi $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=0,9999...$ che è esattamente 1.



Dal contatto all'astratto

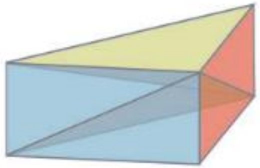
- Carrucole e pi greco

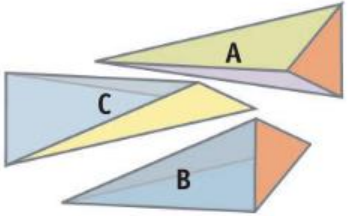
Dal contatto all’astratto

Il perché del 3 a denominatore nel volume della piramide.

Scopro perché

Poi osserviamo che un prisma a base triangolare può essere scomposto in tre piramidi equivalenti. Infatti le piramidi **A** e **B** sono equivalenti (hanno la stessa base rossa e la stessa altezza) e sono equivalenti anche le piramidi **B** e **C** (hanno la stessa base azzurra e la stessa altezza). Di conseguenza le tre piramidi sono equivalenti.





Con GeoGebra
Piramidi aventi a due a due la stessa base e la stessa altezza

Piramidi che hanno a due a due la stessa base e la stessa altezza.

In particolare, il prisma è equivalente a tre volte la piramide **A** che ha la stessa base e la stessa altezza del prisma stesso.

Nuove sfide all'orizzonte

Nuove sfide all'orizzonte

Forse non riusciremo a svolgere tutti gli esercizi, ma avremo dato il nostro contributo ad educare persone in grado di usare la propria testa!

SPAZIO ALLE DOMANDE

Scrivi le tue domande al relatore nella chat